

УДК 621.373

К ТЕОРИИ ВЫНУЖДЕННОГО РАССЕЯНИЯ В ПОЛЕ СКРЕЩЕННЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ

А. А. Зозуля, В. П. Силин, В. Т. Тихончук

Сформулирована теория вынужденного рассеяния в режиме генерации, сопровождающегося излучением стоксовой и антистоксовой волн, позволяющая описать двумерную структуру поля. Условия генерации ВР определяются краевой задачей для волнового уравнения (6).

Вынужденное рассеяние (ВР) электромагнитного излучения в режиме генерации (абсолютной неустойчивости) привлекает к себе внимание благодаря возможности снижения порога наблюдения такого эффекта по сравнению с ВР в режиме конвективного усиления (см., например, [1-5]). Одним из перспективных способов реализации режима генерации является ВР скрещенных световых пучков [6, 7]. Вместе с тем теория ВР в скрещенных пучках развита далеко не полно. Действительно, в такой теории используется одномерная модель, которая не допускает реального описания структуры рассеяния. Если в случае «световодной» геометрии взаимодействия возбуждение собственных мод световода позволяет свести задачу ВР к одномерной, то ВР скрещенных пучков, когда длина области нелинейного взаимодействия сравнима с их поперечным сечением, требует построения существенно двумерной теории. Последний случай представляется особенно интересным для ВР в режиме генерации, когда понижение порога снимает требование большой длины области нелинейного взаимодействия.

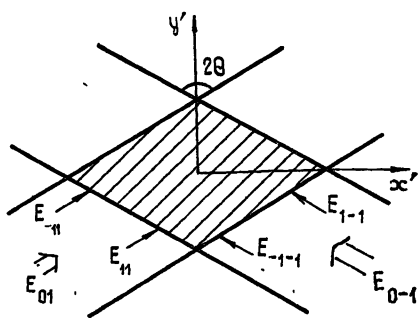


Рис. 1.

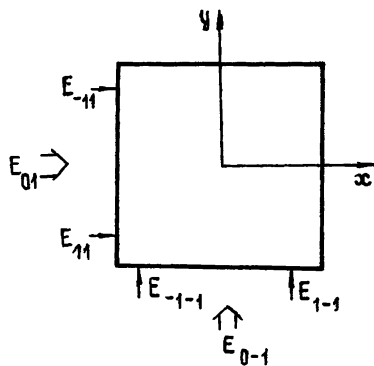


Рис. 2.

В работе [8] сделан первый шаг на пути построения двумерной теории ВР в скрещенных пучках применительно к вынужденному рассеянию Мандельштама — Бриллюэна при генерации только стоксовой компоненты. Ниже изложена двумерная теория ВР в скрещенных пучках, сопровождающегося возбуждением как стоксовой, так и антистоксовой компонент.

Пусть в нелинейной среде под углом 2θ пересекаются два когерентных пучка электромагнитных волн, имеющих ширину d (рис. 1) с оди-

наковыми частотами ω_0 . Электрическое поле этих пучков представим в виде

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{\sigma=\pm 1} E_{0\sigma}(\mathbf{r}) \exp[i\sigma k_0 \sin \theta x' + ik_0 \cos \theta y' - i\omega_0 t] + \text{к. с.}, \quad (1)$$

где $k_0 = n(\omega_0/c)$, n — показатель преломления среды.

В области пересечения пучков E_{01} и E_{0-1} (заштрихована на рис. 1) возможен процесс вынужденного рассеяния Мандельштама—Бриллюэна (ВРМБ) волн E_{01} , E_{0-1} с возбуждением двух звуковых волн, бегущих навстречу друг другу вдоль оси x' и имеющих одинаковые модули волновых векторов $q = 2k_0 \sin \theta$ и частоты $\omega \approx qv_s$, где v_s — скорость звука в среде. Этот процесс приводит к возникновению в среде двух пучков стоксовых и двух пучков антистоксовых рассеянных электромагнитных волн, направления распространения которых близки к направлениям распространения волн накачки (рис. 1). Амплитуды электрических полей этих волн представим в виде

$$E_s = \frac{1}{2} \sum_{\sigma=\pm 1} (E_{-1\sigma} e^{i\omega t} + E_{1\sigma} e^{-i\omega t}) \exp[i\sigma k_0 \sin \theta x' + ik_0 \cos \theta y' - i\omega t] + \text{к. с.}, \quad (2)$$

где поля $E_{-1\sigma}$ отвечают стоксовым, а $E_{1\sigma}$ — антистоксовым компонентам. В области пересечения пучков E_{01} , E_{0-1} система уравнений для рассеянных электромагнитных волн имеет вид

$$\left(\sigma \sin \theta \frac{\partial}{\partial x'} + \cos \theta \frac{\partial}{\partial y'} \right) E_{-1\sigma} = K_1 E_{0-\sigma} (E_{0-\sigma}^* E_{-1\sigma} + E_{0\sigma} E_{1-\sigma}^*), \quad (3)$$

$$\left(\sigma \sin \theta \frac{\partial}{\partial x'} + \cos \theta \frac{\partial}{\partial y'} \right) E_{1\sigma} = -K_1^* E_{0-\sigma} (E_{0-\sigma}^* E_{1\sigma} + E_{0\sigma} E_{-1-\sigma}^*).$$

Здесь K_1 — коэффициент нелинейной связи, конкретный вид которого зависит от нелинейной среды. Для жидкостей, например, $K_1 = k_0 Y^2 \beta_s \omega / 64 \pi n^2 \gamma_s (1 + i\lambda)$, где $Y = \rho (\partial \epsilon / \partial \rho)_s$, β_s — сжимаемость среды, γ_s — декремент затухания звука, $\lambda = (2k_0 v_s \sin \theta - \omega) \gamma_s^{-1}$. При выводе системы (3) предполагалось для простоты, что $\pi/2 - \theta > (\gamma_s/\omega)^{1/2}$. Кроме этого при укорачивании уравнений пренебрежено производными поперек направления распространения каждого из пучков в предположении, что размер области взаимодействия $d/\sin 2\theta$ меньше дифракционной длины каждого из пучков рассеянного излучения и накачек.

Введем систему координат

$$x = (2/d) (\cos \theta x' + \sin \theta y'), \quad y = (2/d) (-\cos \theta x' + \sin \theta y'),$$

в которой область взаимодействия (рис. 1) приобретает форму квадрата со стороной 2 (рис. 2). В новой системе координат система уравнений (3) имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} E_{\sigma 1} = -\frac{\sigma K}{1 + i\sigma \lambda} (|E_{0-1}(x)|^2 E_{\sigma 1} + E_{01}(y) E_{0-1}(x) E_{\sigma-1}^*), \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} E_{\sigma-1} = -\frac{\sigma K}{1 + i\sigma \lambda} (|E_{01}(y)|^2 E_{\sigma-1} + E_{01}(y) E_{0-1}(x) E_{\sigma-1}^*),$$

где $\sigma = \pm 1$, $K = K_1 (1 + i\lambda) d / 2 \sin 2\theta$.

Четыре уравнения системы (4) расщепляются на две пары для полей E_{-11} , E_{1-1}^* и E_{-1-1} , E_{11}^* . Вводя функции

$$f_{-1}(x, y) = (E_{-11}(x, y) / E_{01}(y)) \exp \left[-\frac{K}{1 - i\lambda} \int_x^y |E_{0-1}|^2 dx' + \dots \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{K}{1 - i\lambda} \int^y |E_{01}|^2 dy' \Big], \\
f_1(x, y) = & (E_{11}^*(x, y)/E_{01}^*(y)) \exp \left[\frac{K}{1 - i\lambda} \int^x |E_{0-1}|^2 dx' - \right. \\
& \left. - \frac{K}{1 - i\lambda} \int^y |E_{01}|^2 dy' \right], \quad (5)
\end{aligned}$$

получаем из системы (4) уравнения

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f_{\pm 1} + \left(\frac{K}{1 - i\lambda} \right)^2 |E_{01}(y)|^2 |E_{0-1}(x)|^2 f_{\pm 1} = 0. \quad (6)$$

При этом поля E_{1-1}^* и E_{-1-1} определяются через функции f_1 , f_{-1} соотношениями

$$\begin{aligned}
E_{1-1}^*(x, y) = & E_{0-1}^*(x) \frac{1 - i\lambda}{K |E_{0-1}(x)|^2} \left(\frac{\partial f_{-1}}{\partial x} \right) \exp \left[\frac{K}{1 - i\lambda} \int^x |E_{0-1}|^2 dx' - \right. \\
& \left. - \frac{K}{1 - i\lambda} \int^y |E_{01}|^2 dy' \right], \quad (7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{-1-1}(x, y) = & -E_{0-1}(x) \frac{1 - i\lambda}{K |E_{0-1}(x)|^2} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x} \right) \times \\
& \times \exp \left[- \frac{K}{1 - i\lambda} \int^x |E_{0-1}|^2 dx' + \frac{K}{1 - i\lambda} \int^y |E_{01}|^2 dy' \right].
\end{aligned}$$

В дальнейшем ограничимся рассмотрением генерационного режима рассеяния. В соответствии с этим амплитуды рассеянных волн $E_{\pm 11}$ на входе в область взаимодействия (рис. 2) положим равными нулю. Это отвечает граничным условиям

$$f_{-1}(-1, y) = f_1(-1, y) = 0. \quad (8)$$

При учете (8) решение уравнений (6) в области взаимодействия может быть записано в виде [8]

$$\begin{aligned}
f_{\pm 1}(x, y) = & \int_{-1}^x dx' J_0 \left\{ \frac{2K}{1 - i\lambda} \left[\int_{x'}^x |E_{0-1}|^2 dx'' \int_{-1}^y |E_{01}|^2 dy'' \right]^{1/2} \right\} \times \\
& \times \frac{\partial}{\partial x'} f_{\pm 1}(x', -1), \quad (9)
\end{aligned}$$

где J_0 — функция Бесселя.

Если потребовать равенства нулю также и амплитуд рассеянных волн $E_{\pm 1-1}$ на входе в область взаимодействия (рис. 2) (согласно (7) это требование отвечает $\frac{\partial}{\partial x} f_{\pm 1}(x, -1) = 0$), то из уравнения (9) следует $f_{\pm 1}(x, y) \equiv 0$. Для того чтобы получить нетривиальные решения этого уравнения, нужно потребовать $\frac{\partial}{\partial x} f_{\pm 1}(x', -1) \neq 0$, считая, напри-

мер, амплитуды полей $\dot{E}_{\pm 1-1}$ на входе в среду заданными. Этот случай отвечает режиму конвективного усиления затравочных шумов. Реализовать генерационный режим ВР можно, если часть энергии рассеянных волн $E_{\pm 11}$ возвратит в среду, т. е. обеспечить обратную связь. Этого можно добиться, например, с помощью схемы кольцевого оптического резонатора (рис. 3), в которой пучок накачки E_{01} после выхода из нелинейной среды C проходит внешний оптический тракт длины L и с помощью системы зеркал M заводится снова в среду в качестве пучка E_{0-1} . Аналогичным образом рассеянные волны $E_{\pm 11}$, распространяющиеся в том же направлении, что и волна накачки E_{01} , после прохода тракта заводятся в среду, давая граничные значения для волн $E_{\pm 1-1}$. В простейшем случае свободного распространения и пренебрежения дифракцией волн на пути L граничные условия для схемы рис. 3 имеют вид

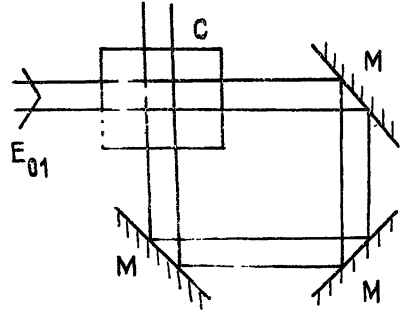


Рис. 3.

$$E_{0-1}(z) = rE_{01}(z), \quad E_{\pm 1-1}(z, -1) = re^{\pm i\delta\varphi}E_{\pm 11}(1, z). \quad (10)$$

Здесь r — коэффициент отражения системы зеркал, $\delta\varphi = 2(v_s/c) \times \times \sin \theta k_0 L$ — разность фазовых набегов между накачкой и рассеянными волнами при проходе внешнего оптического тракта.

Записывая граничные условия (10) для функций (5) с помощью соотношений (7), получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} f_{\pm 1}(x, -1) &= \mp e^{-i\delta\varphi} \frac{K|r|^2|E_{01}(x)|^2}{1-i\lambda} f_{\mp 1}(1, x) \times \\ &\times \exp \left[\mp \frac{K(1-|r|^2)}{1-i\lambda} \int^x |E_{01}|^2 dy' \mp \frac{K(1-|r|^2)}{1-i\lambda} \int^1 |E_{01}|^2 dy' \right]. \end{aligned}$$

Подстановка этих граничных условий в систему уравнений (9) приводит к интегральному уравнению типа уравнения Фредгольма второго рода:

$$\begin{aligned} f_{-1}(1, s) &= - \frac{|r|^4}{(1-i\lambda)^2} e^{-2i\delta\varphi} \int_0^s ds' \int_0^s ds'' f_{-1}(1, s') \times \\ &\times \exp \left[\frac{1-|r|^2}{1-i\lambda} (s'' - s') \right] \times \\ &\times J_0 \left[\frac{2|r|}{1-i\lambda} \sqrt{s(x-s')} \right] J_0 \left[\frac{2|r|}{1-i\lambda} \sqrt{s''(x-s')} \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $s = K \int_{-1}^y dy' |E_{01}(y')|^2$, $\kappa = s(y=1)$ — коэффициент конвективного усиления ВРМБ, усредненный по сечению пучка накачки. Решение комплексного уравнения (11) определяет, во-первых, собственные значения κ и λ , т. е. величину порога генерации и частотной расстройки как функции коэффициента отражения зеркал $|r|$ и разности фазовых набегов $\delta\varphi$. Отметим, что величина порога генерации не зависит от поперечной структуры волны накачки и определяется средним по сечению пучка значением коэффициента усиления. Во-вторых, решение

уравнения (11) позволяет определить собственную функцию $f_{-1}(1, s)$, которая согласно (9), (7), (5) полностью описывает структуру всех рассеянных полей в области взаимодействия. Подчеркнем, что в отличие от обычной теории Фредгольма [9] собственные значения κ и λ входят в уравнение (11) нелинейным образом. Поэтому одной собственной функции может соответствовать набор собственных значений κ и λ . Именно такая ситуация имеет место в случае малых коэффициентов отражения $|r| \ll 1$ (слабой обратной связи). При этом аргументы функций Бесселя в уравнении (11) малы по сравнению с единицей и функции Бесселя можно заменить их значениями в нуле. Это приближение позволяет найти собственную функцию $f_{-1}(1, s) = \text{const}$ и получить уравнение для определения собственных значений однородных мод

$$|r|^4 \exp\left(\frac{\kappa}{1-i\lambda}\right) = -\exp(2i\delta\varphi),$$

которое имеет решение

$$\lambda = \lambda_N = \psi_N \ln^{-1}(1/|r|^4), \quad \kappa = \kappa_N = \ln(1/|r|^4)(1 + \lambda_N^2), \quad (12)$$

где $\psi_N = 2\delta\varphi - \pi - 2\pi N$, N — целое число. Как видно из (12), одной собственной функции отвечает нумеруемый целым числом N дискретный набор частот λ_N и порогов генерации κ_N , отвечающих этим частотам. Полное число собственных значений, описываемых формулой (12), ограничено использованным выше предположением о малости аргументов функций Бесселя в интегральном уравнении (11). Это ограничение сводится к неравенству

$$|\psi_N| = |2\delta\varphi - \pi - 2\pi N| < 1/|r|, \quad (13)$$

из которого следует:

$$|\lambda_N| < |r|^{-4} \ln^{-1}(1/|r|^4), \quad \kappa_N < |r|^{-2} \ln^{-1}(1/|r|^4).$$

Обсудим теперь вопрос о возможном числе возбуждаемых мод генерации (κ_N , λ_N) и о структуре рассеянных полей, соответствующих этим модам. При заданном значении коэффициента отражения зеркал $|r|$, согласно (12), минимальным порогом обладает мода с таким номером N_0 , для которой значение $|\psi_{N_0}|$ минимально и, следовательно, согласно (12)

$$\kappa_{N_0} \approx \ln(1/|r|^4). \quad (14)$$

Пороги мод с другими номерами N фактически зависят от разности $N - N_0$. В силу малости коэффициента отражения $|r|$ значения порогов мод с номерами N , для которых $|N - N_0|$ невелико, незначительно отличаются от κ_{N_0} . Например, для двукратного превышения минимального порога (14) возбудится набор мод с номерами $|N - N_0| \leq (2\pi)^{-1} \ln(1/|r|^4)$. С другой стороны, использованная при получении дисперсионного уравнения (12) аппроксимация функций Бесселя в уравнении (11) имеет место только при условии $\kappa|r|/|1-i\lambda| < 1$. Поэтому дисперсионное уравнение (12) имеет место лишь при

$$2\pi|N - N_0| < |r|^{-1}.$$

При нарушении этого неравенства, т.е. при $\left|\frac{\kappa}{1-i\lambda}\right| > |r|^{-1} > \kappa_{N_0}$, собственные функции уравнения (11) будут пространственно неоднородными.

Подчеркнем, что, для того чтобы порог генерации ВР был ниже порога регистрации ВР в режиме конвективного усиления, необходимо

$\kappa < 20$. Согласно (14) это имеет место при $|r|^2 \gg 10^{-4}$.

Структура полей рассеянного излучения определяется с помощью формул (5), (7), (9). При этом на выходе из области взаимодействия имеем

$$E_{-1-1}(x, 1) \sim E_{01}(x) \exp \left[-\frac{K}{i - i\lambda_N} \int_{-1}^x |E_{01}|^2 dx' \right] \equiv E_{01}(x) D(x),$$

$$E_{1-1}^*(x, 1) \sim |r|^{10} E_{01}^*(x) D^{-1}(x), \quad (15)$$

$$E_{-11}(1, y) \sim |r|^3 E_{-1-1}(y, 1), \quad E_{11}^*(1, y) \sim |r|^{-5} E_{1-1}^*(y, 1).$$

Распределение полей рассеянных волн представляется в виде произведения поля накачки на комплексный формфактор $iD = |D|e^{ix}$, который описывает отличие структуры волновых фронтов в пучках рассеянного излучения от волнового фронта накачки. При этом значения модуля и фазы D с помощью (12) могут быть представлены в виде

$$\ln |D| = -\ln(1/|r|^4) \int_{-1}^x |E_{01}|^2 dx' / \int_{-1}^1 |E_{01}|^2 dx', \quad (16)$$

$$\chi = -\psi_N \int_{-1}^x |E_{01}|^2 dx' / \int_{-1}^1 |E_{01}|^2 dx'.$$

Согласно (16) модуль формфактора D одинаков для всех мод при фиксированном значении коэффициента отражения $|r|$, в то время как фаза, напротив, зависит от номера моды N . Именно, величина $|N - N_0|$ дает число изменений фазы на 2π при прохождении поперечного сечения пучка.

Из поперечного распределения полей (15) следует также оценка относительной мощности излучения стоксовой и антистоксовой компонент (пропорциональной интегралам от квадратов модулей полей (15) по поперечному сечению пучков) на выходе из области взаимодействия (рис. 1):

$$I_{-1-1} : I_{1-1} : I_{-11} : I_{11} = 1 : |r|^{12} : |r|^6 : |r|^2. \quad (17)$$

Как видно из соотношения (17), стоксова E_{-11} и антистоксова E_{11} компоненты рассеянного излучения после прохождения области нелинейного взаимодействия выходят из нее в кольцо оптического резонатора, имея относительную мощность $|r|^6$ и $|r|^2$, т. е. антистоксова компонента в резонаторе оказывается интенсивнее стоксовой. Мощности стоксовой E_{-1-1} и антистоксовой E_{1-1} компонент на входе в область взаимодействия равны соответственно $|r|^8$ и $|r|^4$. Однако при прохождении этих волн через область взаимодействия соотношение их мощностей меняется. Именно стоксова волна E_{-1-1} усиливается и выходит из системы с относительной мощностью единица, а антистоксова ослабляется и в результате ее мощность составляет $|r|^{12}$.

В заключение обсудим условия, необходимые для реализации рассмотренного в данной работе режима генерации ВР. Основное предположение теории состоит в требовании малости длины области взаимодействия по сравнению с френелевской длиной каждого из пучков:

$$L_F = \lambda_0/\alpha^2 \gg d/\sin 2\theta, \quad (18)$$

где α — расходимость накачки. При этом система уравнений (4) описывает генерацию стоксовых и антистоксовых компонент, направления распространения которых отличаются от направления распространения соответствующих пучков накачки на угол $\delta\theta$ не больший, чем $\delta\theta_m = \alpha(\lambda_0 \sin 2\theta/\alpha^2 d)^{1/2}$. Возможно рассеяние и на углы $|\delta\theta| > \delta\theta_m$. Описание такого рассеяния требует отказа от предположения (2) о на-

правлениях распространения рассеянных волн, близких к направлениям распространения волн накачки. Однако такого рассеяния может и не быть, если специально подавить генерацию под углами $|\delta\theta| > \delta\theta_m$, селектируя излучение во внешнем оптическом тракте, т. е. создавая условия, при которых рассеянное излучение с $|\delta\theta| > \delta\theta_m$ после обхода резонатора не попало бы вновь в область взаимодействия.

Кроме этого, для реализации рассмотренного режима ВР генерации стоковых и антистоковых компонент при сравнительно небольшом превышении порога необходимо, чтобы длительность импульса накачки не менее чем в десять раз превышала время возбуждения неустойчивости, которое по порядку величины совпадает с временем релаксации звуковой волны $\tau_s = \gamma_s^{-1}$. Благодаря зависимости $\tau_s(\theta)$, величину τ_s можно менять выбором угла схождения пучков. Например, в случае почти встречных пучков $\theta \approx \pi/2$, когда $q \approx 2k_0$, величина τ_s в жидкостях составляет ~ 1 нс. Поэтому стационарный режим генерации ВРМБ может быть реализован для импульсов длительностью несколько десятков наносекунд и более. Уменьшение угла схождения пучков ведет к снижению порога генерации, но при этом возрастает τ_s . Так, для углов схождения $\theta \sim 1^\circ$ величина τ_s составляет порядка 1 мкс, соответственно для возбуждения генерации вблизи порога требуются импульсы длительностью не менее 10 мкс.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зозуля А. А., Силин В. П., Тихончук В. Т. — Письма в ЖЭТФ, 1983, 38, вып. 2, с. 48.
2. Андреев Н. Ф., Беспалов В. И., Киселев А. А., Пасманик Г. А., Шилов А. А. — ЖЭТФ, 1982, 82, вып. 4, с. 1047.
3. Зельдович Б. Я., Шкунов В. В. — Квантовая электроника, 1982, 9, № 2, с. 393.
4. Беспалов В. И., Пасманик Г. А. Нелинейная оптика и адаптивные лазерные системы. — М.: Наука, 1985.
5. Заскалько О. П., Зозуля А. А., Кызыласов Ю. И., Пананоти Н. Н., Силин В. П., Фабелинский И. Л. — ЖЭТФ, 1984, 87, вып. 5, с. 1582.
6. Одинцов В. И., Рогачева Л. Ф. — Письма в ЖЭТФ, 1982, 36, вып. 8, с. 281.
7. Cronin-Golomb M., Fisher B., White J. O., Yariv A. — Appl. Phys. Lett., 1983, 42, № 11, p. 919.
8. Зозуля А. А., Силин В. П., Тихончук В. Т. — Краткие сообщения по физике ФИАН, 1986, 2, с. 48.
9. Краснов М. Л. Интегральные уравнения. — М.: Наука, 1975.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
18 марта 1986 г.

ON THE THEORY OF THE STIMULATED SCATTERING IN THE INTERSECTING LIGHT BEAMS

A. A. Zozulya, V. P. Silin, V. T. Tikhonchuk

The theory of the stimulated scattering in the parametric oscillations regime, which is accompanied by the generation of both stokes and antistokes satellites, is formulated. This theory permits one to determine the two-dimensional wavefield structure. The conditions for the parametric oscillations are determined by the boundary problem for the wave equation (6).