вующая знаку равенства в условиях (3). Некоторый сдвиг реальной области стохастичности в сторону меньших Δ_0 и больших Δ_1 вполне согласуется с предложенным выше сценарием перехода к хаосу. Действительно, из результатов исследований по однократному происхождению через нелинейный резонанс [3] следует, что при изменении расстройки от Δ_L до Δ_R переход с верхней ветви на нижнюю происходит несколько раньше, чем расстройка достигнет Δ_R. Наоборот, при обратном прохождении резонанса переход с нижней ветви на верхнюю происходит позже момента прохождения Δ_L. Можно утверждать, что с увеличением скорости прохождения резонанса наблюдается смещение области гистерезиса в сторону меньших расстроек с одновременным увеличением его ширины. Этим объясняются некоторые количественные отличия в определении области стохастичности, которые получаются по точным расчетам на ЭВМ и по приближенным их оценкам с помощью условий (3), однако это никак не затрагивает принципиальной стороны обнаруженного механизма стохастизации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Богданович Б. М. Нелинейные искажения в приемно-усилительных устройствах. — М.: Связь, 1980.
2. Болмусов Ю. Д., Павленко Ю. Ф. — Радиотехника, 1986, № 3, с. 43.
3. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. — М. Наука, 1974.
4. Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. — М.: Мир, 1984, гл. 5.

Харьковский государственный университет

Поступила в редакцию 4 ноября 1986 г.

УДК 538.566

О СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ВОЛНЫ В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ С ШЕРОХОВАТОЙ ГРАНИЦЕЙ (ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ОЦЕНКИ)

Л. А. Апресян

В системах связи и в задачах дистанционного зондирования часто встречаются ситуации, когда излучение проходит через объемно-неоднородную среду со случайной границей. Первый возникающий при этом вопрос — чем определяются флуктуации излучения: объемными неоднородностями среды или поверхностными неоднородностями границы раздела? Простейшие оценки для этой задачи можно получить, записав изменение фазы поля в приближении прямых лучей. Более полное описание дается марковским приближением. В данной заметке на основе марковского приближения выводятся простые соотношения, позволяющие производить «нелинейное сложение» основных статистических характеристик волны, выразив их через аналогичные характеристики при наличии в слое только объемных и только поверхностных неоднородностей.

Рассмотрим простейшую постановку задачи: пусть плоская волна падает в направлении $+z$ на шероховатую, в среднем, плоскую границу раздела двух сред $z=\xi(\rho)$, где высота неровностей $\xi(\rho)$ — гауссова случайная функция, $\langle\xi\rangle=0$ Первая среда считается однородной и описывается волновым числом k_0, а вторая содержит крупномасштабные объемные неоднородности и характеризуется локальным значением волнового числа $k_1(r)=k(1+\mu(r))$, $\langle\mu\rangle=0$, $\langle\mu^2\rangle\ll1$, $\mu(r)$ — гауссова случайная функция.

При определенных ограничениях на высоту неровностей шероховатую границу раздела можно приближенно заменить плоским фазовым экраном, дающим дополнительный набег фазы $S(\rho)=\Delta k\xi(\rho)$, $\Delta k=k-k_0$ — изменение волнового числа при переходе границы. Если свойства границы и объемных неоднородностей среды статистически независимы, то в приближении фазового экрана влияние шероховатой границы сводится к не зависящему от μ дополнительному набегу фазы, причем в марковском приближении функция когерентности поля при $z=L>0$ выражается как $\Gamma=\exp[-D(\rho)/2]$ [1], где структурная функция $D(\rho)$ слагается из структурной функции $D_s(\rho)=\langle(S(\rho)-S(0))^2\rangle$ фазы $S(\rho)$ и структурной функции $D_\mu(\rho)=(k^2\pi/2)LH(\rho)$ [1], отвечающей рассеянию на объемных неоднородностях: $D(\rho)=D_s(\rho)+D_\mu(\rho)$.

Качественное поведение волны очевидно: вблизи границы из-за малости набега фазы на объемных неоднородностях среды существенны лишь флуктуации, связанные с наличием границы, тогда как вдали от нее они становятся неразличимы на фоне флуктуаций из-за объемных неоднородностей Рассмотрим количественные оценки некоторых статистических характеристик волны.

Простейшей из них является радиус когерентности волны $\rho_к$, определяемый соотношением $D(\rho_к)=2$. При нахождении $\rho_к$ удобно использовать запись структурных функций, принятую в [2]:

$$D_S(\rho) = 2\sigma_S^2 A_\xi(\rho/l_\xi), \qquad \pi H(\rho) = 2l_\mu \sigma_\mu^2 A_\mu(\rho/l_\mu), \tag{1}$$

где $\sigma_S^2 = (\Delta k)^2 \sigma_\xi^2$ и σ_μ^2 — дисперсии флуктуаций S и μ, l_ξ и l_μ — радиусы корреляций поверхностных и объемных неоднородностей, причем $A_\xi''(0) = A_\mu''(0) = 1$, $A_\xi^{IV}(0) = A_\mu^{IV}(0) = -2$. Подставив (1) в соотношение $D(\rho_к) = D_s(\rho_к) + D_\mu(\rho_к) = 2$, получаем для $\rho_к$ в общем случае трансцендентное уравнение, зависящее от вида спектров флуктуаций.

Рассмотрим случай одномасштабных флуктуаций ξ и μ и больших дисперсий фаз $\sigma_s \gg 1$, $\sigma^2 \equiv (k^2/2)Ll_\mu\sigma_\mu^2 \gg 1$. При этом можно положить $A_\xi(x) = A_\mu(x) \simeq x^2/2$, так что для радиуса когерентности получается уравнение

$$\rho_к^{-2} = \rho_{к\mu}^{-2} + \rho_{к\xi}^{-2}, \tag{2}$$

где $\rho_{к\mu} = (2/k\sigma_\mu)\sqrt{l_\mu/L}$ и $\rho_{к\xi} = \sqrt{2}(l_\xi/\sigma_S)$ — радиусы когерентности поля при наличии только объемных (μ) и только поверхностных (ξ) неоднородностей. Таким образом, в этом случае складываются обратные квадраты радиусов когерентности.

Другой важной характеристикой волны является масштаб статистической зоны Френеля ρ_φ [2], который характеризует четвертый момент поля, имеет смысл масштаба когерентности, связанного лишь с искривлениями фазового фронта (фокусировками) без учета наклонов фронта как целого, и определяется соотношением $4D(\rho_\varphi) - D(2\rho_\varphi) = 1$. Знание ρ_φ позволяет оценить длину фокусировок трассы, т. е. расстояние до области возникновения наиболее сильных флуктуаций интенсивности: $F = k\rho_\varphi^2(F)$. Аналогично (2) нетрудно получить «правило сложения» для ρ_φ:

$$\rho_\varphi^{-4} = \rho_{\varphi\mu}^{-4} + \rho_{\varphi\xi}^{-4}, \tag{3}$$

где $\rho_{\varphi\mu} = l_\mu^{3/4} k^{-1/2} \sigma_\mu^{-1/2} L^{-1/4}$ и $\rho_{\varphi\xi} = l_\xi \sigma^{-1/2} 2^{-1/4}$ — масштабы статистических зон Френеля для объемных и поверхностных неоднородностей соответственно. При этом для F получается несколько более сложное уравнение

$$\left(\frac{F}{F_\mu}\right)^2 + \left(\frac{F}{F_\xi}\right)^3 = 1, \tag{4}$$

где $F_\mu = l_\mu \sigma_\mu^{-2/3}$, $F_\xi = kl_\xi^2 \sigma_S^{-1}/\sqrt{2}$.

Точно так же можно рассмотреть и случаи других форм спектров ξ и μ. Так, например, если флуктуации ξ имеют одномасштабный, а μ — степенной спектр ($\pi H = A\rho^\nu$) с показателем $\nu<2$, то вместо (2)—(4) получаем соотношения

$$\left(\frac{\rho_к}{\rho_{к\xi}}\right)^2 + \left(\frac{\rho_к}{\rho_{к\mu}}\right)^\nu = 1, \quad \left(\frac{\rho_\varphi}{\rho_{\varphi\xi}}\right)^4 + \left(\frac{\rho_\varphi}{\rho_{\varphi\mu}}\right)^\nu = 1, \quad \left(\frac{F}{F_\xi}\right)^2 + \left(\frac{F}{F_\mu}\right)^{\nu/2+1} = 1,$$

где $\rho_{\varphi\xi} \sim \rho_{\varphi\mu} \sim (2/k^2LA)^{1/\nu}$ [2].

В качестве конкретного примера шероховатой границы раздела рассмотрим случай поверхностного ветрового волнения верхнего слоя океана, считая при этом спектр рассеивающих объемных неоднородностей одномасштабным Примем, кроме того, что частотный спектр поверхностного волнения описывается формулой Пирсона—Московица, дополненной предположением о выполнении дисперсионного соотношения для гравитационных волн: $\omega = \sqrt{kq}$, q — ускорение свободного падения [3]. Тогда для структурной функции $D_s(\rho)$ можно получить выражение

$$D_s(\rho) = 4\sigma_s^2 \int_0^\infty e^{-1/t^2}[1 - J_0(tx)]\,dt/t^3, \tag{5}$$

где $J_0(tx)$ — функция Бесселя, $\sigma_S^2 = 4{,}4 \cdot 10^{-3} (\Delta k)^2 v^4/q^2$, v — скорость ветра (м/с), $x = \rho/l_\xi$, $l_\xi = 1{,}16v^2/q$. При малых ρ главный член асимптотики $D_s(\rho)$ имеет логарифмическую особенность

$$D_S(\rho) \simeq 2\sigma_S^2 (\rho/l_\xi)^2 \ln(l_\xi/\rho).$$

Такое поведение структурной функции является промежуточным между одномасштабным и степенным. При этом для $\rho_{к\xi}$ получается трансцендентное уравнение $D_s(\rho_{к\xi}) = 2$, оценка решения которого дает $\rho_{к\xi} \sim l_\xi/(\sigma_s\sqrt{\ln \sigma_s})$. Для ρ_φ и F имеем уравнения

$$(\rho_\varphi/\rho_{\varphi\xi})^2 + (\rho_\varphi/\rho_{\varphi\mu})^4 = 1, \qquad F/F_\xi + (F/F_\mu)^3 = 1,$$

где $\rho_{\varphi\xi} = l_\xi / (\sigma_\xi \sqrt{8 \ln 2})$, $F_\xi = k\rho^2_{\varphi\xi}$.

В заключение отметим, что наличие на границе случайно-неоднородной среды шероховатой поверхности формально эквивалентно специфическому случаю частично когерентного падающего излучения. Отличие от рассмотренных в литературе случаев [4] связано с особенностями задания статистики волны на входе в рассеивающую среду: при описании частичной когерентности обычно предполагается, что прибор измеряет функцию когерентности, усредненную по «быстрым» флуктуациям источника.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. — Случайные поля. — М.: Наука, 1978.
2. Якушкин И. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1985, 27, № 5, с. 535.
3. Лучинин А. Г., Сергиевская И. А. — Изв. АН СССР. Сер. ФАО, 1982, 18, № 8, с. 850.
4. Гочелашвили К. С., Шишов В. И. Радиофизика. Физические основы электроники. Акустика. — М.: ВИНИТИ, 1981, т. 1.

Поступила в редакцию
16 февраля 1987 г.

УДК 538.56:519.25

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ПЛОСКОМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ С ШЕРОХОВАТЫМИ ГРАНИЦАМИ

Д. Е. Едгербеков, Р. З. Зокиров, В. Н. Мальнев. Г. Е. Чайка

Вопросам распространения волн в закрытых и открытых волноводных системах посвящено большое число работ [1–3]. Одним из наиболее общих методов в теории закрытых волноводов является метод поперечных сечений, развитый в [1], который позволил исследовать все основные типы протяженных неоднородностей в волноводном тракте. Большой вклад в теорию открытых волноводов был сделан в работах Шевченко, которому удалось развить методику построения полной системы собственных ортогональных волн, включающую наряду с поверхностными волнами, обладающими дискретным спектром, псевдоповерхностные волны непрерывного спектра, учитывающие поле излучения [2]. С помощью таких систем собственных волн удалось рассмотреть неоднородный вдоль оси участок слоистого волновода, в котором диэлектрическая проницаемость зависит от продольной и поперечной координат волновода, а также исследовать прохождение поверхностной волны через участок диэлектрической пластины переменной толщины. Эти задачи были решены методом поперечных сечений применительно к открытому волноводу.

В последнее время актуальны задачи, в которых учитывается влияние случайных неоднородностей на прохождение волн в естественных и искусственных волноводах. В [3] был разработан метод функций Грина, аналогичный методу суммирования фейнмановских диаграмм в квантовой теории поля. Этот метод применим в случаях, когда функция Грина на границе области удовлетворяет граничным условиям типа импедансных. Такие граничные условия имеют место в ряде задач, например, при распространении электромагнитных волн в металлических волноводах.

В диэлектрических волноводах граничные условия для функции Грина в общем случае нельзя свести к импедансным. Электромагнитное поле на границе двух сред должно удовлетворять граничным условиям, связывающим его величину в одной и другой среде. В [4] были получены нелокальные граничные условия для среднего электромагнитного поля на шероховатой границе двух сред. В общем случае они являются довольно громоздкими и содержат функцию Грина, которая в соответствии с результатами [2] должна учитывать условия излучения. Вопрос о построении такой функции Грина для открытого волновода требует дополнительных исследований.

В настоящей работе метод ортогональных функций поперечного сечения применяется для расчета распространения электромагнитных волн в диэлектрическом волноводе с шероховатыми границами. Использование полной системы ортогональных волн диэлектрической пластины позволяет в случае малых и плавных шероховатостей границ в рамках метода возмущений получить спектр собственных поверхностных волн, определить изменение фазовой скорости таких волн по сравнению с плавным волноводом и найти их затухание, обусловленное трансформацией поверхностных волн в псевдоповерхностные.