

УДК 621.373.826

ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ В ЛАЗЕРЕ С ДВУМЯ РЕЗОНАНСНЫМИ ЛИНИЯМИ АКТИВНОЙ СРЕДЫ

А. Н. Ораевский, И. Е. Проценко, М. А. Сафонова, В. Ю. Торонов

Приведены результаты численного исследования режимов генерации в лазере с двухкомпонентной активной средой. Обнаружены режимы стационарной генерации, генерации незатухающих пульсаций интенсивности, автостохастический режим. Анализируется механизм перехода от регулярного поведения к стохастическому. В работе показано, что лазеры с многокомпонентной активной средой могут демонстрировать сложные режимы генерации в реально достижимой области значений параметров. Обсуждается возможность применения модели двух линий к описанию лазеров с неоднородным уширением.

1. ВВЕДЕНИЕ

Интерес к изучению динамики лазеров как нелинейной автоколебательной системы, наблюдавшийся в период шестидесятых годов [1, 2], возобновился в начале восьмидесятых [3]. Это обусловлено обнаружением в лазерах и им подобных системах автостохастических режимов. Хотя теоретически такого рода режимы были найдены более двадцати лет назад [4, 5], экспериментальное их наблюдение в конкретных лазерных системах состоялось лишь недавно [6-8].

Развитие исследований по динамической стохастичности в лазерах органически связано с развитием исследований по этой проблеме в целом и, прежде всего, с достижениями в области теории нелинейных дифференциальных уравнений, гидродинамики, физики атмосферы [9-12].

Автостохастические режимы в лазерах теоретически изучены наиболее глубоко в рамках одномодовой модели с однородно уширенной линией активного вещества. Произошло это потому, что система уравнений, описывающая динамику лазеров в рамках данной модели, полностью подобна системе уравнений Лоренца, описывающей конвекцию в атмосфере и всесторонне изученной математически [12]. Однако для большинства практически реализуемых лазерных систем более адекватной является модель с неоднородным уширением спектральной линии активного вещества. Кроме того, оказывается, что условия экспериментального наблюдения автостохастических режимов в автономных лазерных системах легче достижимы в случае неоднородного уширения спектральной линии [13]. Поэтому детальное теоретическое изучение автостохастических режимов в рамках модели неоднородно уширенной линии представляет большой интерес для развития исследований по нелинейной динамике лазеров.

Наиболее широко используемая спектральная модель неоднородно уширенной линии — это набор однородно уширенных линий, собственная частота которых ω непрерывно меняется около некоторого значения частоты ω_0 , так что, например, поляризация вещества $P = \int p(\omega)g(\omega_0, \omega)d\omega$, где $p(\omega)$ — поляризация, соответствующая однородно уширенной спектральной линии на частоте ω , $g(\omega_0, \omega)$ — функция распределения по частотам ω , описывающая форму неоднородно уширенной спектральной линии.

Задача исследования нелинейной динамики лазеров в рамках такой модели оказывается сложной даже для численного исследования.

Приближенный анализ так или иначе должен опираться на замену континуума спектральных однородно уширенных линий их дискретным набором:

$$P = \sum_j p(\omega_j) g(\omega_0, \omega_j).$$

Ясно, что чем больше компонент учтено в сумме для полной поляризации вещества, тем больше дифференциальных уравнений подлежит интегрированию. Так, в работе [14] численно интегрировались уравнения примерно для ста компонент $p(\omega_j)$ и был обнаружен режим пульсаций мощности излучения в лазере с неоднородным уширением.

Аналитические подходы к исследованию режимов работы лазеров с неоднородно уширенной линией базируются на простейшем приближении — замене большого набора линий двумя компонентами с резонансными частотами ω_+ и ω_- , расположенными симметрично по обе стороны частоты ω_0 .

В такой модели стационарные режимы лазеров и их устойчивость аналитически исследовались в работах [15, 16]. На существование автостохастических режимов в рамках этой модели было впервые обращено внимание в [13]. В этой же работе отмечалось, что автостохастический режим в лазере с неоднородно уширенной линией может наблюдаться при значениях параметров лазера, вполне достижимых экспериментально, в то время как условия получения автостохастических режимов в лазере с однородно уширенной линией требуют большого превышения накачки ее порогового значения.

Следует отметить, что модель генератора с двумя спектральными линиями имеет давнюю историю. Она рассматривалась еще в работах [17, 18] в связи с исследованием возможности использования молекулярного генератора как спектроскопа высокого разрешения. Полученные в этих работах условия существования двухчастотного режима генерации имеют прямое отношение к исследованию динамических режимов лазера в рамках модели двух спектральных линий.

Модель двух линий имеет и самостоятельное значение. Так, например, в лазере на молекулах формальдегида можно осуществить режим одномодовой генерации на двух спектральных линиях [19].

Экспериментально автономный режим автостохастической генерации в лазере с неоднородно уширенной линией впервые наблюдался в работе [7] с использованием He—Xe-лазера низкого давления.

В работе [19] режим регулярных и стохастических пульсаций экспериментально изучался в лазере бегущей волны на основе молекул формальдегида с накачкой излучением CO₂-лазера. Там же приведены некоторые результаты численного анализа режимов в рамках модели двух линий.

Предметом данной работы является детальный теоретический анализ автоколебаний лазеров с неоднородно уширенной линией в приближении двух компонент. Для построения фазового портрета системы, исследования бифуркаций и статистического анализа движений в области странного аттрактора использовались специально разработанные численные алгоритмы.

2. УРАВНЕНИЕ ОДНОМОВОЙ ГЕНЕРАЦИИ НА ДВУХ ЛИНИЯХ АКТИВНОГО ВЕЩЕСТВА

Одномодовая генерация на двух спектрально-различных типах активных частиц описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} \ddot{E} + 2\gamma_p \dot{E} + \omega_p^2 E &= -4\pi(\dot{P}_+ + \dot{P}_-), \\ \dot{P}_\pm + 2\gamma_{\parallel} \dot{P}_\pm + \omega_{\pm}^2 P_\pm &= -2(|\mu|^2/\hbar)\omega_{\pm} N_{\pm} E, \\ \dot{N}_{\pm} + \gamma_{\perp} (N_{\pm} - N_{\pm}^{(0)}) &= (2/\hbar) E P_{\pm}, \end{aligned} \quad (1)$$

где E — комплексная амплитуда поля, P_{\pm} — амплитуда поляризации атомов двух типов, N_{\pm} — соответствующие инверсии заселенностей,

$N_{\pm}^{(0)}$ — уровни накачки атомов двух типов, $\gamma_{\parallel, \perp}$ — продольная и поперечная константы релаксации, γ_p — постоянная затухания поля в резонаторе, ω_p — собственная частота резонатора, ω_{\pm} — собственные частоты атомных переходов*, μ — матричный элемент дипольного момента.

Будем предполагать, что частоты ω_{\pm} расположены симметрично относительно ω_p : $\omega_p = (\omega_+ + \omega_-)/2$ (рис. 1). В рамках задачи об аппроксимации двумя линиями контура неоднородного уширения величины ω_{\pm} можно определить из соотношений

$$\omega_{\pm} = \omega_p \pm \int_0^{\infty} (\omega_0 - \omega) g(\omega_0 - \omega) d\omega = \omega_p \pm c_0 \Delta_0, \quad (2)$$

где $g(\omega_0 - \omega)$ — формфактор неоднородно уширенной линии, Δ_0 — полуширина функции $g(\omega_0 - \omega)$, $\omega_0 = \omega_p$ — центральная частота неоднородно уширенного контура.

Накачку обеих линий будем считать одинаковой: $N_+^{(0)} = N_-^{(0)} = N^{(0)}$.

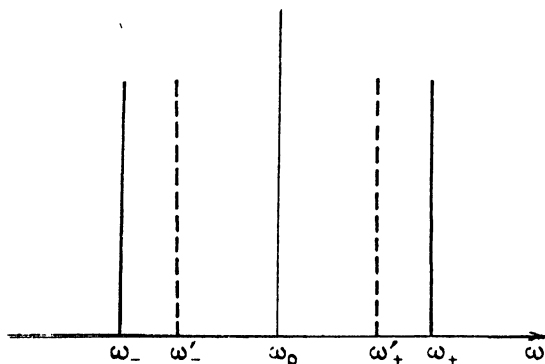


Рис. 1. Расположение спектральных линий активной среды относительно линии резонатора.

При таких условиях уравнения (1) сводятся к следующей системе укороченных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{E} + \gamma_p E &= -2\pi i \omega_p (P_+ + P_-), \\ \dot{P}_{\pm} + (\gamma_{\parallel} \pm i \Delta) P_{\pm} &= i(|\mu|^2 / \hbar) N_{\pm} E, \\ \dot{N}_{\pm} + \gamma_{\perp} (N_{\pm} - N^{(0)}) &= (i/2\hbar) (E^* P_{\pm} - E P'_{\pm}), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\Delta = \omega_p - \omega_- = \omega_+ - \omega_p$, $E(t)$, $P_{\pm}(t)$ — «медленные» амплитуды поля и поляризации:

$$E = E(t) \exp(-i\omega_p t), \text{ к. с.}, \quad P_{\pm} = P_{\pm}(t) \exp(-i\omega_p t), \text{ к. с.}$$

В работе [17] было показано, что в случае одномодовой генерации на двух линиях вещества возможны режимы генерации с постоянной интенсивностью как на центральной частоте ω_0 , так и на боковых частотах ω'_{\pm} . Стационарные и простые периодические (типа $\sim \exp(i\omega'_{\pm} t)$) решения системы (3), соответствующие таким режимам, были найдены в [19]. Стационарному решению соответствует генерация на центральной частоте ω_p , периодическим (указанного типа) — генерация на боковых частотах (рис. 1).

* В случае генерации в двухкомпонентной активной среде величины ω_{\pm} являются молекулярными константами. Если же речь идет о генерации в среде с неоднородно уширенной линией рабочего перехода, то ω_{\pm} определяются параметрами контура усиления (см. ниже).

Целью данной работы является продолжение изучения системы (3) с помощью разработанных в последнее время методов анализа нелинейных динамических систем. Однако полный анализ систем уравнений, подобных (3), — дело достаточно сложное: размерность фазового пространства системы относительно велика (равна восьми), что, обычно, приводит к очень сложной картине фазовых траекторий и большому времени счета на ЭВМ. Поведение системы зависит от четырех параметров: добротности резонатора, соотношения времен релаксации поляризации и инверсии заселенностей, интенсивности накачки и отстройки частот спектральных линий активной среды от собственной частоты резонатора. Это делает невозможным представить полное исследование системы (3) в рамках одной работы. Поэтому мы приняли ряд упрощений исходной системы уравнений, позволяющих, однако, провести непосредственное сравнение результатов с экспериментальными данными.

Во-первых, будем рассматривать лишь те решения системы (3), для которых фаза комплексной амплитуды поля излучения остается постоянной. Тогда амплитуду поля можно считать вещественной, и должно выполняться условие

$$\text{Im}(E) = 0, \quad P_+^* = P_-, \quad N_+ = N_- . \quad (4)$$

Как видно из (3), решения такого типа описываются уже системой четырех вещественных уравнений. Вводя безразмерное время $\tau = \gamma_{\perp} t$ и переходя к безразмерным переменным, нормированным на стационарные значения, получим

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\sigma(x-y), & \dot{y} &= -y + \xi\omega + (1 + \xi^2)xz, \\ \dot{z} &= -b(z-r) + (1-r)xy, & \dot{\omega} &= -\omega - \xi y. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь x — амплитуда поля, y — полусумма мнимых частей поляризации, ω — полуразность вещественных частей поляризации, z — полусумма инверсий заселенностей активных частиц с различными собственными частотами. Параметрами являются: σ — безразмерная постоянная затухания поля в резонаторе, r — параметр накачки, ξ — отстройка линий собственных частот атомов от центральной частоты, b — отношение времени релаксации поляризации и инверсии заселенностей. Разумеется, устойчивые инвариантные решения системы уравнений (5) могут не оказаться таковыми для системы (3): они могут быть неустойчивы в восьмимерном фазовом пространстве. Однако эксперимент [19] показывает, что устойчивость этих решений сохраняется по крайней мере в некоторой области значений параметров.

Во-вторых, поскольку в данной работе в основном обсуждается развитие динамики системы при изменении параметра накачки r , будем предполагать, что единственным механизмом релаксации с верхнего рабочего уровня является спонтанное излучение, т. е. $\gamma_{\parallel} = \gamma_{\perp}$, или $b=1$. По своим свойствам система (5) подобна модели Лоренца [14]. Это автономная система с постоянной скоростью сжатия фазового объема: $\rho = -\sigma - 3$. Система обладает симметрией: $x \rightarrow -x$, $y \rightarrow -y$, $\omega \rightarrow -\omega$, $z \rightarrow z$. Основное отличие состоит в добавлении еще одной степени свободы. Как показывает исследование, это отличие приводит к качественно новому поведению систем.

3. СТАЦИОНАРНЫЕ РЕШЕНИЯ И ИХ УСТОЙЧИВОСТЬ

Устойчивость стационарных решений системы (5) рассматривалась в ряде работ [15, 16]. Приведем основные результаты с некоторыми замечаниями о характере стационарных решений и их бифуркациях.

Система (5) имеет стационарные решения

$$x=y=\omega=0, \quad z=r; \quad (6a)$$

$$x=y=\pm 1, \quad \omega = \mp \xi, \quad z=1, \quad (6b)''$$

Тривиальное решение (6а) соответствует отсутствию генерации, решение (6б) — генерации с постоянной интенсивностью на частоте, совпадающей с собственной частотой резонатора.

Характеристическое уравнение для собственных значений линеаризованной вблизи решения (6а) системы уравнений имеет вид

$$(\lambda+1)[\lambda^3+\lambda^2(\sigma+2)+\lambda(\sigma+\xi^2+1)+\sigma(1+\xi^2)(1-r)]=0. \quad (7)$$

Видно, что уравнение (6) всегда имеет по крайней мере два вещественных корня, один из которых равен -1 . Критерий Рауса—Гурвица дает условие неустойчивости решения (6а):

$$r \geq 1, \quad (8)$$

причем значение $r=1$ соответствует началу генерации. При $r=1$ уравнение (6) имеет корни

$$\lambda_1 = -1, \quad \lambda_2 = 0, \quad \lambda_{3,4} = 1/2[-(\sigma-2) \pm \sqrt{\sigma^2-4\xi^2}]. \quad (9)$$

Это означает, что при $r=1$ вещественный корень λ_2 меняет знак. Отсюда следует, что при $r>1$ состояние равновесия (6а) является седлом с одномерной неустойчивой сепаратрисой (см. рис. 2).

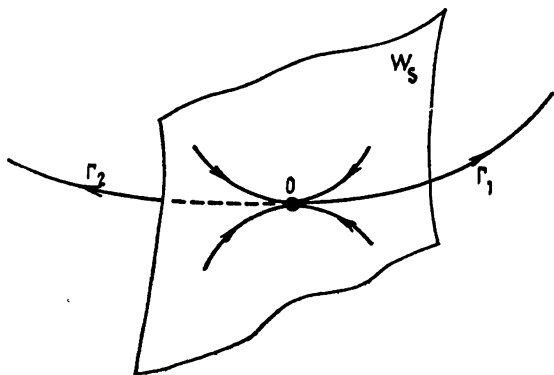


Рис. 2. Седловая точка O с одномерными сепаратрисами Γ_1 и Γ_2 и устойчивым многообразием W_s .

Характеристическое уравнение для собственных значений линеаризованной системы вблизи решения (6б) есть

$$(\lambda+1)[\lambda^3+(\sigma+2)\lambda^2+(2\sigma+(1+\xi^2)(r-\sigma))\lambda-2\sigma(1-r)(1+\xi^2)]=0. \quad (10)$$

Отсюда обычным образом получаем условие устойчивости решения (6б):

$$\sigma > 2, \quad 1 < r < \sigma[\sigma(1-\xi^2)+4]/[(\sigma-2)(1+\xi^2)] = r^*; \quad (11a)$$

$$\sigma < 2, \quad r > 1. \quad (11б)$$

Поскольку параметр σ обратно пропорционален добротности резонатора, из неравенств (11) видно, что нестационарные режимы возможны лишь в случае резонатора с низкой добротностью: $\sigma > 2$. В противном случае, стационар всегда устойчив.

Двойное неравенство из (11а) может быть выполнено только при условии $r^* > 1$, т. е.

$$\xi^2 < \xi_c^2 = (\sigma+1)/(\sigma-1). \quad (12)$$

В противном случае, состояние равновесия (6б) не может быть устойчиво ни при каких r . Это связано с тем, что при $\xi > \xi_c$ генерация происходит не вблизи собственной частоты резонатора, а на одной из боковых частот ω'_\pm , причем $|\omega_p - \omega'_\pm| < |\omega_p - \omega_\pm|$, и $\omega'_\pm \rightarrow \omega_\pm$ при $\xi \rightarrow \infty$

[17, 19]. Выполнение неравенства (12) является, по-видимому, необходимым условием устойчивости инвариантных решений системы уравнений (5) по отношению к исходной системе (3).

Уравнение (10) имеет два вещественных корня, один из которых всегда равен -1 . При $r=1$ другой вещественный корень становится отрицательным и состояния равновесия (5б) устойчивыми фокусами. При $r=r^*$ комплексные корни (9) пересекают мнимую ось и фокусы теряют устойчивость.

Таким образом, $r^* = \sigma[\sigma(1-\xi^2)+4]/[(\sigma-2)(\xi^2+1)]$ есть величина второго порога, при котором происходит переход от стационарной генерации к периодическим пульсациям конечной амплитуды (субкритическая бифуркация Хопфа).

Отметим, что при достаточно больших значениях параметра расстройки, но $\xi < \xi_c$, порог неустойчивости стационарной генерации может быть сколь угодно близок к порогу ее возникновения, что очень важно для экспериментального наблюдения нестационарных режимов.

4. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ РЕЖИМЫ

а) Краткое описание алгоритмов. Для численного исследования системы (5) использовались алгоритмы, позволяющие находить особые траектории в фазовом пространстве: предельные циклы и одномерные сепаратрисы, а также программы для построения отображения Пуанкаре и вычисления величин, характеризующих поведение системы в области странного аттрактора: энтропии, спектральной плотности, автокорреляционных функций и т. д.

В основе алгоритма, позволяющего находить предельные циклы в фазовом пространстве системы, лежит идея замены периодической траектории точкой пересечения этой траектории с заданной плоскостью. Эта точка уточняется намоткой на цикл или ньютоновскими итерациями (в зависимости от устойчивости цикла). Одновременно вычисляются период, размер и мультипликаторы цикла [22].

Одномерные сепаратрисы вычислялись простым интегрированием системы (5) с начальной точкой, лежащей вблизи седла (6а), в направлении собственного вектора матрицы линеаризованной системы, соответствующего неустойчивому направлению [23].

Описание алгоритмов вычисления энтропии Колмогорова и характеристических показателей Ляпунова изложено в [20].

б) Последовательность бифуркаций. При исследовании системы уравнений (5) было выбрано значение параметра σ , равное 3,0, что соответствует случаю резонатора с низкой добротностью $\sigma > 2$, значение параметра ξ' фиксировалось равным $1,3 < \xi_c = \sqrt{2}$. В качестве основного бифуркационного параметра рассматривался параметр накачки r .

Опишем последовательность бифуркаций, происходящих в системе при увеличении r от единицы.

При $1 < r \leq 1,52$ единственными устойчивыми многообразиями в фазовом пространстве являются фокусы (6б). При этом неустойчивые одномерные сепаратрисы седла наматываются на эти состояния равновесия (рис. 3а). При $r=1,52$ эти сепаратрисы замыкаются в симметричные петли (рис. 3б), при «расщеплении» петли рождаются три предельных цикла: устойчивый цикл C_1 , охватывающий пару неустойчивых циклов C_2 (рис. 3в). Цикл C_1 инвариантен относительно преобразований симметрии, допускаемых системой (2), циклы C_2 отображаются при этих преобразованиях друг на друга. При этом сепаратрисы Γ_1, Γ_2 наматываются на родившийся устойчивый предельный цикл C_1 .

В модели Лоренца, соответствующей случаю генерации на одной спектральной линии, также имеет место бифуркация рождения циклов из петель одномерных сепаратрис. Однако устойчивых предельных циклов при этом не возникает. Существование устойчивого периодического режима в системе (5), по-видимому, существенно связано с увеличением числа степеней свободы по сравнению с системой Лоренца.

При дальнейшем увеличении параметра накачки размер неустойчивых циклов убывает и при $r \approx 2,15$ они стягиваются в фокусы O_1 и O_2 . При этом фокусы теряют устойчивость и единственным устойчивым многообразием остается предельный цикл C_1 . (В модели Лоренца неустойчивые циклы также исчезают с ростом r .)

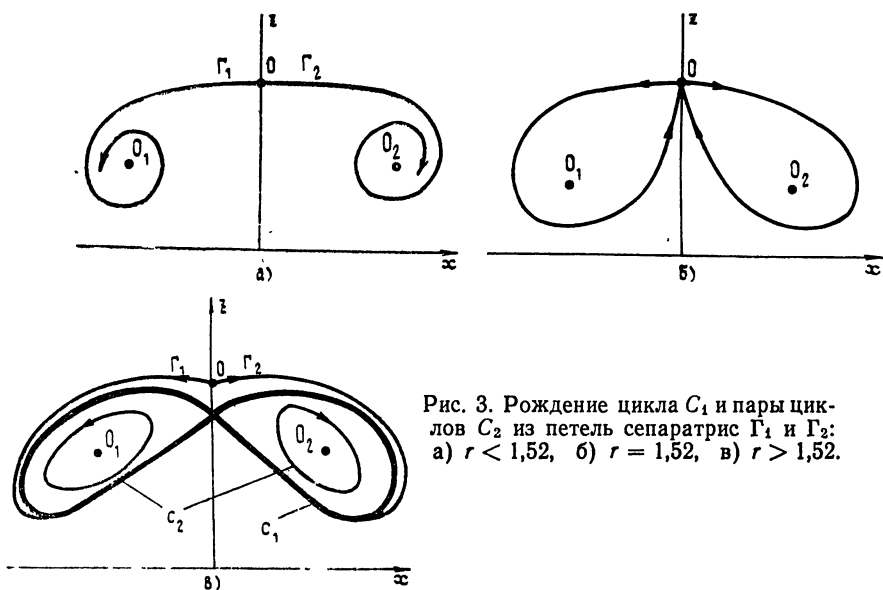


Рис. 3. Рождение цикла C_1 и пары циклов C_2 из петель сепаратрис Γ_1 и Γ_2 : а) $r < 1,52$, б) $r = 1,52$, в) $r > 1,52$.

Таким образом при $1,52 < r < 2,15$ возможны два устойчивых режима генерации: при мягком возбуждении из состояния равновесия O система переходит на периодический колебательный режим (цикл C_1), в случае жесткого возбуждения при условии, что начальное состояние системы лежит внутри седловых циклов C_2 , реализуется режим стационарной генерации (состояния равновесия O_1 или O_2 соответственно). Отметим также, что если генерация начинается при $r < 1,52$, а затем параметр r плавно увеличивается, то лазер остается в режиме стационарной генерации до $r = 2,15$.

При $r \geq 2,15$ до следующего бифуркационного значения система демонстрирует периодические пульсации при любых начальных условиях.

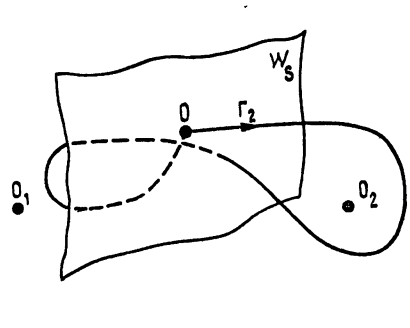


Рис. 4.

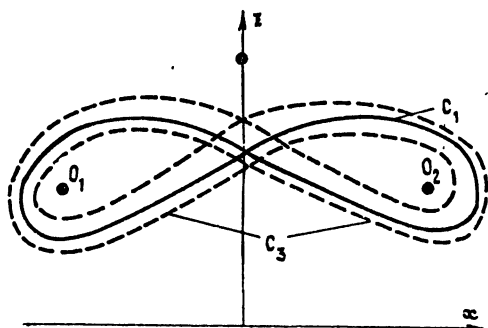


Рис. 5.

Рис. 4. Двухободная петля сепаратрисы Γ_2 при $r = 2,60$ (поведение Γ_1 аналогично).
Рис. 5. Система циклов при $r > 2,6$. Цикл C_1 устойчив, циклы C_3 — седловые.

При $r = 2,6$ одномерные сепаратрисы седла O вновь испытывают замыкание в петли, теперь уже двухободные (рис. 4). При этом из петли рождается пара неустойчивых циклов C_3 , охватывающих цикл C_1 (рис. 5). Когда r достигает значения $3,0$, циклы C_3 сливаются с C_1 ,

передавая ему неустойчивость. При этом один из мультипликаторов* цикла проходит через значение $+1$. С этой бифуркации начинается плавный переход от регулярных осцилляций, соответствующих предельному циклу, к стохастическому движению, соответствующему странному аттрактору.

в) Странный аттрактор. После потери устойчивости предельным циклом C_1 возникает вопрос о характере устойчивого многообразия в системе (5). Численное интегрирование уравнений показывает, что при $r=3,0$ траектория не выходит на какой-либо регулярный режим, а ведет себя случайным образом, причем с увеличением параметра накачки степень стохастичности возрастает (рис. 6а—в).

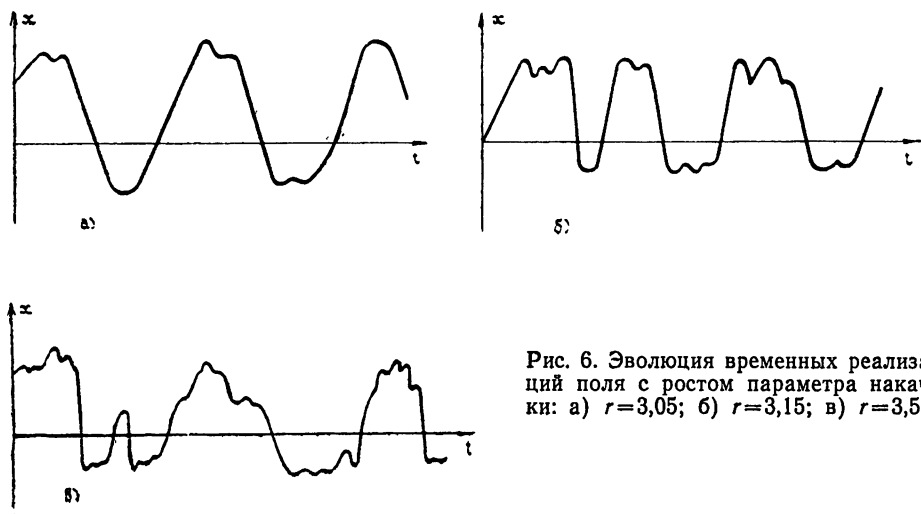


Рис. 6. Эволюция временных реализаций поля с ростом параметра накачки: а) $r=3,05$; б) $r=3,15$; в) $r=3,50$.

Естественно предположить, что при слиянии циклов C_1 и C_3 в системе рождается странный аттрактор (СА). Известно, что важными критериями стохастичности динамических систем являются: положительность КС-энтропии**, экспоненциальный спад автокорреляционных функций.

На рис. 7 показана зависимость энтропии от параметра r , полученная с помощью применения численных алгоритмов.

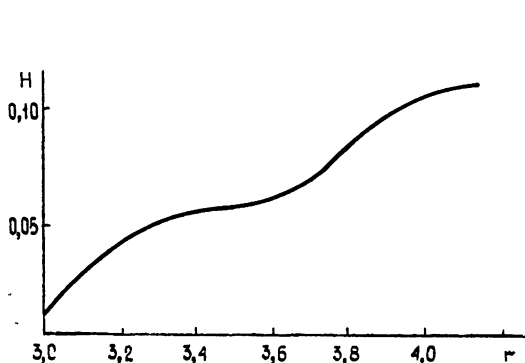


Рис. 7.

Рис. 7. Зависимость КС-энтропии от параметра накачки.

Рис. 8. Спад АКФ при различных значениях параметра r .

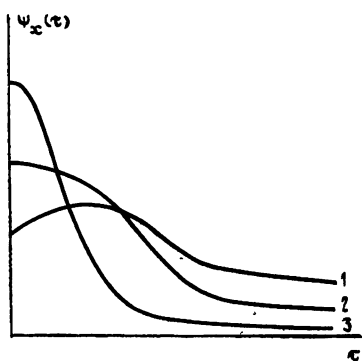


Рис. 8.

* Мультипликаторами цикла λ_i называются собственные значения матрицы отображения, задаваемого системой уравнений на периоде цикла τ , вообще говоря, комплексные. Мультипликаторы связаны с показателями Ляпунова σ_i соотношением $\sigma_i = (1/\tau) \ln |\lambda_i|$. (20)

** Введение формального определения КС-энтропии требует специального обсуждения (см., например, [9, 20]). По своему физическому смыслу КС-энтропия полностью аналогична энтропии, используемой в статистической механике [21].

$$\psi_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} (1/T) \int_0^T x(t)x(t+\tau) dt \quad (13)$$

при различных значениях бифуркационного параметра показано на рис. 8.

Фрактальная размерность* СА оценивалась по формуле Капана—Йорке путем вычисления полного спектра ляпуновских характеристических показателей на аттракторе. При всех значениях параметра фрактальная размерность D_f удовлетворяет неравенству $2 < D_f < 3$. Отсюда следует, что отображение Пуанкаре данного СА является приближенно одномерным.

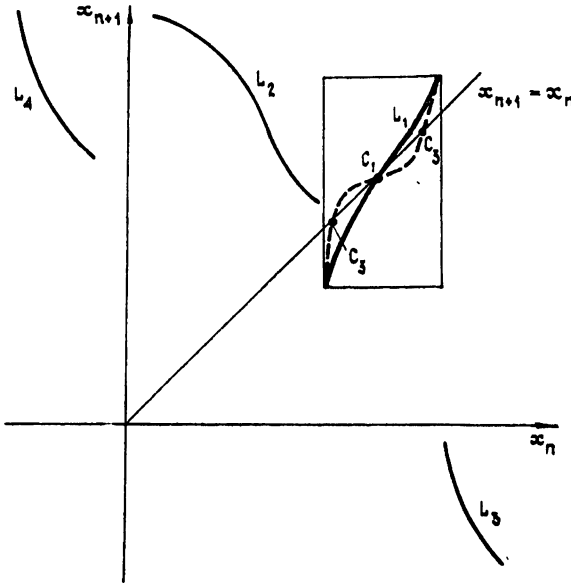


Рис. 9. Отображение последования системы (15).

На рис. 9 дано отображение последования по переменной x , полученное построением сечения траектории на СА с плоскостью $x=y$. В области, ограниченной прямоугольником, пунктирная кривая соответствует значению $r=2,80$, при котором в фазовом пространстве еще существуют устойчивый цикл и пара неустойчивых циклов C_3 . Сплошная линия соответствует $r=3,15 > 3,0$. Легко убедиться, что при этом любая начальная точка будет отображена в окрестность точки C_1 , удаляться от нее по ветви L_1 и затем вновь возвращаться по ветвям L_2, L_3, L_4 . Это означает, что все траектории на аттракторе так или иначе приближаются к циклу C_1 , затем медленно раскручиваются от него и вновь возвращаются. Наклон кривой L_1 в точке C_1 растет с ростом r , поэтому с увеличением параметра накачки траектории все быстрее отматываются от C_1 и движение все более отличается от периодического. Такой тип перехода динамических систем к хаотическому поведению в литературе получил название «перемежающейся стохастичности».

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Итак, в исследованной области параметров система уравнений (4) описывает три типа режимов генерации: 1) стационарный режим, 2) периодические автоколебания, соответствующие устойчивому предельному циклу C_1 , 3) стохастические колебания, образом которых является странный аттрактор.

* Фрактальная размерность предельного многообразия характеризует, в частности, эффективное число степеней свободы, участвующих в движении динамической системы.

Переход от стационарной генерации к периодическим автоколебаниям при изменении параметра накачки происходит через субкритическую бифуркацию Хопфа. Это согласуется с наблюдавшимся экспериментально скачкообразным переходом к генерации незатухающих пульсаций большой амплитуды в лазере бегущей волны на основе молекул формальдегида [19]. На рис. 10 показана временная реализация колебаний интенсивности, соответствующих устойчивому циклу.

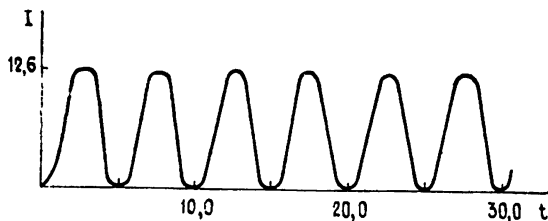


Рис. 10. Пульсации интенсивности излучения при $r=1,8$, соответствующие предельному циклу C_1 .

При дальнейшем увеличении параметра накачки период и размер цикла убывают в соответствии с экспериментально обнаруженным ростом частоты пульсаций и уменьшением их амплитуды (рис. 11).

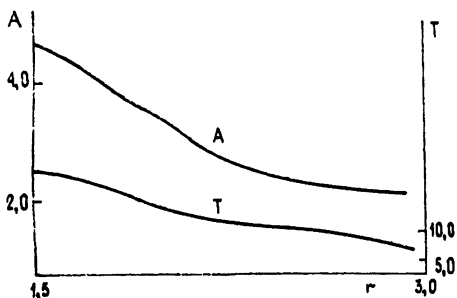


Рис. 11. Зависимость амплитуды и периода колебаний интенсивности от параметра накачки: A — амплитуда, T — период.

С ростом параметра накачки периодический режим мягко переходит в стохастический, что также отмечалось в работе [19]. При этом поведение системы можно проинтерпретировать физически, анализируя фурье-спектр временных реализаций. В периодическом режиме происходит генерация дискретного спектра мод с одним и тем же волновым вектором, но с различными частотами, близкими к центральной частоте. С ростом параметра накачки дискретный спектр размывается, постепенно переходя в стохастический.

Эволюция отображения Пуанкаре показывает, что рождение SA связано со сливанием устойчивой и неустойчивых периодических траекторий. Однако поведение функции последования не раскрывает, а лишь отражает механизм рождения стохастического множества. Чтобы более глубоко понять этот механизм, необходимо детально изучить изменения, происходящие в структуре устойчивых и неустойчивых многообразий циклов C_1 и C_3 . Этот вопрос является темой отдельной работы.

Выше уже упоминалось, что уравнения одномодовой генерации в лазере с однородным уширением сводятся к модели Лоренца. Как хорошо известно, эта модель в исследуемой здесь области параметров предсказывает два основных режима генерации: стационарный режим и стохастические автоколебания, причем переход от равновесного состояния к хаосу с изменением параметра накачки происходит жестким образом [12].

Различия в поведении модели Лоренца и системы (4) очевидны. Следовательно, даже небольшое увеличение числа степеней свободы может вносить качественные изменения в динамику системы. Подобное явление имеет место в задачах о многомодовой генерации в лазерах [22]. С другой стороны, ряд экспериментальных работ [3,6-8] показывает,

что в реальных системах процессы генерации соответствуют конечно-мерным аттракторам. Поэтому, в перспективе предстоит более детально изучить вопрос о возможности описания процессов генерации с помощью конечного числа обыкновенных дифференциальных уравнений.

Модель двух спектральных линий, интересная сама по себе, широко используется в качестве аппроксимации неоднородно уширенной линии. При этом не обнаруживается качественного противоречия выводов теории с имеющимися экспериментальными данными. Результаты, полученные при численном интегрировании точной интегродифференциальной системы уравнений, в частности частотная зависимость инверсии населенностей активных атомов (14), подтверждают адекватность данной аппроксимации. Количественным критерием применимости модели двух линий может служить слабое изменение динамики генерации при переходе от двух к трем линиям и т. д. Успешное применение модели двух линий для качественной аппроксимации неоднородно уширенной линии позволяет сделать предположения о возможности свести точную «бесконечномерную» систему уравнений для континуума спектральных линий к системе конечного числа уравнений, по своей форме близкой к системе уравнений для двух спектральных линий. Основой для такого сведения является то обстоятельство, что в уравнение, описывающее поле в резонаторе, входит поляризация, усредненная по спектральному распределению компонент.

Проверка данной гипотезы должна быть основана на подробном исследовании динамики исходной точной системы уравнений.

Авторы выражают признательность В. С. Анищенко за ценные замечания по работе, а также А. И. Хибнику и Ю. А. Кузнецову за предоставленные ими алгоритмы численного анализа систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беленов Э. М., Морозов В. Н., Ораевский А. Н. — Труды ФИАН, 1964, с. 322.
2. Ханин Я. И. Динамика квантовых генераторов. — М.: Наука, 1975.
3. J. Opt. Soc. Am., 1985, В1.
4. Грасюк А. Э., Ораевский А. Н. — Радиотехника и электроника, 1964, № 9, с. 527.
5. Ораевский А. Н. Молекулярные генераторы. — М.: Наука, 1964.
6. Agocchi F. T. et al. — Phys. Rev. Lett., 1982, 49, № 17, p. 1217.
7. Gioggia R. S., Abraham N. B. — Phys. Rev. Lett., 1983, 51, № 8, p. 650.
8. Хандохин П. А., Ханин Я. И. — Квантовая электроника, 1984, 11, № 7, с. 1483.
9. Рабинович М. И. — УФН, 1978, 125, с. 123.
10. Гапонов-Грехов А. В., Рабинович М. И. — УФН, 1979, 128, с. 579.
11. Монин А. С. — УФН, 1978, 125, с. 97.
12. Странные аттракторы / Под ред. Я. Г. Синая, Л. П. Шильникова. — М.: Мир, 1981.
13. Ораевский А. Н. — Квантовая электроника, 1981, 8, № 1, с. 132.
14. Casperson L. W. — Laser Physics. Lecture Notes in Physics. — New York: Springer-Verlag, 1983, 1982, p. 88.
15. Иднатулин В. С. Диссертация. М., ВНИИФТРИ, 1979.
16. Владимирский К. В. — Краткие сообщения по физике ФИАН, 1972, № 3, с. 26.
17. Басов Н. Г. Диссертация. М., ФИАН, 1959.
18. Haken H. Laser Theory. — Berlin — Heidelberg: Springer-Verlag, 1970.
19. Abraham N. B. et al — J. Opt. Soc. Am., 1985, В1, p. 23
20. Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. — М.: Мир, 1984.
21. Заславский Г. М. Стохастичность динамических систем. — М.: Наука, 1984.
22. Хибник А. И. Периодические решения системы дифференциальных уравнений. — Пушкино: ОНТИ НЦБИ АН СССР, 1979.
23. Кузнецов Ю. А. Одномерные сепаратрисы системы обыкновенных дифференциальных уравнений, зависящей от параметров. — Пушкино: ОНТИ НЦБИ АН СССР, 1983.

24. Caspersen L. W. — IEEE J. Quant. Elect., 1978, QE-14, p. 756.
25. Albano A. M. et al. — J. Opt. Soc. Am., 1985, B1, p. 47.
26. Gioggia R. S., Abraham N. B. — Opt. Commun., 1983, 47, p. 278.
27. Mandel P. — Phys. Lett., 1981, 73A, p. 207.
28. Хакен Г. Синергетика. — М.: Мир, 1980.
29. Хакен Г. Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. — М.: Мир, 1985.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступила в редакцию
31 марта 1986 г.

Научно-исследовательский институт механики и физики
при Саратовском университете

DYNAMIC OPERATIONS OF LASER WITH TWO RESONANCE LINES OF THE ACTIVE MEDIUM

A. N. Oraevskij, I. E. Protsenko, M. A. Safonova, V. Yu. Toronov

This paper represents a numerical study of operations of a laser with two component active medium. Stationary generation, undamped periodical pulsations of radiation intensity and chaotic pulsations have been detected. The bifurcation from regular behaviour to chaotic one is analyzed. It is showed that lasers with multicomponent active medium may demonstrate complex dynamics in a really achieved range of parameters. The possibility of the two-line model application to the description of the inhomogeneously broadened single-mode laser is discussed.

ИНСТРУКЦИЯ ПО СОСТАВЛЕНИЮ РЕФЕРАТОВ

1. В реферате кратко излагается основное содержание статьи. Реферат должен дать читателю представление о характере освещаемой работы, оригинальности постановки вопроса, методике проведения исследования и его основных результатах.

2. Реферату должно предшествовать библиографическое описание в следующем виде: название статьи, фамилия и инициалы автора, название журнала, где помещается статья. Текст реферата начинается непосредственно с изложения существа работы без повторения заголовка. Форма изложения материала не обязательно должна повторять форму изложения оригинальной статьи.

3. Если оригинал содержит большое количество цифровых данных, их следует обобщить и систематизировать.

4. Средний объем реферата 1,5—2 страницы машинописного текста, отпечатанного через два интервала на белой писчей бумаге обычного формата (30×21) в двух экземплярах с полем 4 см с левой стороны.

5. Таблицы, схемы, графики и пр. могут быть включены в том случае, если они отражают основное содержание работы или сокращают текст реферата. Сообщение о наличии в реферируемой работе таблиц, схем, графиков, фотографий, карт, рисунков необходимо давать в конце реферата. Например, табл. 2, ил. 10.

6. Формулы приводятся только в том случае, если они необходимы для понимания статьи. Громоздкие математические выражения помещать не следует. Формулы следует вписывать четко, не изменяя принятых в оригинале обозначений величин. Формулы и буквенные обозначения вписываются черными чернилами во второй экземпляр. Вписывание формул и буквенных обозначений, а также исправление замеченных опечаток в первом экземпляре не делается.

7. В конце реферата в квадратных скобках указывается название учреждения или предприятия, в котором автор реферируемой работы (если эти данные приводятся в статье) провел работу. Подпись автора и дату написания реферата следует ставить в левом нижнем углу на обоих экземплярах реферата.