

УДК 537.874.6

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ПОЛУПЛОСКОСТИ И ЛЕНТЕ, ОБРАЗОВАННЫХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ПРОВОДНИКАМИ

В. А. Розов

Рассмотрена дифракция электромагнитных волн на сетчатых экранах в виде полуплоскости и ленты, образованных параллельными проводниками, расположенными под произвольным углом к краю экрана. Первая задача решается методом факторизации с использованием усредненных граничных условий Конторовича. Решение второй задачи основывается на методе геометрической теории дифракции (ГТД). Учтена многократная дифракция поверхностных волн. Приведены результаты расчета характеристик рассеяния ленты.

Экраны из проволочных сеток (решетки) находят, как известно, широкое применение в антенной технике. Хорошо изучены свойства неограниченных сеток [1], значительно хуже исследованы краевые эффекты, существенные при конечных размерах экранов. Исключением является лишь сетчатый экран, выполненный в виде системы параллельных проводников. В работах [2-5] рассмотрена дифракция плоских волн на полубесконечной сетке при различной ориентации проводов относительно ее края, в работах [6,7] приведены результаты численного решения задачи для проволочной ленты.

В настоящей работе исследуется дифракция электромагнитных волн на полубесконечном экране и на ленте, также образованных параллельными проводниками. В отличие от работ [2-5] рассматривается случай цилиндрических падающих волн. Это, во-первых, дает более полную, чем при падении плоских волн, картину рассеянного полубесконечным экраном поля, а во-вторых, позволяет, используя подход ГТД, построить затем асимптотическое решение для ленты. Особенность задачи дифракции на сетчатой ленте состоит в том, что в формировании волн вторичной дифракции принимают участие поверхностные волны, возбуждаемые краями экрана.

1. ПОЛУБЕСКОНЕЧНАЯ СЕТКА

1.1. Постановка задачи. Общие соотношения. Рассматривается полубесконечный экран, расположенный в плоскости $z=0$ при $y>0$ и образованный проводниками, параллельными оси ξ , где $\xi_0 = x_n \sin \beta + y_n \cos \beta$ (рис. 1). Источник (I) — нить электрического или магнитного тока, параллельная оси x . Радиус проводников a и расстояние между ними b удовлетворяют условию $a \ll b \ll \lambda$.

При решении задачи, так же как и в работах [4,5], воспользуемся усредненным граничным условием Конторовича, записав его в виде

$$E_{\xi}^i + E_{\xi} = \begin{cases} -i\rho\alpha/2(j_{\xi} + k^{-2}\text{grad}_{\xi}\text{div } j) & \text{при } y>0, z=0 \\ \mathcal{E}_{\xi} & \text{при } y<0, z=0 \end{cases} \quad (1)$$

где E^i — падающее поле, E — вторичное поле, $j = j \cdot \xi_n$ — поверхностная плотность усредненного тока, $\rho = (\mu_a/\epsilon_a)^{1/2}$, $\alpha = (2b/\lambda) \ln(b/2\pi a)$,

$$E = ik\rho(A + k^{-2}\text{grad div } A), \quad H = \text{rot } A, \quad A = A \xi_0,$$

$$A = (i/4) \int_0^{\infty} j(y') H_0^{(1)} \{k[z^2 + (y-y')^2]^{1/2}\} dy'.$$

Применяя к (1) преобразование Фурье, приходим к следующему уравнению:

$$(1/2) i\rho\alpha k^{-2} [(k^2 - \omega^2 \cos^2 \beta) \Psi(\omega) \tilde{j}_+(\omega) - \cos^2 \beta j'(0)] = -\tilde{E}_\xi^+ + \tilde{\mathcal{E}}_-(\omega). \quad (2)$$

Здесь

$$\Psi(\omega) := 1 + ik/\alpha\gamma, \quad \gamma = (k^2 - \omega^2)^{1/2}, \quad \text{Im } k, \gamma > 0, \quad j(0) = 0,$$

$$\tilde{j}_+(\omega) = \int_0^{\infty} j(y) e^{i\omega y} dy, \quad \tilde{\mathcal{E}}_-(\omega) = \int_{-\infty}^0 \mathcal{E}_\xi(y) e^{i\omega y} dy, \quad \tilde{E}_\xi^+ = \int_{-\infty}^{\infty} E_\xi^+ e^{i\omega y} dy.$$

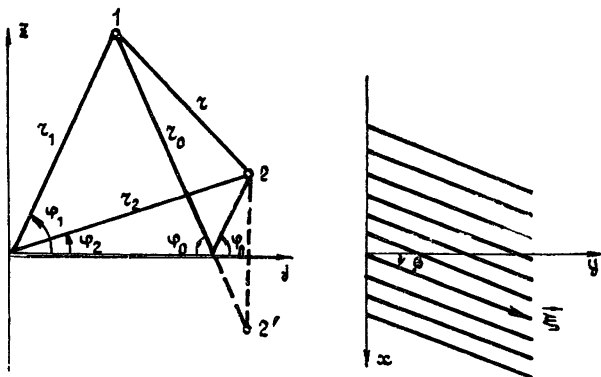


Рис. 1.

Уравнение (2) содержит две неизвестные функции $\tilde{j}_+(\omega)$ и $\tilde{\mathcal{E}}_-(\omega)$, аналитические соответственно в верхней ($\text{Im } \omega > 0$) и нижней ($\text{Im } \omega < 0$) полуплоскостях ω , и может быть решено методом факторизации. Выполняя обычные для этого метода преобразования, подобные проведенным в [4, 5], находим

$$\tilde{j}_+ = \frac{2k^2}{i\rho\alpha} \frac{F_+(\omega)}{(k + \omega \cos \beta) \Psi_+(\omega)}, \quad (3)$$

где

$$\Psi_+(\omega) = \left(\frac{\text{ch } \sigma + \cos \tau}{1 + \cos \tau} \right)^{1/2} \exp \left(\frac{1}{2\pi} \int_{\tau - i\sigma}^{\tau + i\sigma} \frac{t dt}{\sin t} \right), \quad \Psi_-(\omega) = \frac{\Psi(\omega)}{\Psi_+(\omega)},$$

$$F_+(\omega) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{E}_\xi^+(w')}{(k - w' \cos \beta) \Psi_-(w')} \frac{dw'}{w' - \omega}, \quad \text{Im } \omega > \text{Im } w',$$

$$\sigma = \text{arsh } 1/\alpha, \quad \tau = \text{arccos } \omega/k.$$

Вектор-потенциал и проекции E_x , H_x вторичного поля в точке наблюдения (2) определяются соотношениями

$$A = \frac{i}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{j}_+(\omega) \frac{1}{\gamma} e^{i\gamma|z_2| - i\omega y} d\omega, \quad E_x = ik\rho A \sin \beta, \quad H_x = -\cos \beta \frac{\partial A}{\partial z_2}. \quad (4)$$

1.2. Источник — нить электрического тока I_0 . Падающее поле в этом случае равно

$$E^i = -(1/4)k\rho I_0 H_0^{(1)}(kr) x_0, \quad (5)$$

где $r = [(z-z_1)^2 + (y-y_1)^2]^{1/2}$. При этом $\tilde{E}_\xi^i = -(k\rho/2\gamma) I_0 e^{i\omega y_1 + i\gamma|z_1|}$ и из формул (4) получаем

$$E_x = \frac{k^4 \rho I_0 \sin^2 \beta}{8\pi^2 \alpha} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} N_1(\omega') N_2(\omega) \frac{d\omega d\omega'}{\omega' - \omega}. \quad (6)$$

Здесь

$$N_1(\omega') = \frac{e^{i\omega' y_1 + i\gamma|z_1|}}{\gamma'(k - \omega' \cos \beta) \Psi_-(\omega')},$$

$$N_2(\omega) = \frac{e^{-i\omega y_2 + i\gamma|z_2|}}{\gamma(k + \omega \cos \beta) \Psi_+(\omega)}, \quad \gamma' = [k^2 - (\omega')^2]^{1/2}.$$

Остальные проекции вторичного поля могут быть выражены через E_x . Воспользовавшись тождеством

$$(\omega' - \omega)^{-1} = i \int_0^{\pm\infty} e^{i(\omega' - \omega)y} dy,$$

в котором верхний знак имеет место при $\text{Im}(\omega - \omega') > 0$, нижний при $\text{Im}(\omega - \omega') < 0$, преобразуем (6) к виду

$$E_x = \frac{ik^4 \rho I_0 \sin^2 \beta}{8\pi^2 \alpha} \int_0^{\infty} M_1(y) M_2(y) dy \quad (7)$$

или

$$E_x = \frac{ik^4 \rho I_0 \sin^2 \beta}{8\pi^2 \alpha} \left[2\pi M_0 + \int_0^{\infty} M_1(y) M_2(y) dy \right]. \quad (8)$$

В формулах (7) и (8)

$$M_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega(y_2 - y_1) + i\gamma(|z_2| + |z_1|)}}{\gamma^2 (k^2 - \omega^2 \cos^2 \beta) \Psi(\omega)} d\omega,$$

$$M_s = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega(y_s - y) + i\gamma|z_s|}}{\gamma(k + \omega \cos \beta) \Psi_+(\omega)} d\omega, \quad s=1, 2.$$

Первое слагаемое в (8) является решением задачи для случая бесконечной сетки. Формула (7) оказывается более удобной при асимптотическом вычислении интегралов $M_{1,2}$, если $y_1, y_2 < 0$, формула (8) — если $y_1, y_2 > 0$.

Пусть $y_1, y_2 > 0$. Вычислим входящие в (8) интегралы $M_{0,1,2}$. В интеграле M_0 обозначим $r_0 = [(y_2 - y_1)^2 + (|z_2| + |z_1|)^2]^{1/2}$, $\text{tg } \varphi_0 = (|z_2| + |z_1|)/(y_2 - y_1)$ и выполним подстановку $\omega = k \cos \tau$. Тогда

$$M_0 = -\frac{1}{k^3} \int_{\Gamma} e^{-ikr_0 \cos(\tau + \varphi_0)} [\sin \tau (1 - \cos^2 \tau \cos^2 \beta) \Psi(k \cos \tau)]^{-1} d\tau,$$

где Γ — путь интегрирования в плоскости τ (см. [4]). Деформируем путь интегрирования к линии наискорейшего спуска Γ' , проходящей через седловую точку $\tau = \pi - \varphi_0$, учтем, что при этом могут быть пере-

сечены полюсы подынтегральной функции $\tau=i\delta$ или $\tau=\pi-i\delta$, где $\delta = \text{arch}(1/\cos \beta)$. Считая, что $\beta \neq 0$, и, следовательно, при любом φ_0 полюсы не приближаются к седловой точке, а $kr_0 \rightarrow \infty$, для вычисления интеграла по Γ' можем применить известный результат метода перевала:

$$\int_{\Gamma'} e^{ikr_0 \cos(\tau+\varphi_0)} f(\tau) d\tau = - \sqrt{\frac{2\pi}{ikr_0}} e^{ikr_0} f(\pi-\varphi_0) + O([kr_0]^{-3/2}).$$

В итоге получаем

$$M_0 = \frac{\alpha}{k^3} \left\{ \sqrt{\frac{2\pi i}{kr_0}} e^{ikr_0} R_3(\varphi_0) + \frac{\pi i}{|\sin \beta| (1+\alpha|\text{tg} \beta|)} e^{-k(|z_1|+|z_2|)} \times \right. \\ \left. \times e^{ik_2|y_2-y_1|} [\chi(|\beta|-\varphi_0) + \chi(|\beta|+\varphi_0-\pi)] + O([kr_0]^{-3/2}) \right\}, \quad (9)$$

где

$$R_3(\varphi_0) = - \frac{1}{1-i\alpha \sin \varphi_0} \frac{1}{1-\cos^2 \beta \cos^2 \varphi_0}, \quad \chi(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}, \\ k_1 = k|\text{tg} \beta|, \quad k_2 = k/\cos \beta.$$

Аналогичным образом вычисляются и интегралы $M_{1,2}$:

$$M_s = \frac{1}{k} \left\{ \sqrt{\frac{2\pi}{ikr'_s}} e^{ikr'_s} [(1-\cos \beta \cos \varphi'_s) \Psi'_+(\pi-\varphi'_s)]^{-1} - \right. \\ \left. - 2\pi [|\sin \beta| \Psi'_+(\pi-i\delta)]^{-1} e^{-k_1|z'_s|} e^{ik_2|y_s-y|} \chi(|\beta|-\varphi_s) + O([kr'_s]^{-3/2}) \right\}. \quad (10)$$

Здесь

$$r'_s = [(y_s-y)^2 + z_s^2]^{1/2}, \quad \text{tg} \varphi'_s = |z_s|/(y_s-y), \quad s=1,2, \\ \Psi'_+(\tau) = \Psi_+(k \cos \tau).$$

Вторые слагаемые в (9), (10) претерпевают скачки при $\varphi_0=|\beta|, \pi-|\beta|, \varphi'_s=|\beta|$, однако величина скачков экспоненциально мала (порядка $e^{-k_1 r_0 |\sin \beta|}, e^{-k_1 r'_s |\sin \beta|}$). Пренебрегая величинами такого порядка, можем заменить на единицу сумму $[\chi(|\beta|-\varphi_0) + \chi(|\beta|+\varphi_0-\pi)]$ в (9) и множители $\chi(|\beta|-\varphi'_s)$ в (10).

После подстановки (9), (10) в (8) получаем интегралы по y , которые могут быть асимптотически вычислены методом стационарной фазы или интегрированием по частям.

Аналогично вычисляются входящие в (7), (8) интегралы и при других знаках y_1, y_2 , за исключением требующего особого рассмотрения случая, когда $z_1=z_2=0$, а y_1, y_2 имеют разные знаки.

Окончательное асимптотическое выражение для проекции E_x суммарного поля имеет следующий вид (индекс x далее опущен):

$$E^x = E^i + E(12) + E(1n2) + E(1P2) + E(1nP2) + E(1Pn2) + E(1nPn2), \quad (11)$$

где

$$E^i = B \frac{e^{ikr}}{\sqrt{kr}}, \quad E(12) = BR_3(\varphi_0) \frac{e^{ikr_0}}{\sqrt{kr_0}} \chi(\varphi_0-\varphi_2),$$

$$E(1n2) = BK_{\Pi} e^{-k(|z_1|+|z_2|)} e^{ik_2|y_2-y_1|} \chi(y_1)\chi(y_2),$$

$$E(1P2) = BD_3(\varphi_1, \varphi_2) \frac{e^{ik(r_1+r_2)}}{k\sqrt{r_1 r_2}},$$

$$E(1\Pi P2) = BK_{\Pi} e^{-k_1|z_1|} e^{ik_2 y_1} t_0(\varphi_2) \frac{e^{ikr_2}}{\sqrt{kr_2}} \chi(y_1),$$

$$E(1P\Pi 2) = B \frac{e^{ikr_1}}{\sqrt{kr_1}} t_0(\varphi_1) K_{\Pi} e^{-k_1|z_1|} e^{ik_2 y_2} \chi(y_2),$$

$$E(1\Pi P\Pi 2) = BK_{\Pi} \Gamma e^{-k_1(|z_1|+|z_2|)} e^{ik_2(y_1+y_2)} \chi(y_1)\chi(y_2),$$

$$B = -\frac{k\rho I_0}{2\sqrt{2\pi i}}, \quad K_{\Pi} = \sqrt{\frac{\pi i}{2}} \frac{|\sin \beta|}{1+\alpha|\operatorname{tg} \beta|},$$

$$D_0(\varphi_1, \varphi_2) = -\frac{\sin \varphi_2}{\sqrt{2\pi i}} R_0(\varphi_2) \frac{1+\cos \beta \cos \varphi_2}{1-\cos \beta \cos \varphi_1} \frac{G(\varphi_2, \pi-\varphi_1)}{\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2} \sqrt{v} \bar{K}(v),$$

$$G(\tau_1, \tau_2) = \frac{\Psi_+(k \cos \tau_1)}{\Psi_+(k \cos \tau_2)}, \quad \bar{K}(v) = e^{-iv} \int_v^{\infty} e^{ix} \frac{dx}{\sqrt{x}},$$

$$v = k(r_1+r_2-r_0); \quad \Gamma = -G(i\delta, \pi-i\delta),$$

$$t_0(\varphi_s) = \frac{i}{K_{\Pi}} |\operatorname{ctg} \beta| \sin \varphi_s R_0(\varphi_s) G(\varphi_s, \pi-i\delta), \quad s=1, 2,$$

$R_0(\varphi_{1,2})$ определяется формулой (9) при замене в ней φ_0 на φ_1 или φ_2 . Функция $\Psi_+(k \cos \tau)$ при $\alpha \ll 1$, $|\operatorname{Re} \tau| \leq \pi$, $|\operatorname{Im} \tau| \leq \sigma$ приближенно равна

$$\Psi_+(k \cos \tau) \approx \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{\frac{1+\alpha \cos \tau}{1+\cos \tau}} \exp \left\{ \frac{\pi i}{4} - \frac{\alpha i}{\pi} \times \right. \\ \left. \times \left[\left(1 + \ln \frac{2}{\alpha} \right) \cos \tau + \tau \sin \tau \right] \right\}$$

и в пределе при $\alpha \rightarrow 0$ $\Psi_+(k \cos \tau) \rightarrow [-i\alpha(1+\cos \tau)]^{-1/2}$.

Выражение (11) имеет следующий физический смысл. Первые три слагаемых в (11) являются решением задачи для бесконечной сетки: E^i — падающая волна; $E(12)$ — отраженная волна, если $z_1 z_2 > 0$; при $z_1 z_2 < 0$ сумма $E^i + E(12)$ дает прошедшую волну; $E(1\Pi 2)$ — поверхностная волна, амплитуда которой определяется «коэффициентом возбуждения» K_{Π} , а фазовая скорость $v_{\Phi} = c \cos \beta$. Остальные слагаемые обусловлены наличием ребра и имеют смысл волн, «возбужденных» и «отраженных» ребром экрана при падении на него распространяющихся от источника пространственных и поверхностных волн. Составляющая $E(1P2)$ — краевая пространственная волна. Ее амплитуда определяется множителем $D_0(\varphi_1, \varphi_2)$, аналогичным коэффициенту дифракции на идеально проводящей полуплоскости в ГТД [8] и с точностью до \sqrt{k} совпадающим с ним при $\alpha \rightarrow 0$, $|\beta| \rightarrow \pi/2$, $v \gg 1$. Слагаемое $E(1\Pi P2)$ есть пространственная волна, возбуждаемая ребром при падении на него поверхностной волны. Множитель $t_0(\varphi_2)$ назовем коэффициентом трансформации поверхностной волны в пространственную. Аналогично $E(1P\Pi 2)$ — поверхностная волна, возбуждаемая ребром при падении на него пространственной волны, $E(1\Pi P\Pi 2)$ — поверхностная волна, отраженная ребром при падении поверхностной волны. Коэффициент отражения поверхностной волны Γ по модулю не превосходит единицы, в частности $\Gamma \rightarrow -i|\operatorname{tg} \beta/2|$ при $\alpha \rightarrow 0$. Поверхностные волны сеткой не возбуждаются, если $\beta = 0, \pm \pi/2$. Отметим, что остальные проекции поля находятся дифференцированием (11), причем достаточно продифференцировать лишь экспоненциальные множители, производные же

от всех других множителей, включая $\bar{K}(v)$, дают величины порядка отброшенных ранее слагаемых.

1.3. Источник — нить магнитного тока I_M . Падающее поле в этом случае определяется формулами

$$\mathbf{A}_M^i = \frac{i}{4} I_M H_0^{(1)}(kr) \mathbf{x}_0, \quad \mathbf{E}^i = -\text{rot } \mathbf{A}_M^i, \quad \mathbf{H}^i = \frac{ik}{\rho} \times \\ \times (\mathbf{A}_M^i + k^{-2} \text{grad div } \mathbf{A}_M^i),$$

из которых следует

$$E_\xi^i = -\frac{1}{2} I_M \cos \beta \text{sign } z_1 e^{i\omega y_1 + i\gamma |z_1|}.$$

Тогда из (4) вместо (7), (8) получаем

$$H_x = -\frac{ik^2 I_M \cos \beta}{8\pi^2 \rho \alpha} \text{sign}(z_1 z_2) \int_0^\infty M_1'(y) M_2'(y) dy; \quad (12)$$

$$H_x = -\frac{ik^2 I_M \cos \beta}{8\pi^2 \rho \alpha} \text{sign}(z_1 z_2) \left[2\pi M_0' + \int_0^\infty M_1'(y) M_2'(y) dy \right], \quad (13)$$

где

$$M_0' = \int_{-\infty}^\infty \frac{e^{-i\omega(y_2 - y_1) + i\gamma(|z_2| + |z_1|)}}{(k^2 - \omega^2 \cos^2 \beta) \Psi(\omega)} d\omega, \quad M_s' = \int_{-\infty}^\infty \frac{e^{-i\omega(y_s - y) + i\gamma |z_s|}}{(k + \omega \cos \beta) \Psi_+(\omega)} d\omega.$$

После вычисления интегралов приходим к выражению, подобному (11):

$$H^z = H_A^z = H^i + H(12) + H(1\pi 2) + H(1P2) + \\ + H(1\pi P2) + H(1P\pi 2) + H(1\pi P\pi 2). \quad (14)$$

Слагаемые, входящие в (14), имеют тот же смысл, что и соответствующие слагаемые в (11), и могут быть получены из последних с помощью следующих замен: коэффициент B в падающей волне должен быть заменен на $B_M = -kI_M/2\rho\sqrt{2\pi i}$, в остальных слагаемых — на $B'_M = B_M \text{sign}(z_1 z_2)$; множители R_s, D_s, t_s следует заменить на множители R_M, D_M, t_M , определяемые формулами

$$R_M(\varphi_s) = \frac{1}{1 - i\alpha \sin \varphi_s} \frac{\cos^2 \beta \sin^2 \varphi_s}{1 - \cos^2 \beta \cos^2 \varphi_s} \quad (s = 0, 1, 2),$$

$$D_M(\varphi_1, \varphi_2) = -\frac{\sin \varphi_1}{\sqrt{2\pi i}} R_M(\varphi_2) \frac{1 + \cos \beta \cos \varphi_2}{1 - \cos \beta \cos \varphi_1} \times \\ \times \frac{G(\varphi_2, \pi - \varphi_1)}{\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2} \sqrt{v} \bar{K}(v),$$

$$t_M(\varphi_s) = \frac{1}{K_\pi} R_M(\varphi_s) G(\varphi_s, \pi - i\delta).$$

Коэффициенты K_π и G остаются теми же, что и в формуле (11).

Отметим, что в силу экспоненциального убывания с ростом $|z_2|$ поверхностные волны в (11) и (14) дают существенный вклад лишь при $\varphi_2 \rightarrow 0$, причем в этом случае обращаются в нуль амплитуды пространственных краевых волн $E(1P2), E(1\pi P2), H(1P2), H(1\pi P2)$. При

$r_1 \rightarrow \infty$ выражения (11) и (14) переходят в соотношения, полученные в [5] для случая плоских падающих волн.

2. ЛЕНТА

В соответствии с методом ГТД решение для ленты в первом приближении (без учета вторичной дифракции) можно представить суперпозицией геометрооптических и краевых волн. Пусть источник — нить электрического тока, $ik_1|z_{1,2}| \gg 1$, $kl \gg 1$, где l — ширина ленты (рис. 2).

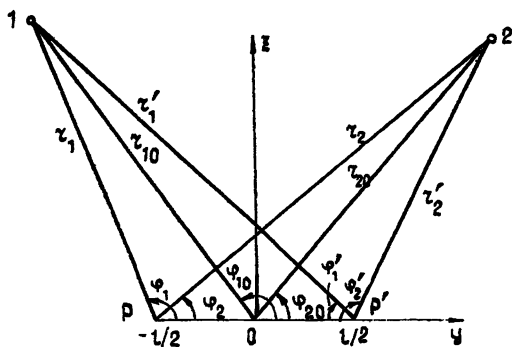


Рис. 2.

Тогда

$$E^{(4)} = E^i + E_{\pi}(12) + E(1P2) + E(1P'2), \quad (15)$$

где

$$E_{\pi}(12) = B \frac{e^{ikr_0}}{\sqrt{kr_0}} R_0(\varphi_0) \varepsilon, \quad \varepsilon = \begin{cases} 1 & \text{при } \varphi_1' \leq \varphi_0 \leq \pi - \varphi_1 \\ 0 & \text{при } \varphi_0 < \varphi_1' \text{ или } \varphi_0 > \pi - \varphi_1 \end{cases},$$

$E(1P'2)$ — краевая волна, возбуждаемая ребром P' .

Рассмотрим вторичную дифракцию волн. Как уже отмечалось, амплитуда пространственной краевой волны обращается в нуль при $\varphi_2 \rightarrow 0$, поэтому учет взаимодействия ребер ленты посредством пространственных краевых волн дает лишь поправки, имеющие порядок отброшенных ранее членов. Более существенным оказывается взаимодействие ребер через поверхностные волны, приводящее к появлению вторичных волн, амплитуды которых имеют такой же порядок по $1/k$, что и первичные.

Найдем выражение для вторичной волны $E(1P\Pi P'2)$, возникающей при падении на ребро P' поверхностной волны $E(1P\Pi P')$ от ребра P . Из физических соображений естественно считать, что волна $E(1P\Pi P')$ трансформируется в пространственную точно так же, как приходящая от источника 1 к ребру P поверхностная волна $E(1\Pi P)$ в пространственную волну $E(1\Pi P2)$. Тогда

$$E(1P\Pi P'2) = B \frac{e^{ikr_1}}{\sqrt{kr_1}} t_0(\varphi_1) K_{\Pi} e^{ik_2 l} t_0(\varphi_2') \frac{e^{ikr_2'}}{\sqrt{kr_2'}}. \quad (16)$$

Аналогичный вид имеет и выражение для $E(1P' \Pi P2)$.

Для нахождения волны $E(1P\Pi P' \Pi P2)$, являющейся результатом дифракции следующей кратности, учтем, что волна $E(1P\Pi P')$, распространяющаяся от ребра P к ребру P' , частично отражается от него и вновь возвращается к ребру P , трансформируясь им в пространственную волну:

$$E(1P\Pi P' \Pi P2) = B \frac{e^{ikr_1}}{\sqrt{kr_1}} t_0(\varphi_1) K_{\Pi} e^{ik_2 l} \Gamma e^{ik_2 l} t_0(\varphi_2) \frac{e^{ikr_2}}{\sqrt{kr_2}}, \quad (17)$$

и частично отражаясь к ребру P' . Трансформация этой поверхностной волны в пространственную дает волну $E(1PпP'пPпP'2)$ и т. д.

Таким образом, решение содержит бесконечное число волн, имеющих одинаковый порядок по $1/k$, однако его удается представить и в замкнутой форме, просуммировав волны от каждого ребра. Так, например, слагаемые $E(1PпP'2)$, $E(1PпP'пPпP'2)$, ... образуют убывающую геометрическую прогрессию, сумма которой равна $qE(1PпP'2)$, где

$$q = (1 - \Gamma^2 e^{2ih_1 l})^{-1}.$$

Суммируя таким же образом остальные слагаемые, получаем

$$E = E^{(0)} + q [E(1PпP'2) + E(1P'пP2) + E(1PпP'пP2) + E(1P'пPпP'2)]. \quad (18)$$

Такой же вид имеет решение задачи для ленты при возбуждении падающей волны магнитной нитью тока.

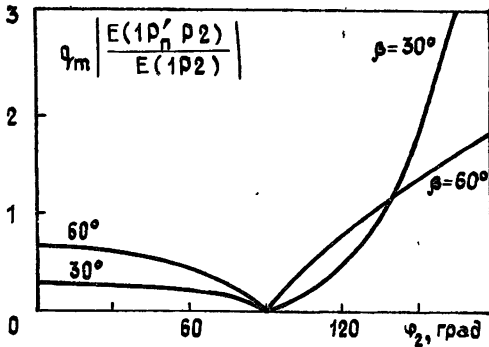


Рис. 3.

Расчеты показывают, что волны, образующиеся в результате многократной дифракции, имеют амплитуды, сравнимые с амплитудами волн первичной дифракции и даже превышающие их. В качестве примера на рис. 3 приведена зависимость от угла φ_2 отношения величин $|q_{\max} E(1P'пP2)|$ и $|E(1P2)|$; где $q_{\max} = (1 - |\Gamma|^2)^{-1}$.

В заключение рассмотрим случай, когда выполняются условия $l \ll r_{1,2}$ и, кроме того, $\alpha \rightarrow 0$. При этом из формулы (18) для рассеянного поля (без геометрикооптических членов) получаем

$$E'_p = D_0(\varphi_{10}, \varphi_{20}) e^{i(\gamma_1 + \gamma_2)} + D_0(\pi - \varphi_{10}, \pi - \varphi_{20}) e^{-i(\gamma_1 + \gamma_2)} + q K_{II} e^{ik_2 l} [t_0(\varphi_{10}) t_0(\pi - \varphi_{20}) e^{i(\gamma_1 - \gamma_2)} + t_0(\pi - \varphi_{10}) t_0(\varphi_{20}) e^{-i(\gamma_1 - \gamma_2)}] + [q K_{II} \Gamma e^{2ikh_1 l} [t_0(\varphi_{10}) t_0(\varphi_{20}) e^{i(\gamma_1 + \gamma_2)} + t_0(\pi - \varphi_{10}) t_0(\pi - \varphi_{20}) e^{-i(\gamma_1 + \gamma_2)}], \quad (19)$$

где

$$E'_p = E_p \left(B \frac{e^{ik(r_{10} + r_{20})}}{k \sqrt{r_{10} r_{20}}} \right)^{-1}, \quad \gamma_s = \frac{kl}{2} \cos \varphi_{s0},$$

$$D_0(\varphi_{10}, \varphi_{20}) = \sqrt{\frac{2i}{\pi}} \frac{\sin^2 \beta}{(1 - \cos \beta \cos \varphi_{10})(1 - \cos \beta \cos \varphi_{20})} \times \frac{\sin(\varphi_{10}/2) \sin(\varphi_{20}/2)}{\cos \varphi_{10} + \cos \varphi_{20}},$$

$$t_0(\varphi_{s0}) = -2 \sqrt{\frac{2}{\pi i}} \frac{|\sin \beta/2| \sqrt{\cos \beta} \sin \varphi_{s0}/2}{1 - \cos^2 \beta \cos^2 \varphi_{s0}};$$

$$K_{\pi} = \sqrt{\frac{\pi l}{2}} |\sin \beta|, \quad \Gamma = -i |\operatorname{tg} \beta/2|.$$

При возбуждении поля нитью магнитного тока выражение для рассеянного поля H'_p имеет подобный (19) вид. Кроме того, можно показать, что

$$H'_p = -\operatorname{ctg}^2 \beta \sin \varphi_{10} \sin \varphi_{20} E'_p, \quad (20)$$

где

$$H'_p = H_p \left(B_m \frac{e^{ik(r_{10}+r_{20})}}{k\sqrt{r_{10}r_{20}}} \right)^{-1}.$$

Формулы (19), (20) при $r_1 \rightarrow \infty$ переходят в решение для случая плоских падающих волн. Они остаются применимыми, когда $\beta \rightarrow 0$, причем $H'_p|_{\beta \rightarrow 0} \rightarrow E'_p|_{\beta \rightarrow \pi/2}$. При $\beta \rightarrow \pm\pi/2, 0$ полученные результаты согласуются с соответствующими результатами для сплошной идеально проводящей ленты [9].

Введем, как сделано в [9], характеристики рассеяния e и h , связанные с E'_p и H'_p соотношениями

$$E'_p = -\sqrt{\frac{2}{\pi i}} \frac{kl}{2} e, \quad H'_p = -\sqrt{\frac{2}{\pi i}} \frac{kl}{2} h. \quad (21)$$

Результаты расчета величины e при $kl/2 = \sqrt{28}$, $\varphi_{10} = \pi/2$ и нескольких значениях угла β представлены на рис. 4—7. Функция e_1 соответствует двум первым слагаемым в (19), e_2 — третьему слагаемому, e_3 — четвертому. При $|\beta| = \pi/2$, как следует из (19), $e_2 = e_3 = 0$. Наибольших значений функции e_2 и e_3 достигают при β , близком к 60° (при $\beta = 60^\circ$ $e_{2m} = 0,08$, $e_{3m} = 0,047$). В области боковых лепестков диаграммы рассеяния такой же порядок имеет и основное слагаемое e_1 .

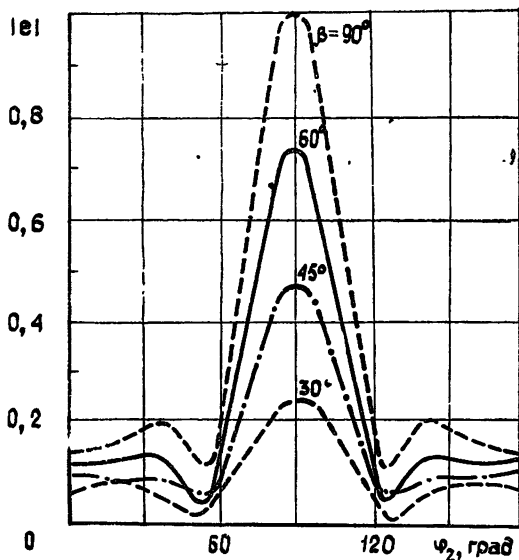


Рис. 4.

Таким образом, в работе получено решение задачи дифракции на полуплоскости, образованной параллельными проводниками; найдены асимптотические формулы для проволоочной ленты, учитывающие взаимодействие краев. Показано, что волны, образующиеся в результате

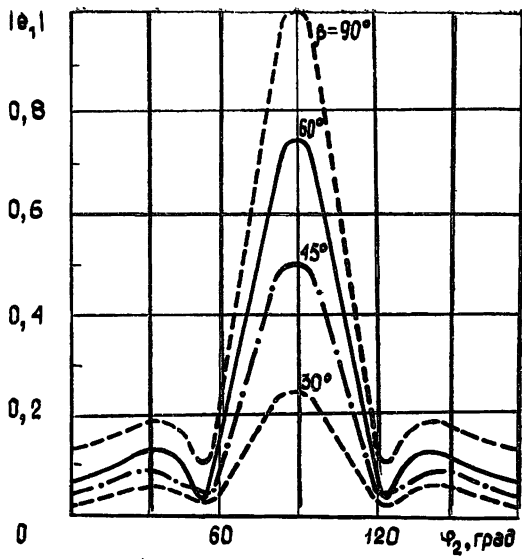


Рис. 5.

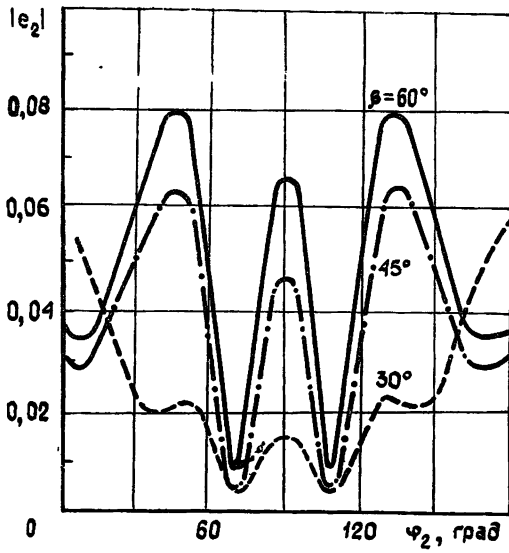


Рис. 6.

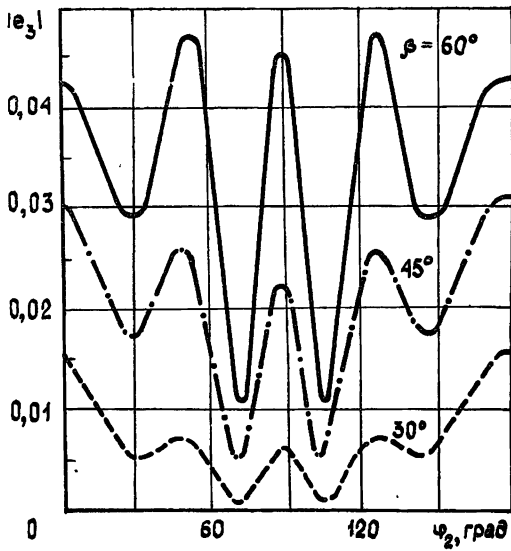


Рис. 7.

многократной дифракции, в случае сетчатого экрана могут играть более существенную роль, чем для сплошного металлического экрана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Численные методы теории дифракции. Сб. статей / Пер. с англ. / Под ред. В. А. Боровикова. — М.: Мир, 1982. — 200 с.
2. Фельд Я. Н. — Радиотехника и электроника, 1958, 3, № 7, с. 882.
3. Безменов А. Е. — Радиотехника, 1958, 4, № 3, с. 271.
4. Розов В. А., Третьяков С. А. — Радиотехника и электроника, 1981, 26, № 11, с. 2254.
5. Розов В. А., Третьяков С. А. — Радиотехника и электроника, 1984, 29, № 5, с. 856.
6. Вяхирев Н. И., Яцкевич В. А. — Изв. вузов — Радиоэлектроника, 1981, 24, № 2, с. 109.
7. Инспекторов Э. М. — Изв. вузов — Радиоэлектроника, 1982, 25, № 8, с. 21.
8. Боровиков В. А., Кинбер Б. Е. Геометрическая теория дифракции. — М.: Связь, 1978. — 247 с.
9. Уфимцев П. Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. — М.: Сов. радио, 1962. — 242 с.

Ленинградский политехнический
институт

Поступила в редакцию
29 апреля 1986 г.

ELECTROMAGNETIC WAVES DIFFRACTION BY A HALF-PLANE AND A STRIP FORMED BY PARALLEL WIRES

V. A. Rozov

Electromagnetic wave diffraction by grid screens as a half-plane and a strip, formed by parallel wires, is solved. Wires are placed under an arbitrary angle to the screen edges. The first problem is solved by the method of the factorization using Kontorovich's average boundary conditions. The solution of the second problem is based on the geometric diffraction theory method. Multiple diffraction of surface waves is taken into account. Scattering characteristics of the strip are presented.

Аннотации депонированных статей

УДК 537.874.6:621.371.332.2

ПОЛЕ ВБЛИЗИ ОСТРИЯ КРУГОВОГО КОНУСА С РАДИАЛЬНЫМИ ЩЕЛЯМИ

В. А. Дорошенко, В. Г. Сологуб

Проведен анализ дифрагированного поля вблизи вершины незамкнутой конической поверхности в случае дифракции плоской электромагнитной волны на идеально проводящем круговом конусе с периодически прорезанными вдоль образующих щелями с помощью подхода, основанного на применении интегрального преобразования Конторовича—Лебедева и метода частичного обращения оператора. В случаях «полупрозрачного» конуса, когда число щелей велико и их ширина либо значительно меньше, либо сравнима с периодом конуса с узкой щелью, узкого конического сектора, конуса с малым углом раствора, исследована структура поля и показано, что радиальные щели существенно влияют на характер его поведения вблизи вершины.

Статья депонирована в ВИНТИ,
рег. № 2289—В 88. Деп. от 23 марта 1988 г.