ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXXI, № 4 РАДИОФИЗИКА 1988

УДК 538.4

ДИФРАКЦИЯ МГД ВОЛН НА ВОЛНООБРАЗНОЙ ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

А. А. Александрова, Н. А. Хижняк

На основании интегральных уравнений магнитной гидродинамики рассмотрена в линейном приближении задача дифракции альфвеновских и магнитозвуковых волн на плоской промодулированной бегущей синусоидальной волновой границе раздела двух МГД сред. Проведен анализ полученных результатов.

Изучение физических явлений в межпланетном пространстве и в солнечной короне показало наличие в них МГД флуктуаций [1], которые хорошо моделируются в рамках магнитной гидродинамики [2]. В настоящее время явления преломления и отражения магнитогидродинамических (МГД) волн на плоской границе раздела двух сред достаточно изучены [3,4]. Однако существует широкий класс задач по дифракции волн на периодически неоднородных границах раздела. Такие задачи представляют интерес и в магнитной гидродинамике, где существующая граница раздела может порождаться пространственно неоднородными периодическими магнитными полями либо же пространственно периодическими потоками заряженных частиц. Поэтому в настоящей работе рассматривается задача о рассеянии МГД волн границей раздела двух МГД сред, представляющей собой плоскость, промодулированную бегущей синусоидальной волной.

Пусть оси $0X$, $0Y$ лежат на рассеивающей невозмущенной плоскости раздела двух сред, характеризующихся параметрами (ρ_i, $\boldsymbol{B}_i$, V_{si}) $i=1,2$ (плотностью, постоянным магнитным полем, звуковой скоростью), а ось $0Z$ направлена перпендикулярно этой плоскости внутрь среды $i=2$. Пусть возмущение

$$\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{e}_z \xi_0 \sin(-\varkappa y + \Omega t), \tag{1}$$

где $\boldsymbol{\xi}(\boldsymbol{r}, t)$ — вектор смещения границы раздела двух сред под действием некоторой сторонней силы. Согласно [5] поле как во внешней ($i=1$), так и во внутренней ($i=2$) средах задается с помощью интегральных уравнений магнитной гидродинамики, полностью эквивалентных дифференциальным уравнениям магнитной гидродинамики [2] и граничным условиям на границе раздела сред, что упрощает рассмотрение задач с движущейся границей:

$$\begin{gathered}\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{u}_{\text{пад}}(\boldsymbol{r}, t) + (V_{s1}^2 - V_{s2}^2)\hat{\Psi}\operatorname{grad}\operatorname{div}\int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{v(t')} \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}', t') \times \\ \times \hat{G}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}', t, t')\, d\boldsymbol{r}' + \frac{\hat{\Psi}}{B_1}\left[V_{A1}^2 \boldsymbol{s}_1 - \frac{B_1}{B_2} V_{A2}^2 \boldsymbol{s}_2, \operatorname{rot}\frac{\partial}{\partial t} \times \right. \\ \left. \times \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{v(t')} \boldsymbol{b}(\boldsymbol{r}', t') \hat{G}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}', t, t')\, d\boldsymbol{r}'\right] - V_{A1}^2 \hat{\Psi} \times \\ \times \left[\boldsymbol{s}_1, \operatorname{rot}\operatorname{rot}\left[\boldsymbol{s}_1 - \frac{B_2}{B_1}\boldsymbol{s}_2, \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{v(t')} \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}', t') \hat{G}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}', t, t')\, d\boldsymbol{r}'\right]\right],\end{gathered} \tag{2}$$

где оператор

$$\hat{\Psi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -V_{A1}^2\Delta + \dfrac{\partial^2}{\partial t^2} - V_{s1}^2 \dfrac{\partial^2}{\partial x_3^2} & V_{s1}^2 \dfrac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_3} \\ 0 & V_{s1}^2 \dfrac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_3} & -V_{s1}^2 \dfrac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial t^2} \end{pmatrix} \tag{3}$$

записан в базисе $\langle e_1, e_2, e_3 \rangle$; $e_1 = e_x$, e_z параллельно единичному вектору магнитного поля $s_1 = B_1/B_1$, а e_3 — перпендикулярно ему, e_2, e_3 лежат в плоскости $\{y, z\}$; $B_i = \{0, B_{iy}, B_{iz}\}$; $v(t')$ — зависящий от времени объем внутренней среды. $\hat{G} = \begin{pmatrix} G^A & 0 \\ 0 & G^M \end{pmatrix}$ — функция Грина, G^A ответственна за альфвеновские волны, G^M — за магнитозвуковые:

$$G_A = -\frac{1}{2V_{A1}s_{1z}} \delta(x - x')\delta\left(y - y' - \frac{(z - z')}{s_{1z}} s_{1y}\right) \times$$
$$\times \theta\left(t - t' - \frac{|z - z'|}{V_{A1}s_{1z}}\right); \tag{4}$$

$$G^M = \frac{1}{(2\pi)^4} \int\limits_{\sigma i - \infty}^{\sigma i + \infty} \exp\left[-iq(t - t')\right] dq \times$$
$$\times \iiint\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left[ip(r - r')\right] dp}{q^4 - q^2(V_{A1}^2 + V_{s1}^2)p^2 + V_{A1}^2 V_{s1}^2 p^2 (p, s_1)^2}, \tag{5}$$

V_A — альфвеновская скорость; $b(r, t)$, $u(r, t)$ — отклонения магнитного поля и поля скоростей от заданных равновесных значений.

Пусть на модулированную бегущей синусоидой плоскость падает плоская волна, представляющая собой пакет волн: альфвеновской, имеющей компоненты u_x, b_x, и ускоренной (+) и замедленной (—) магнитозвуковых волн u_j, b_j, $j = 2, 3$, вида

$$u_{\text{пад}\,x}(r, t) = u_{0x} \exp\left[-ik_{A0}r + i\omega_0 t\right],$$
$$k_{A0} = \omega_0 n_{A0}/V_{A1}(n_{A0}, s_1), \tag{6}$$
$$u_{\text{пад}\,j}(r, t) = u_{0j}^{+} \exp\left[-ik_0^{+} r + i\omega_0 t\right] + u_{0j}^{-} \exp\left[-ik_0^{-} r + \right.$$
$$\left. + i\omega_0 t\right], \quad j = 2, 3,$$

где $k_0^{\pm}$ удовлетворяет следующему дисперсионному уравнению:

$$\omega_0^4 - \omega_0^2 (V_{A1}^2 + V_{s1}^2) k_0^2 + V_{A1}^2 V_{s1}^2 k_0^2 (k_0 s_1)^2 = 0. \tag{7}$$

Для нахождения внутреннего ($i = 2$) и внешнего ($i = 1$) полей будем считать, что возмущение ξ мало по сравнению с размерами рассеивающей неоднородности, т. е. приближение касается учета движения границы неоднородности. Тогда решение можно представить в виде

$$u = \sum_n u^{(n)}, \quad u^{(n)} \sim |\xi|^n, \quad b = \sum_n b^{(n)}, \quad b^{(n)} \sim |\xi|^n, \tag{8}$$

Справедливость представления решения в виде ряда (8) при гармоническом возмущении подтверждается работами [6,7], в последней приводится доказательство сходимости аналогичного ряда.

С учётом высказанного предположения преобразуем объемный интеграл в (2) следующим образом. Перейдем в подынтегральном выражении к лагранжевым координатам $\boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r}_0 + \xi(\boldsymbol{r}_0, t)$, где $\boldsymbol{r}_0$ — координата точки тела в начальный момент времени. При этом преобразовании возмущенный объем $v(t)$ перейдет в невозмущенный, но в общем случае зависящий от времени объем $v_0(t)$ и интеграл будет равен

$$\int\limits_{v(t')} \varphi(\boldsymbol{r}', t')\, d\boldsymbol{r}' = \int\limits_{v_0(t')} \varphi(\boldsymbol{r}_0 + \xi, t') \left| \frac{\partial(\boldsymbol{r}')}{\partial(\boldsymbol{r}_0)} \right| d\boldsymbol{r}_0, \tag{9}$$

где $\varphi(\boldsymbol{r}, t)$ — произвольная функция, $\left| \frac{\partial(\boldsymbol{r}')}{\partial(\boldsymbol{r}_0)} \right|$ — якобиан данного преобразования. При малом возмущении подынтегральную функцию и якобиан можно разложить в ряд Тейлора:

$$\varphi(\boldsymbol{r}_0 + \xi) = \varphi(\boldsymbol{r}_0) + (\xi, \nabla)\,\varphi(\boldsymbol{r}_0) + \ldots, \qquad \left| \frac{\partial(\boldsymbol{r}')}{\partial(\boldsymbol{r}_0)} \right| = 1 + \operatorname{div} \xi + \ldots$$

Тогда тождество (9) с точностью до ξ в первой степени примет вид

$$\int\limits_{v(t')} \varphi(\boldsymbol{r}', t')\, d\boldsymbol{r}' = \int\limits_{v_0(t')} \varphi(\boldsymbol{r}_0, t')\, d\boldsymbol{r}_0 + \oint\limits_{S_0(t')} \varphi(\boldsymbol{r}_0, t')\,(\xi, d\boldsymbol{s}). \tag{10}$$

Подставляя ряды (8) в исходное уравнение и учитывая (10), получим уравнение для n-го члена ряда

$$\begin{gathered} \boldsymbol{u}^{(n)}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{u}_n(\boldsymbol{r}, t) + (V_{s1}^2 - V_{s2}^2)\hat{\Psi} \operatorname{grad}\operatorname{div} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dt' \int\limits_{v_0(t')} \boldsymbol{u}^{(n)} \times \\ \times \hat{G}\, d\boldsymbol{r}_0 + \frac{\hat{\Psi}}{B_1} \left[V_{A1}^2 \boldsymbol{s}_1 - \frac{B_1}{B_2} V_{A2}^2 \boldsymbol{s}_2, \operatorname{rot} \frac{\partial}{\partial t} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dt' \int\limits_{v_0(t')} \boldsymbol{b}^{(n)} \times \right. \\ \left. \times \hat{G}\, d\boldsymbol{r}_0 \right] - V_{A1}^2 \hat{\Psi} \left[\boldsymbol{s}_1, \operatorname{rot}\operatorname{rot} \left[\boldsymbol{s}_1 - \frac{B_2}{B_1} \boldsymbol{s}_2, \int\limits_{-\infty}^{\infty} dt' \int\limits_{v_0(t')} \boldsymbol{u}^{(n)} \hat{G}\, d\boldsymbol{r}_0 \right] \right]. \end{gathered} \tag{11}$$

Свободный член этого уравнения определяется соотношениями:

$$\begin{gathered} \boldsymbol{u}_0(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{u}_{\text{пад}}(\boldsymbol{r}, t), \\ \boldsymbol{u}_n(\boldsymbol{r}, t) = (V_{s1}^2 - V_{s2}^2)\, \hat{\Psi} \operatorname{grad}\operatorname{div} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dt' \oint\limits_{S_0(t')} \boldsymbol{u}^{(n-1)} \times \\ \times \hat{G}(\xi, d\boldsymbol{s}) + \frac{\hat{\Psi}}{B_1} \left[V_{A1}^2 \boldsymbol{s}_1 - \frac{B_1}{B_2} V_{A2}^2 \boldsymbol{s}_2, \operatorname{rot} \frac{\partial}{\partial t} \times \right. \\ \times \int\limits_{-\infty}^{\infty} dt' \oint\limits_{S_0(t')} \boldsymbol{b}^{(n-1)} \hat{G}(\xi, d\boldsymbol{s}) - V_{A1}^2 \hat{\Psi} \times \\ \times \left[\boldsymbol{s}_1, \operatorname{rot}\operatorname{rot} \left[\boldsymbol{s}_1 - \frac{B_2}{B_1} \boldsymbol{s}_2, \int\limits_{-\infty}^{\infty} dt' \oint\limits_{S_0(t')} \boldsymbol{u}^{(n-1)} \hat{G}(\xi, d\boldsymbol{s}) \right] \right]. \end{gathered} \tag{12}$$

Таким образом, возмущение включено в свободный член (12), и решение поставленной задачи проводится по следующей схеме. В нулевом приближении уравнение (11) описывает задачу о преломлении и отражении МГД плоской волны плоской границей раздела двух МГД сред. Решение такой задачи получено авторами в [3, 4] (в нулевом приближении решение уравнения (11) выражается через невозмущенное падающее поле $u_{пад}(r, t)$). Затем вычисляется интеграл, определяющий свободный член в следующем приближении, и по той же схеме находится поле в первом приближении и т. д.

Согласно [3, 4] поле прошедшей волны в нулевом приближении имеет вид

$$u_j^{(0)}(r, t) = u_j^{+(0)} \exp\left[-ik^{+(0)} r + i\omega^{(0)} t\right] + u_j^{-(0)} \times$$
$$\times \exp\left[-ik^{-(0)} r + i\omega^{(0)} t\right], \quad j = 2, 3, \tag{13}$$
$$u_x^{(0)}(r, t) = u_x^{(0)} \exp\left[-ik_A^{(0)} r + i\omega^{(0)} t\right].$$

Фазовые характеристики внутреннего поля определяются следующими соотношениями:

а) для альфвеновской волны

$$\omega^{(0)} = \omega_0, \quad k_A^{(0)} = \omega_0 n_A^{(0)} / V_{A2}(n_A^{(0)} s_2), \quad n_A^{(0)} = \{0, \cos\beta_A, \sin\beta_A\}, \tag{14}$$

где угол преломления β_A выражается через угол падения α_A соотношением

$$V_{A1}^2 (s_{1y} + s_{1z} \operatorname{ctg} \alpha_A) = V_{A2}^2 (s_{2y} + s_{2z} \operatorname{ctg} \beta_A); \tag{15}$$

б) для магнитозвуковых волн

$$\omega^{(0)} = \omega_0, \quad k^{\pm(0)} = k^{\pm} n^{\pm}, \quad n^{\pm} = \{0, \cos\beta^{\pm}, \sin\beta^{\pm}\}, \tag{16}$$

где $k^{\pm}$ определяется соотношением

$$\omega_0^4 - \omega_0^2 (V_{A2}^2 + V_{s2}^2)(k^{+})^2 + V_{s2}^2 V_{A2}^2 (k^{\pm})^2 (k^{\pm}, s_2)^2 = 0, \tag{17}$$

а углы преломления $\beta^{\pm}$ выражаются через углы падения $\alpha^{\pm}$:

$$k^{\pm} \sin\beta^{\pm} = k_0^{\pm} \sin^{\pm}\alpha.$$

Аналогично записывается поле отраженной волны:

а) альфвеновской

$$u_x^{(0)}(r, t) = u_{отр\,x}^{(0)} \exp\left[-ik_{A0y} y + i(k_0 + k_{A0y} s_{1y})(z/s_{1z}) + \right.$$
$$\left. + i\omega_0 t\right], \quad k_0 = \omega_0 / V_{A1}; \tag{18}$$

б) магнитозвуковых

$$u_j^{(0)}(r, t) = u_{отр\,j}^{+(0)} \exp\left[-ik_{0y}^{+} y + ik_{0z}^{+} z + i\omega_0 t\right] + u_{отр\,j}^{-(0)} \times$$
$$\times \exp\left[-ik_{0y}^{-} y + ik_{0z}^{-} z + i\omega_0 t\right]. \tag{19}$$

Амплитуды прошедших и отраженных волн в нулевом приближении получены в [3, 4].

Уравнение нулевого приближения не содержит возмущения, поэтому рассмотрим уравнение первого приближения, где возмущение учитывается линейным образом. Для его решения вычислим свободный член:

а) для альфвеновской волны

$$u_{x1}(r, t) = \frac{V_{A1}^2 (s_1 k_{A1})^2 - V_{A2}^2 (s_2 k_{A1})^2}{4V_{A1} s_{12}(\omega_0 + \Omega)} u_{0x} \exp\left[-ik_{A1} r + i\omega_1 t\right] +$$
$$+ \frac{V_{A1}^2 (s_1 k_{A2})^2 - V_{A2}^2 (s_2 k_{A2})^2}{4V_{A1} s_{1z}(\omega_0 - \Omega)} u_{0x} \exp\left[-ik_{A2} r + i\omega_2 t\right], \tag{20}$$

где

$$\boldsymbol{k}_{A1} = \left\{0,\ k_{A0y} + \varkappa,\ \frac{\omega_1}{V_{A1}\, s_{1z}} - \frac{s_{1y}}{s_{1z}}\,(k_{A0y} + \varkappa)\right\},\quad \omega_1 = \omega_0 + \Omega\,,$$

$$\boldsymbol{k}_{A2} = \left\{0,\ k_{A0y} - \varkappa,\ \frac{\omega_2}{V_{A1}\, s_{1z}} - \frac{s_{1y}}{s_{1z}}\,(k_{A0y} - \varkappa)\right\},\quad \omega_2 = \omega_0 - \Omega\,,$$

$$\boldsymbol{k}_{A1} = \frac{(\omega_0 + \Omega)\,\boldsymbol{n}_1}{V_{A1}\,(\boldsymbol{n}_1\,\boldsymbol{s}_1)},\quad \boldsymbol{k}_{A2} = \frac{(\omega_0 - \Omega)\,\boldsymbol{n}_2}{V_{A1}\,(\boldsymbol{n}_2\,\boldsymbol{s}_1)}\,;$$

б) для магнитозвуковых волн

$$\begin{gathered} \underset{j=2,3}{u_{j1}} = \sum_{m=1}^{2} \{u_{j1m}^{+} \exp\,[-i\boldsymbol{k}_m^{+}\boldsymbol{r} + i\omega_1 t] + u_{j1m}^{-} \exp\,[-i\boldsymbol{k}_m^{-}\boldsymbol{r} + i\omega_2 t]\}, \\ \omega_1 = \omega_0 + \Omega\,,\quad \boldsymbol{k}_1^{\pm} = \{0,\, k_{0y}^{+} + \varkappa,\, q_1^{\pm}\}, \\ \omega_2 = \omega_0 - \Omega\,,\quad \boldsymbol{k}_2^{\pm} = \{0,\, k_{0y}^{\pm} - \varkappa,\, q_2^{\pm}\}, \end{gathered} \tag{21}$$

где $k_m^{\pm}$ являются решением дисперсионного уравнения

$$\omega_m^4 - \omega_m^2\,(V_{A1}^2 + V_{s1}^2)\,(\boldsymbol{k}_m^{\pm})^2 + V_{s1}^2\,V_{A1}^2\,(\boldsymbol{k}_m^{\pm})^2(\boldsymbol{k}_m^{\pm},\,\boldsymbol{s}_1)^2 = 0, \tag{22}$$

u_{j1m} определяются через u_{0j} следующими формулами:

$$\begin{gathered} \begin{pmatrix} u_{21m}^{\pm} \\ u_{31m}^{\pm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{s1}^2\,(k_{m3}^{\pm})^2 + V_{A1}^2\,(\boldsymbol{k}_m^{\pm})^2 - \omega_m^2 & -V_{s1}^2\,k_{m2}^{\pm}\,k_{m3}^{\pm} \\ -V_{s1}^2\,k_{m2}^{\pm}\,k_{m3}^{\pm} & V_{s1}^2\,(k_{m2}^{\pm})^2 - \omega_m^2 \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} (V_{s1}^2 - V_{s2}^2)\,(k_{m2}^{\pm})^2 - V_{A2}^2\,s_{23}^2\,(\boldsymbol{k}_m^{\pm})^2 & (V_{s1}^1 - V_{s2}^2)\,k_{m2}^{\pm}\,k_{m3}^{\pm} + V_{A2}^2\,s_{23}\,s_{23}\,(\boldsymbol{k}_m^{+})^2 \\ (V_{s1}^2 - V_{s2}^2)\,k_{m2}^{\pm}k_{m3}^{\pm} + V_{A2}^2\,s_{23}s_{22}(\boldsymbol{k}_m^{\pm})^2 & (V_{s1}^2 - V_{s2}^2)\,(k_{m3}^{\pm})^2 - V_{A2}^2\,s_{22}^{2}\,(\boldsymbol{k}_m^{\pm})^2 + V_{A1}^2\,(\boldsymbol{k}_m^{\pm})^2 \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} \dfrac{u_{20}^{+}}{\delta_1(q_m^{\pm})} + \dfrac{u_{20}^{-}}{\delta_2(q_m^{\pm})} \\ \dfrac{u_{30}^{+}}{\delta_1(q_m^{\pm})} + \dfrac{u_{30}^{-}}{\delta_2(q_m^{\pm})} \end{pmatrix},\quad \begin{aligned} \boldsymbol{k}_m^{\pm} &= \{0,\, k_{m2}^{\pm},\, k_{m3}^{\pm}\}, \\ k_{1y}^{\pm} &= k_{0y}^{\pm} + \varkappa, \\ k_{2y}^{+} &= k_{0y}^{\pm} - \varkappa, \end{aligned} \\ \delta_i\,(q_m^{\pm}) = 2\,\{-\omega_i^2\,(V_{A1}^2 + V_{s1}^2)\,q_m^{\pm} + V_{A1}^2\,V_{s1}^2\,[(s_{1y}\,k_{iy}^{\pm} + \\ + q_m^{\pm}\,s_{1z})\,k_{iy}^{\pm} + (s_{1y}\,k_{iy}^{\pm} + q_m^{\pm}\,s_{1z})^2\,q_m^{\pm}]\},\quad i = 1,2, \end{gathered} \tag{23}$$

где $q_m^{\pm}$ — корни уравнения относительно p_z:

$$\begin{gathered} \omega_m^4 - \omega_m^2\,(V_{A1}^2 + V_{s1}^2)[(k_{my}^{\pm})^2 + p_z^2] + V_{s1}^2\,V_{A1}^2\,[s_{1y}\,k_{my}^{\pm} + p_z\,s_{1z}]^2 \times \\ \times\,[(k_{my}^{\pm})^2 + p_z^2] = 0. \end{gathered}$$

Считая формально за падающее поле вычисленные компоненты поля первого приближения u_{x1}, u_{j1}, $j=2,3$ (20), (21), найдем прошедшее поле в первом приближении. Поскольку так называемое падающее поле представляет собой пакет уже шести волн (двух альфвеновских и четырех магнитозвуковых), то прошедшее поле в первом приближении представляет также шесть плоских волн:

а) альфвеновских

$$u_x^{(1)}(\boldsymbol{r}, t) = \frac{2u'_{x1}\,\omega_1^{(1)}\,V_{A1}\,[\omega_1^{(1)}/V_{A1} - \boldsymbol{k}_{A1}^{(1)}\,s_1]}{V_{A1}^2(\boldsymbol{k}_{A1}^{(1)}\,s_1)^2 - V_{A2}^2(\boldsymbol{k}_{A1}^{(1)}\,s_2)^2}\exp[-i\boldsymbol{k}_{A1}^{(1)}\boldsymbol{r} + i\omega_1^{(1)}t] +$$

$$+\frac{2u''_{x1}\,\omega_2^{(1)}\,V_{A1}\,[\omega_2^{(1)}/V_{A1} - \boldsymbol{k}_{A2}^{(1)}\,s_1]}{V_{A1}^2(\boldsymbol{k}_{A2}^{(1)}\,s_1)^2 - V_{A2}^2(\boldsymbol{k}_{A2}^{(2)}\,s_2)^2}\exp[-i\boldsymbol{k}_{A2}^{(1)}\boldsymbol{r} + i\omega_2^{(1)}t], \tag{24}$$

где u'_x, u''_x — амплитуды волн в (20),

$$\omega_1^{(1)} = \omega_0 + \Omega, \quad \omega_2^{(1)} = \omega_0 - \Omega, \tag{24'}$$

$$\boldsymbol{k}_{Ai}^{(1)} = \omega_i^{(1)}\,\boldsymbol{n}_{Ai}/V_{A2}(\boldsymbol{n}_{Ai}\,s_2), \quad \boldsymbol{n}_{Ai} = \{0, \sin\beta_{Ai}^{(1)}, \cos\beta_{Ai}^{(1)}\}, \quad i = 1,2,$$

угол преломления $\beta_{Ai}^{(1)}$ в первом приближении находится из соотношений, аналогично (16), с той лишь разницей, что под углом падения необходимо подразумевать $\alpha_{Ai}^{(1)}$, $i = 1, 2$, полученное из соотношения

$$s_{1y} + s_{1z}\operatorname{ctg}\alpha_{A1}^{(1)} = \frac{(\omega_0 + \Omega)(s_{1y} + s_{1z}\operatorname{ctg}\alpha_A)}{\omega_0 + \varkappa V_{A1}(s_{1y} + s_{1z}\operatorname{ctg}\alpha_A)},$$

$$s_{1y} + s_{1z}\operatorname{ctg}\alpha_{A2}^{(1)} = \frac{(\omega_0 - \Omega)(s_{1y} + s_{1z}\operatorname{ctg}\alpha_A)}{\omega_0 + \varkappa V_{A1}(s_{1y} + s_{1z}\operatorname{ctg}\alpha_A)}, \tag{25}$$

б) магнитозвуковых

$$\underset{j=2,3}{u_j^{(1)}}(\boldsymbol{r}, t) = \sum_{m=1}^{2}\{u_{jm}^{+(1)}\exp[-i\boldsymbol{k}_m^{+(1)}\boldsymbol{r} + i\omega_m^{(1)}t] +$$

$$+ u_{jm}^{-(1)}\exp[-i\boldsymbol{k}_m^{-(1)}\boldsymbol{r} + i\omega_m^{(1)}t]\}, \tag{26}$$

где $\omega_1^{(1)} = \omega_0 + \Omega$, $\omega_2^{(1)} = \omega_0 - \Omega$, $\boldsymbol{k}_m^{\pm(1)}$ удовлетворяет дисперсионному уравнению

$$\omega_m^4 - \omega_m^2(V_{A2}^2 + V_{s2}^2)(\boldsymbol{k}_m^{\pm(1)})^2 + V_{A2}^2 V_{s2}^2(\boldsymbol{k}_m^{\pm(1)})(\boldsymbol{k}_m^{\pm(1)}\,s_2)^2 = 0, \tag{27}$$

направления распространения определяются соотношением

$$k_{0y}^{\pm} \pm \varkappa = k_m^{\pm(1)}\sin\beta_m^{\pm},$$

$\beta_m^{\pm}$ — углы преломления магнитозвуковых волн; $u_{jm}^{+(1)}$ определяются из соотношений, аналогичных для амплитуд в нулевом приближении [3,4]. Таким образом, с точностью до ξ в первой степени как прошедшее, так и отраженное поле будет состоять из девяти волн с разными частотами, волновыми векторами и амплитудами. Выпишем эти волны.

а) *Прошедшее поле.*

С частотой $\omega = \omega_0$: волны типа (13) с волновыми числами $\boldsymbol{k}_A^{(0)}$ (14), $\boldsymbol{k}^{\pm(0)}$ (17).

С частотой $\omega = \omega_0 \pm \Omega$: волны типа (24), (26) с волновыми числами $\boldsymbol{k}_{Ai}^{(1)}$ (24.1), $\boldsymbol{k}_i^{\pm(1)}$ (27).

б) *Отраженное поле.*

С частотой $\omega = \omega_0$: волны типа (18), (19) с волновыми числами $\tilde{\boldsymbol{k}}_{A0}$, $\tilde{\boldsymbol{k}}_0^{\pm}$:

$$\tilde{\boldsymbol{k}}_{A0} = \{0, -k_{A0y}, (k_0 + k_{A0}s_{1y})/s_{1z}\},$$

$$\tilde{\boldsymbol{k}}_0^{\pm} = \{0, -k_{0y}^{\pm}, k_{0z}^{\pm}\}.$$

С частотами $\omega = \omega_0 \pm \Omega$:
альфвеновские волны

$$\exp\left[-i\tilde{k}_{A1}^{(1)} r + i(\omega_0 + \Omega)t\right], \quad \exp\left[-i\tilde{k}_{A2}^{(1)} r + i(\omega_0 - \Omega)t\right],$$

где

$$\tilde{k}_{A1}^{(1)} = \{0, -(k_{A0y} + \varkappa), \quad k_0 + (k_{A0y} + \varkappa) s_{1y}/s_{1z}\},$$

$$\tilde{k}_{A2}^{(1)} = \{0, -(k_{A0y} - \varkappa), \quad k_0 + (k_{A0y} - \varkappa) s_{1y}/s_{1z}\},$$

и магнитозвуковые —

$$\exp\left[-i\tilde{k}_1^{\pm(1)} r + i(\omega_0 + \Omega)t\right],$$

$$\exp\left[-i\tilde{k}_2^{\pm(1)} r + i(\omega_0 - \Omega)t\right],$$

где $\tilde{k}_m^{\pm(1)}$ удовлетворяют (27), причем

$$\tilde{k}_1^{\pm(1)} = \left\{0, -(k_{0y}^{\pm} + \varkappa), \quad \sqrt{(k_1^{\pm(1)})^2 - (k_{0y}^{\pm} + \varkappa)^2}\right\},$$

$$\tilde{k}_2^{\pm(1)} = \left\{0, -(k_{0y}^{\pm} - \varkappa), \quad \sqrt{(k_2^{\pm(1)})^2 - (k_{0y}^{\pm} - \varkappa)^2}\right\}.$$

Таким образом, видим, что волновые векторы как прошедших, так и отраженных волн с частотами $\omega_0 \pm \Omega$ (боковые сателлиты) лежат в плоскости падения, по разные стороны от волновых векторов основных волн с частотой ω_0. Даже в случае нормального падения волны ($\alpha_A, \alpha^{\pm} = 0$) сателлиты будут распространяться под углом к рассеивающей плоскости. В зависимости от соотношения фазовых характеристик падающей волны и модулирующей плоскость синусоиды, а также от угла падения некоторые сателлиты могут исчезать (затухают в пространстве). Так, например, чтобы отсутствовал сателлит с частотой $\omega_0 - \Omega$ в поле отраженной магнитозвуковой (ускоренной (+) или замедленной (—)) волны, необходимо, чтобы фазовая скорость возмущения удовлетворяла условию

$$V_\text{ф} = \frac{\Omega}{\varkappa} > \frac{\left[V_{A1}^2 + V_{s1}^2 \pm \sqrt{(V_{A1}^2 + V_{s1}^2)^2 - 4V_{A1}^2 V_{s1}^2 (n_0^{\pm} s_1)^2}\right]^{1/2}}{\sqrt{2}\left[(\omega_0/\Omega)(\sin\alpha^{\pm} - 1) + 1\right]}. \tag{28}$$

Соответствующее условие для сателлитов в поле прошедшей волны имеет вид

$$V_\text{ф} > \left\{\frac{\sqrt{2}}{\Omega}\frac{\omega_0 \sin\alpha^{\pm}}{\left[V_{A1}^2 + V_{s1}^2 \pm \sqrt{(V_{A1}^2 + V_{s1}^2)^2 - 4V_{A1}^2 V_{s1}^2 (n_0^{\pm} s_1)^2}\right]^{1/2}} - \right.$$
$$\left. - \frac{\omega_0 - \Omega}{\left[V_{A2}^2 + V_{s2}^2 \pm \sqrt{(V_{A2}^2 + V_{s2}^2)^2 - 4V_{A2}^2 V_{s2}^2 (n^{\pm} s_2)^2}\right]^{1/2}}\right\}^{-1}. \tag{29}$$

Легко видеть, что при нормальном падении ($\alpha^{\pm} = 0$) условия (28), (29) определяются альфвеновскими и звуковыми скоростями в соответствующей среде и соотношением частот. При $\omega_0 \gg \Omega$ эти условия легко удовлетворяются при малых значениях $V_\text{ф}$. С увеличением Ω диапазон скоростей возмущения $V_\text{ф}$, порождающих незатухающие сателлиты, расширяется, стремясь к предельному значению — фазовой скорости магнитозвуковой волны:

$$(V_\text{ф}^{\pm})^2 = (1/2)\left\{V_{Ai}^2 + V_{si}^2 \pm \sqrt{(V_{Ai}^2 + V_{si}^2)^2 - 4V_{Ai}^2 V_{si}^2 (n^{\pm}, s_i)^2}\right\}, \quad i = 1,2.$$

Естественно, что в следующем приближении по ξ как в прошедшем, так и отраженном полях будут существенны гармоники с частотами $\omega_0 \pm n\Omega$ $(n>1)$.

Следует также отметить, что если модуляция поверхности осуществляется вдоль оси $0Y$, а волновые векторы МГД волн расположены в плоскости $Y0Z$, наличие периодичности в границе раздела сред не приводит к взаимному влиянию альфвеновских и магнитозвуковых волн, хотя замедленная и ускоренная магнитозвуковые волны перемешиваются. При другой ориентации волновых чисел уже в первом приближении по ξ происходит взаимное перемешивание альфвеновских и магнитозвуковых волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. Westphal K. O., McKenziet J. F. — Phys. Fluids, 1969, **12**, № 6, p. 1228.
2. Ахиезер А. И., Ахиезер И. А., Половин Р. В. и др. Электродинамика плазмы. — М.: Наука, 1974. — 720 с.
3. Александрова А. А., Хижняк Н. А. — УФЖ, 1984, **29**, № 10, с. 1497.
4. Александрова А. А., Хижняк Н. А. — УФЖ, 1986, **31**, № 7, с. 1029.
5. Александрова А. А., Хижняк Н. А. — ЖТФ, 1979, **49**, вып. 12, с. 2540.
6. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. — М.: Наука, 1970.
7. Попов О. Б. — ЖВММФ, 1972, **12**, с. 1331.

Харьковский государственный университет

Поступила в редакцию 5 мая 1986 г.

THE MGD WAVES DIFFRACTION BY THE WAVE BOUNDARY OF TWO MEDIA

A. A. Alexandrova, N. A. Khizhnyak

The problem of the Alfven and magnetoacoustic wave diffraction by a plane surface modulated by the running sinusoidal waves are discussed in the linear approximation with the help magnetohydrodynamic integral equation. The results received are discussed.

Аннотации депонированных статей

УДК 621.378.9

ОСОБЕННОСТИ ГЕТЕРОДИНИРОВАНИЯ СВЕТА, ДИФРАГИРОВАННОГО НА АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЕ

М. А. Григорьев, А. В. Толстиков

Получено интегральное выражение для фототока разностной частоты, текущего в цепи лавинного фотодиода, на светочувствительную площадку которого падает опорный световой пучок, а также пучок, дифрагированный на упругой волне. Рассмотрены зависимости полосы рабочих частот и коэффициента пропускания системы от параметров пучков, а также от неточностей юстировки. Проанализировано влияние дифракционной расходимости звука. Полученные в обобщенном виде результаты могут быть использованы при расчете и конструировании конкретных акустооптических устройств с гетеродинированием света.

Статья депонирована в ВИНИТИ,
рег. № 2288—В 88. Деп. от 23 марта 1988 г.