

УДК 550.388:551.510.535

НАГРЕВ НИЖНЕЙ ИОНОСФЕРЫ СВ И ДВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЕМ

О. Б. Смолякова, Е. В. Суворов, М. Д. Токман

Показано, что использование в целях нагрева ионосферы излучения в диапазоне частот $10^2 \text{ кГц} \lesssim f \lesssim 10^3 \text{ кГц}$ позволяет эффективно передавать энергию электронам ионосферной плазмы как в дневных, так и в ночных условиях. Проведен расчет лучевых трасс и поглощения вдоль них. Определено пространственное распределение изменений температуры электронов.

В последние 10—15 лет возникло и получило широкое развитие новое направление в исследованиях ионосферы, связанное с воздействием на нее мощного электромагнитного излучения. Одним из важных и интересных эффектов, обнаруженных при таком воздействии, является генерация сигналов комбинационных частот (СКЧ) (см. [1–4]), возникающая при периодическом нагреве ионосферы и обусловленная, по-видимому, модуляцией ионосферных токов [2–4]. Эксперименты по детектированию СКЧ проводились, как правило, на частотах, превышающих электронную гирочастоту, в связи с чем имеются подробные теоретические исследования нагрева ионосферы излучением КВ диапазона (см. [5–7] и цитированную там литературу). Вместе с тем представляет интерес исследование возможности нагрева ионосферы при помощи излучения более длинноволнового диапазона в связи с наличием здесь мощных радиовещательных передатчиков, которые могли бы использоваться в экспериментах по генерации СКЧ. Подтверждением перспективности таких исследований может служить сообщение [8] о генерации СКЧ при обычном радиовещании, проводимом без какой-либо оптимизации с точки зрения генерации СКЧ.

В настоящей работе с целью прогноза ожидаемых величин эффектов проведен расчет распределений по высоте и горизонтальным координатам возмущений электронной температуры, возникающих при воздействии на ионосферу излучения в широком интервале частот ω ($10^{-2} \omega_H^2 < \omega^2 < 2\omega_H^2/3$, ω_H — гирочастота электронов) для широкого класса диаграмм направленности используемых излучателей (от квазиизотропных до узконаправленных в различных направлениях относительно зенита и плоскости магнитного меридиана) в дневных и ночных условиях. Расчеты проведены в линейном приближении, в рамках которого приращение электронной температуры пропорционально мощности передатчика; они позволяют оценить, при каких уровнях мощности и в каких областях пространства можно ожидать проявления различных нелинейных эффектов, связанных с прогревом электронов. Наряду с этим представляют интерес и распределения малых возмущений электронной температуры $\Delta T_e \ll T_e$, воздействие которых на распространение и поглощение сильной волны можно не учитывать: при модуляции мощности передатчика эти малые возмущения могут служить эффективным источником для генерации СКЧ.

1. Модель ионосферы и схема расчета. Зависимости концентрации плазмы N и частоты соударений электронов с нейтралами ν от высоты задавались показательными функциями:

$$N(\text{см}^{-3}) = (10^3, 10) [10^{(z-80)/10} - 0,01]; \quad (1a)$$

$$v(c^{-1}) = 10^6 \cdot 10^{(80-z)/15}, \quad (16)$$

где z — высота над поверхностью Земли в километрах.

В (1а) множитель 10^3 соответствует дню, 10 — ночи. Отличия принятых нами модельных распределений $N(z)$ и $v(z)$ от данных [9], которые обычно используются в физике ионосферы, не превышают разницы между высотными профилями для разных измерений (в разное время года, суток и т. п.). Большое число таких измерений приведено, например, в [10]. Наиболее существенное отличие данных [10] от [9] состоит в том, что в ночных условиях, согласно [10], в области высот 100—115 км часто находится пик электронной концентрации, так что область применимости аппроксимации (1) кончается на 10—15 км выше уровня, который бы следовал из сравнения (1) с данными [9] (при $z \approx 110$ —115 км). Нижняя граница отсчета выбрана на высоте $z = 60$ км.

Профиль энерговклада определялся в результате расчета лучевых траекторий волн и столкновительного поглощения вдоль них. Удельный энерговклад в электроны $q(r)$ рассчитывался из соотношения

$$q(r) = (\Delta v)^{-1} P_{0j} \exp(-\tau_j(l)) (d\tau_j/dl) \Delta l, \quad (2)$$

в котором P_{0j} — начальная мощность на j -м луче, Δv — объем, в котором происходит выделение ВЧ мощности (определяется площадью поперечного сечения, найденной с учетом расходимости лучевой трубки), τ_j — оптическая толщина на j -м луче, обусловленная поглощением волн:

$$\tau_j(l) = \int_0^{l_j(r)} 2\kappa dl = 2 \frac{\omega}{c} \int_0^{l_j(r)} |\operatorname{Im} n \cos \beta| dl, \quad (3)$$

где β — угол между волновым вектором и групповой скоростью, n — показатель преломления. Мнимая часть показателя преломления рассчитывалась по формуле* $\operatorname{Im} n_{\pm} = \operatorname{Im} n_{\pm}^2 / 2n_{\pm}$, а для $\operatorname{Im} n_{\pm}^2$ использовалось выражение, справедливое при произвольном соотношении между ω_p и v [11]:

$$\operatorname{Im} n^2 = [2vsP + 2v(1-v)Q] / (P^2 + Q^2),$$

$$P = 2(1-v) - 2s^2 - u \sin^2 \alpha \pm \operatorname{Re} \sqrt{u^2 \sin^4 \alpha + 4(1-is-v)^2 u \cos^2 \alpha},$$

$$Q = -2s(2-v) \pm \operatorname{Im} \sqrt{u^2 \sin^4 \alpha + 4(1-is-v)^2 u \cos^2 \alpha},$$

где $s = v/\omega$, $v = \omega_p^2/\omega^2$, $u = \omega_H^2/\omega^2$, α — угол между волновым вектором и магнитным полем; знаки «+» и «-» соответствуют обыкновенной и необыкновенной волнам.

Возмущения электронной температуры рассчитывались без учета конечной теплоемкости нейтрального газа и процессов переноса на основании энергодбаланса между поглощаемой электронами ВЧ мощностью и потерями энергии из-за соударений:

$$\delta v N_e \Delta T_e = \Sigma', \quad (4)$$

где δ — коэффициент передачи энергии при соударении электрона с нейтралом (согласно [9] в нижней ионосфере $\delta \approx 2 \cdot 10^{-3}$), Σ' — диссипируемая в единице объема ВЧ мощность.

При расчетах мы ограничились рассмотрением необыкновенной волны. В исследуемом диапазоне частот ($u > 1$) это оправдано, поскольку отражение обыкновенной волны происходит на меньших высотах, чем

* «Столкновительные» поправки к показателям преломления сравниваются с «бесстолкновительными» лишь в области, где $(1-n) \ll 1$ и плазма практически не влияет на лучевые траектории, поэтому можно пренебречь соударениями при вычислении действительной части показателя преломления.

необыкновенной, а возмущения электронной температуры резко падают с уменьшением высоты из-за большой частоты соударений.

Большая часть приводимых результатов получена для случая вертикального магнитного поля. Это приближение допустимо, если иметь в виду достаточно высокие широты и излучатели с типичной для радиовещания «приземной» диаграммой направленности, когда основная часть мощности передатчика излучается под углами к вертикали, заметно превосходящими угол между вертикалью и геомагнитным полем.

При использовании антенн с «зенитной» диаграммой направленности может оказаться существенным учет конечного угла между магнитным полем и вертикалью. Для этого случая угол между магнитным полем и вертикалью был взят около 20° .

2. Нагрев ионосферы в случае вертикального магнитного поля и «приземной» диаграммы направленности излучателя. При вертикальном магнитном поле углы падения лучей относительно вертикали θ задавались в интервале 36° — 81° . Оказалось, что лучевые трассы в прогреваемой зоне близки к прямым (или ломаным) линиям; отражение происходит почти как от зеркала (т. е. толщина зоны энерговыделения много больше толщины области, где существенно отклонение лучей от прямых линий). Определяющие область диссипации ВЧ энергии уровни равной оптической толщины τ напоминают семейство ортогональных к вертикали плоскостей. По мере удаления от оси прогреваемого «диска» уровни равных τ медленно приближаются к земле: на расстояниях ≈ 500 км снижение составляет не более 10 км. При этом расстояние между соседними уровнями уменьшается в 1,2—1,5 раз (вследствие возрастания длины трассы в направлении вдоль земной поверхности). Ночью зона заметной диссипации ($\tau \approx 5\%$) начинается в области высот 75—80 км. Верхняя граница нагреваемой зоны при $u=4$ —100 определяется высотой отражения: 110—115 км для $u=4$ —36 и 105—100 км в случае $u=36$ —100. На более высоких частотах верхняя граница зоны энерговыделения формируется с учетом ослабления волны из-за поглощения в низких слоях; оптическая толщина достигает $\tau \approx 1$ на высоте ≈ 100 км при $u=2$ и ≈ 90 км для $u=1,5$. Случай $u=3$ является пограничным в том смысле, что $\tau \approx 1$ как раз на высоте отражения (110 км).

ВЧ мощность, диссипируемая в единице объема, равна

$$\Sigma = 2\kappa P(D(\theta, \varphi)/4\pi R^2) \exp(-\tau(R, \theta, \varphi)) f(R, \theta, \varphi), \quad (5)$$

где P — полная мощность, излучаемая передатчиком, $D(\theta, \varphi)$ — диаграмма направленности излучателя, R — расстояние до излучателя, τ — оптическая толщина вдоль прямого луча, проходящего в данную точку, фактор f учитывает возможную диссипацию энергии отраженных от ионосферы лучей*. (В зависимости от полной оптической толщины вдоль этих лучей фактор f меняется от 1 при $\tau \gg 1$ до 2 при $\tau \ll 1$.) С учетом соотношений (4), (5) возмущения электронной температуры можно представить в виде

$$\Delta T_e \text{ (эВ)} = 0,315fMP \text{ (МВт)} D(\theta, \varphi)/4\pi, \quad (6)$$

где

$$M = 2\kappa(\text{км}^{-1}) e^{-\tau} \cdot 10^{13} / (R^2(\text{км}) N(\text{см}^{-1}) v(\text{с}^{-1})). \quad (7)$$

Распределение величины M по прогреваемой области для ночных условий проиллюстрировано на рис. 1, где приведены зависимости этого параметра от координаты z для некоторых лучей (а) $u=1,5$, б) $u=4$, в) $u=100$). На этих графиках по оси ординат отложена величина $\eta = M/M_{\max}(\theta)$, где $M_{\max}(\theta)$ — максимальное значение M , достигаемое на луче с углом падения θ (— — — $\theta=36^\circ$, — — — $\theta=63^\circ$,

* Выражение (5) получено без учета интерференции и определяет поэтому энерговыделение, усредненное по масштабам больше длины волны.

... — $\theta=81^\circ$). На рис. 1 видно, что максимум температуры достигается вблизи высоты $z=80$ км. Для этого значения z на рис. 2 приведена зависимость от расстояния y (в км) вдоль земной поверхности. На этом графиче-

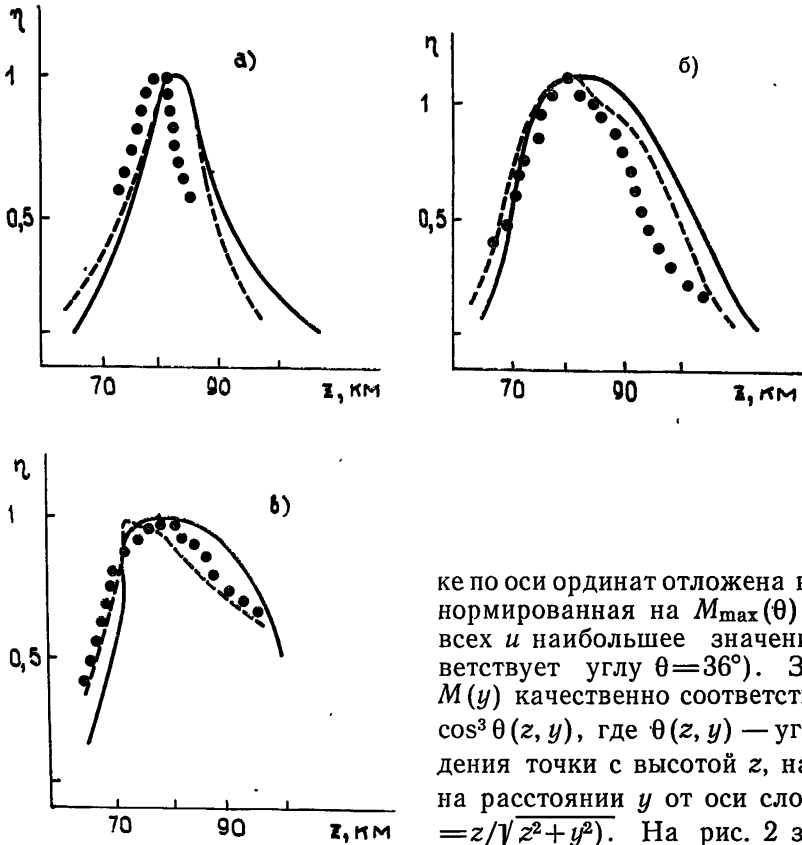


Рис. 1.

на пунктирных кривых ●●● — $u=3$, ××× — 1,5, ○○○ — 4, *** — 36. Такой скейлинг понятен из простых геометрических соображений: поверхности равной оптической толщины близки к семейству ортогональных оси плоскостей, а энергия, поступающая на такую плоскость из единичного телесного угла, «размазывается» по площади, обратно пропорциональной $\cos^3 \theta$.

ке по оси ординат отложена величина M , нормированная на $M_{\max}(\theta)|_{\theta=36^\circ}$ (для всех u наибольшее значение M соответствует углу $\theta=36^\circ$). Зависимость $M(y)$ качественно соответствует закону $\cos^3 \theta(z, y)$, где $\theta(z, y)$ — угол наблюдения точки с высотой z , находящейся на расстоянии y от оси слоя ($\cos \theta = z/\sqrt{z^2 + y^2}$). На рис. 2 зависимость $\cos^3 \theta$ изображена сплошной линией,

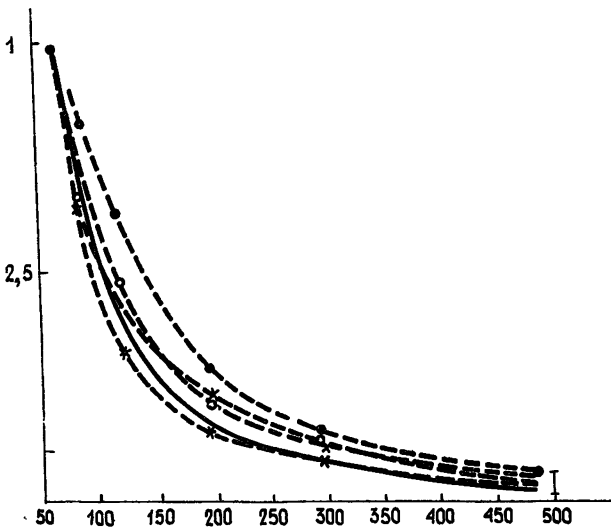


Рис. 2.

На рис. 3 приведена зависимость величины $M_{\max}(\theta) |_{\theta=36^\circ}$ от параметра u (ночью). Видно, что нагрев усиливается при приближении частоты волны к гирорезонансу.

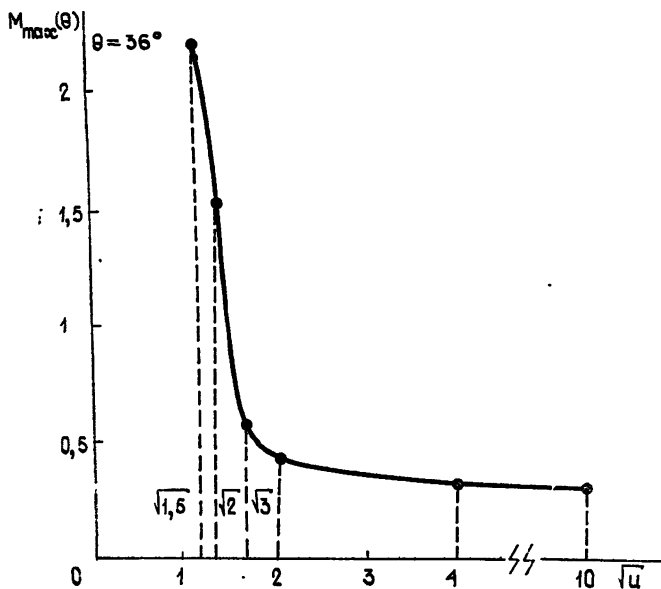


Рис. 3.

Для излучателя с дипольной диаграммой направленности из (6), (7) получаем следующую величину максимального изменения температуры (для $u=1,5$):

$$\Delta T_e(\text{эВ}) \Big|_{\substack{z=80\text{км} \\ y=60\text{км}}} \simeq 0,08 P \text{ (МВт)}. \quad (8)$$

Невозмущенная температура электронов в нижней ионосфере $T_0 \simeq 0,02$ эВ, следовательно, в этом случае область линейного нагрева ограничена мощностью порядка 200 кВт. Для частот, соответствующих $u=4-100$, нелинейные эффекты* существенны, начиная с мощности порядка 1 МВт.

В дневных условиях свыше 85% падающей мощности поглощается на высотах до 80 км, а область максимального нагрева соответствует примерно 70 км. Приращение температуры электронов днем слабо зависит от частоты ω и примерно на порядок меньше, чем ночью при $u=1,5$ **.

Приведенные выше расчеты возмущений электронной температуры не учитывают влияния нелинейной рефракции радиоволн (самовоздействия). Эффектами самовоздействия, по-видимому, можно пренебречь при $u=4-100$ для мощностей W_{eff} в сотни киловатт. Во всяком случае из приведенных в [9] расчетов для продольного распространения следует, например, что при $u=9$ самовоздействие малосущественно даже при мегаваттных мощностях, а при $W_{\text{eff}} \simeq 10$ МВт линейная теория все еще применима для оценок по порядку величины. Роль самовоздействия, однако, возрастает по мере приближения к гирорезонансу (см. [5,6,9]).

3. Особенности нагрева ионосферы при наклонном магнитном поле и «зенитной» диаграмме направленности. Важной особенностью распространения радиоволн в случае наклонного магнитного поля является существование так называемых «радиоокон» (или «окон Элли-

* Имеется в виду учет изменения величин N , ν и δ в результате нагрева.

** Аналогичный результат получен в [9] для случая продольного (относительно магнитного поля) распространения.

са»), т. е. таких интервалов углов падения на ионосферу из вакуума, в которых происходит существенное линейное взаимодействие нормальных волн при достижении высот с критической плотностью плазмы [11, 13]. Радиоокна примыкают к определенным «критическим» направлениям, лежащим в плоскости магнитного меридиана и образующим с вертикалью углы $\theta_{1,2}^{(+,-)}$ [11, 13], равные

$$\theta_{1}^{(+,-)} = \pm \arcsin (\sqrt{u^{1/2}/(u^{1/2}+1)} \sin \chi) ; \quad (9)$$

$$\theta_{2}^{(+,-)} = \pm \arcsin (\sqrt{u^{1/2}/(u^{1/2}-1)} \sin \chi) , \quad (10)$$

где χ — угол между осью z и постоянным магнитным полем (см. рис. 4). Характерные размеры «радиоокон» определены в работах [14–16]. Например при $\chi=19^\circ$, $u=4$ и масштабе неоднородности концентрации $L \approx 4$ км имеем:

в окрестности углов $\theta_{1}^{(+)} = 15^\circ$: $\Delta\theta = \pm 6^\circ$, $\Delta\varphi = \pm 25^\circ$;

в окрестности углов $\theta_{2}^{(+)} = 27^\circ$: $\Delta\theta = \pm 5^\circ$, $\Delta\varphi = \pm 10^\circ$.

Здесь $\Delta\varphi$ — отклонение от плоскости магнитного меридиана, $\Delta\theta$ — отклонение от $\theta_{1,2}^{(+)}$ в плоскости магнитного меридиана в сторону больших углов (знак (+)) и меньших (знак (—)).

Радиоокна в окрестности углов $\theta_{1,2}^{(+)}$ такого же размера. С ростом u зоны линейного взаимодействия вблизи разных критических углов перекрываются (уже при $u=4$ эти угловые интервалы разделены по θ только на 1°). Для $10 \leq u \leq 100$ эта область захватывает $50-60^\circ$ по углу φ и около 20° — по θ . Расчет профилей энерговклада в рамках геометрической оптики при наличии линейной трансформации волн становится некорректным*. Вместе с тем использование линейной трансформации открывает дополнительную возможность сильно локализованного по высоте нагрева ионосферы. Необыкновенная волна при падении под углом, близким к $\theta_{2}^{(-)}$ после трансформации в обыкновенную может интенсивно поглощаться в области верхнего гибридного резонанса (аналогичная схема поглощения СВЧ мощности обсуждается в связи с проблемой нагрева плазмы в установках УТС [17]).

Ниже приводятся результаты численных расчетов применительно к лучевым траекториям, для которых линейная трансформация несущественна. Использовалась модель ночной ионосферы (см. (1)), угол между магнитным полем и вертикалью $\chi=19^\circ$, параметр u варьировался в пределах от 4 до 100. Расчеты проводились для лучей, падающих на ионосферу под следующими углами (см. рис. 4):

$\varphi = 0$ — $\theta = 36; 45^\circ$;

$\varphi = 22,5^\circ$ — $\theta = 27; 36; 45^\circ$;

$\varphi = 45^\circ$ и 90° — $\theta = 0; 9; 18; 27; 36; 45^\circ$.

Основные характеристики прогреваемой зоны качественно такие же, как и для случая вертикального магнитного поля. Нижний край области энерговыведения (по уровню $\tau=5\%$) соответствует высоте 80–85 км, а толщина прогреваемой зоны изменяется от 30 ($u=4$) до 20 км ($u=100$). Для фиксированной частоты ω вариации высоты отражения для разных углов падения не превышали нескольких километров, а оптическая толщина изменялась не более чем на 10%. По-

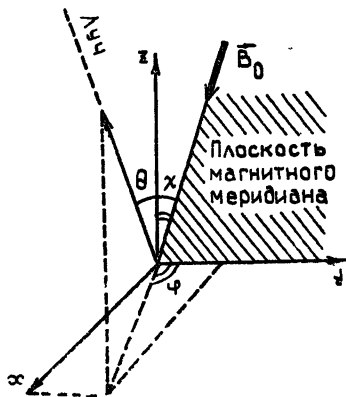


Рис. 4.

* Попытка формально сосчитать лучевые трассы внутри областей линейной трансформации — радиоокон — приводит к необходимости резко увеличить точность счета и затраты машинного времени.

прежнему ослабление поля из-за расходимости лучей может быть оценено, как для сферической волны.

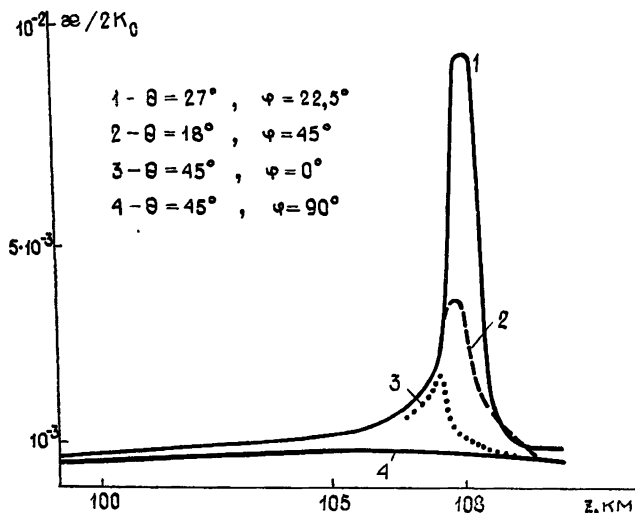


Рис. 5.

На лучевых трассах, «окаймляющих» области линейного взаимодействия, наблюдалось сильное возрастание коэффициента поглощения на высоте с критической плотностью. Усиление поглощения имеет место на небольшом участке лучевой трассы, и оптическая толщина в этой зоне меняется всего на несколько процентов. Эффект увеличения поглощения волны в области $v=1$ отмечался в работе [18] для случая вертикального распространения при малых углах α между волновым вектором и магнитным полем, а углы α в области $v \approx 1$ наиболее малы как раз на лучах с углами падения, приближающимися к «критическим» направлениям [11, 13]. На рис. 5 для $u=4$ изображена зависимость коэффициента поглощения от высоты для разных углов падения ($1-\theta=27^\circ, \varphi=22,5^\circ$; $2-\theta=18^\circ, \varphi=45^\circ$; $3-\theta=45^\circ, \varphi=0^\circ$; $4-\theta=45^\circ, \varphi=90^\circ$). Температура электронов по-прежнему задается выражением (6). Зависимость $M(z)$ проиллюстрирована на рис. 6 при $u=4$ (а) и 100 (б) для лучей со следующими начальными угловыми координатами: $\theta=0$ (2); $\theta=27^\circ, \varphi=22,5^\circ$ (1); $\theta=36^\circ, \varphi=90^\circ$ (3). На этих графиках по оси ординат

отложена величина $\eta = M(z)/M(z=78 \text{ км})$ при $u=4$ и $\eta = M(z)/M(z=74 \text{ км})$ при $u=100$. Нормировочные значения M следующие:

$u=4-M(78 \text{ км})=0,78$ при $\theta=0$; $M(78 \text{ км})=0,6$ при $\theta=27^\circ, \varphi=22,5^\circ$; $M(78 \text{ км})=0,47$ при $\theta=36^\circ, \varphi=90^\circ$.

$u=100-M(74 \text{ км})=0,4$ при $\theta=0$; $M(74 \text{ км})=0,26$ при $\theta=27^\circ, \varphi=22,5^\circ$; $M(74 \text{ км})=0,36$ при $\theta=36^\circ, \varphi=90^\circ$.

В случае $u=4$ приведенные зависимости отличаются от случая вертикального магнитного поля лишь наличием узкого пика при $v=1$ для лучей, проходящих вблизи областей линейного взаимодействия. При $u=100$ рост поглощения в окрестности $v=1$ происходит в значительно более широком интервале высот, что приводит уже не к появлению «пика» на фоне более плавной зависимости, а к смещению максимума возмущений температуры к точке $v=1$.

Проведенные предварительные расчеты показывают, что средневолновое радиоизлучение диапазона частот 0,1—1 МГц достаточно эффективно поглощается в нижней ионосфере. Это позволяет надеяться осуществить при разумных уровнях мощности модуляцию электронной температуры, достаточную для генерации заметных сигналов на комбинационных частотах (СКЧ). Изменение температуры на величину порядка ее невозмущенного значения может быть обеспечено в ночных

условиях на высотах от 70 до 110 км при мощности станции уже в несколько сот киловатт даже при слабой направленности антенной системы.

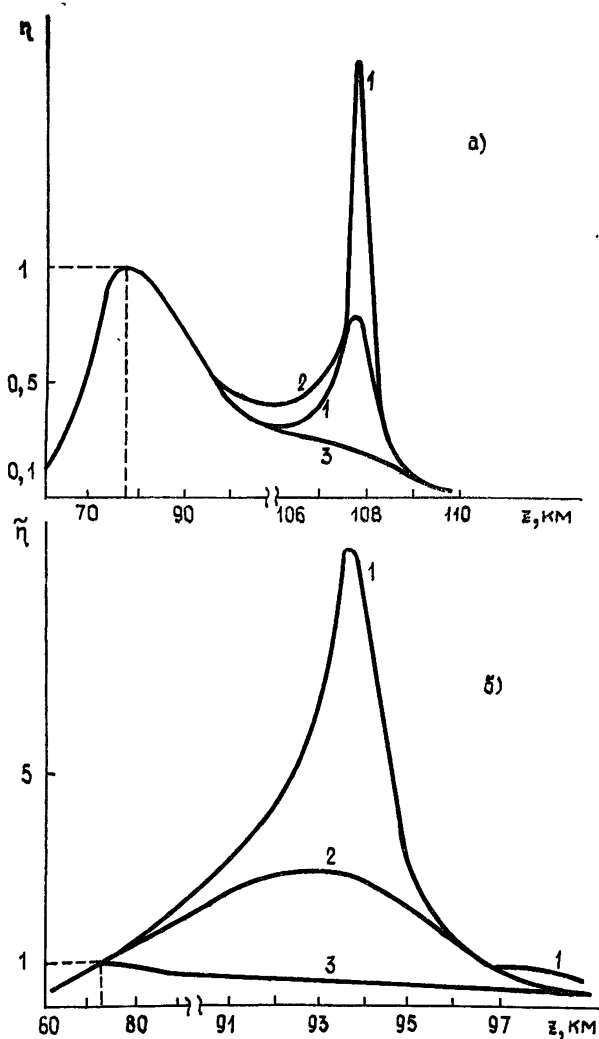


Рис. 6.

Авторы благодарны В. Ю. Трахтенгерцу за внимание к работе и плодотворное обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гетманцев Г. Г. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1974, 20, с. 229.
2. Гинзбург В. Л., Гуревич А. В. — УФН, 1960, 70, с. 202.
3. Котик Д. С., Трахтенгерц В. Ю. — Письма в ЖЭТФ, 1975, 21, с. 114.
4. Котик Д. С. и др. Препринт ИПФ АН СССР № 45. — Горький, 1982.
5. Гуревич А. В., Шлюгер И. С. — Изв. вузов — Радиофизика, 1975, 18, № 9, с. 1237.
6. Гуревич А. В., Милих Г. М., Шлюгер И. С. — Геомагнетизм и аэронавигация, 1976, 16, с. 613.
7. Иткина М. А. и др. Препринт НИРФИ № 162. — Горький, 1983.
8. Саппо Р. S. et al. — J. Atm. Terr. Phys., 1982, 44, p. 819; 831.
9. Гуревич А. В., Шварцбург А. Б. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. — М.: Наука, 1961.
10. Фаткуллин М. Н. и др. Эмпирические модели среднеширотной ионосферы. — М.: Наука, 1961.
11. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967.

12. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. — М.: Наука, 1971.
13. Budden K. J. Radio waves in ionosphere. — Cambridge University Press, 1961.
14. Budden K. J. — J. Atm. Terr. Phys., 1980, 42, p. 287.
15. Mjølhus E. J. — Plasma Phys., 1984, 31, p. 7.
16. Токман М. Д. — Физика плазмы, 1985, 11, с. 1205.
17. Аликаев В. В. и др. — В сб.: Высокочастотный нагрев плазмы. — Горький. ИИФ АН СССР, 1983.
18. Шварцбург А. В. — В сб.: Исследование ионосферы и магнитосферы методами активного воздействия. — Апатиты, 1977, с. 70.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
30 апреля 1986 г.

THE HEATING OF LOWER IONOSPHERE BY MF AND LF RADIO EMISSION

O. B. Smoljakova, E. V. Suvorov, M. D. Tokman

It is shown that the RF heating of ionosphere in the frequency range of $10^2 \text{ kHz} \lesssim f \lesssim 10^3 \text{ kHz}$ may be used for the energy transport to electrons of ionospheric plasma both in the day and night conditions. The ray trajectories and wave absorption along these trajectories are calculated. The space distribution of electron temperature change is determined.

Аннотации депонированных статей

УДК 537.86

ЛИНИИ ПОЛЯ ВЕКТОРОВ ПОЙНТИНГА СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

С. Г. Арутюнян, М. Р. Маилян

Исследуются линии поля векторов Пойнтинга электромагнитного поля заряда, движущегося по произвольной траектории $r_0(t)$. Радиус-вектор линий параметризуется $R_s = r_0(t - D/c) + Dn$, где t — момент времени наблюдения, D — длина пути испущенного с траектории запаздывающего светового сигнала и единичный вектор n определяются уравнением

$$D \frac{dn}{dD} = \frac{[n \times \{ [E \times [n \times E]] \times (n - \beta) \}],}{[n \times E]^2}, \quad (1)$$

где $E = \gamma^{-2}(n - \beta) + D[n \times \{(n - \beta) \times \dot{\beta}\}]$, β_c и $\dot{\beta}_c$ — скорость и ускорение частицы в момент времени $t' = t - D/c$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$.

Линии поля векторов Пойнтинга синхротронного излучения в плоскости орбиты радиуса R определяются уравнением (1)

$$\frac{d\xi}{d\Phi} = \frac{\xi\beta(\sin\Phi - \xi\cos\Phi)}{1 - \beta^2\cos^2\Phi + \xi\beta\sin\Phi(1 - 2\beta\cos\Phi) - \xi^2\beta\cos\Phi(1 - \beta\cos\Phi)}, \quad (2)$$

где $\xi = D\beta\gamma/R$, вектор $n = (1 - \beta\cos\Phi)^{-1}(\gamma^{-1}\sin\Phi e_1 + (\beta - \cos\Phi)e_2)$, e_1 и e_2 — единичные векторы вдоль нормали к траектории и скорости частицы в момент времени t' .

В предельном случае $\beta \rightarrow 1$ уравнение (2) решено точно, что позволило получить картину линий в ультррелятивистском случае.

При анализе уравнения (2) рассматриваются изоклины, соответствующие равенству $d\xi/d\Phi$ нулю либо бесконечности. Выделяются две особые интегральные кривые, определяющие классы интегральных кривых, пересекающих изоклину « ∞ » один либо три раза. Изоκлина «0» соответствует нейтральной линии магнитного поля Топологгия

(Окончание см. с. 544)