ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXXI, № 3 *РАДИОФИЗИКА* *1988*

УДК 533.951.2

О НЕЛИНЕЙНОМ ПОГЛОЩЕНИИ ЦИКЛОТРОННЫХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ

А. К. Некрасов

Получен инкремент распада электромагнитной волны на произвольной гармонике циклотронной частоты электронов или ионов на две потенциальные бернштейновские моды, эффективно поглощаемые плазмой. Приведено условие на величину амплитуды падающей волны, при выполнении которого оптическая толщина плазмы вследствие распадной неустойчивости становится больше оптической толщины зоны прямого циклотронного поглощения. Рассмотренный процесс возможен при циклотронном нагреве плазмы мощным излучением.

Высокочастотный нагрев является в настоящее время одним из основных методов дополнительного нагрева плазмы [1–6]. С увеличением мощности вводимых в плазму излучений возрастает роль параметрических неустойчивостей, оказывающих большое влияние на эффективность поглощения плазмой энергии падающей волны. Наиболее важными для нагрева являются нелинейные процессы с возбуждением плазменных волн, энергия которых в конце концов переходит в энергию частиц [7–9].

Как известно [1,5,6], при квазипоперечном по отношению к внешнему магнитному полю вводе необыкновенной волны в плазму наибольшее поглощение в области циклотронного резонанса испытывает волна на второй гармонике циклотронной частоты электронов. Однако с увеличением мощности такой волны в игру может вступить нелинейный процесс — распад падающей электромагнитной волны на две потенциальные моды Бернштейна, эффективно поглощаемые плазмой. В результате электромагнитная волна, не дойдя еще до области циклотронного резонанса, может передать плазме значительную часть своей энергии. Аналогичный процесс возможен и при нагреве плазмы на гармониках циклотронной частоты ионов [10].

В настоящей работе рассматривается распад электромагнитной волны накачки на произвольной гармонике циклотронной частоты электронов или ионов, распространяющейся квазипоперечно по отношению к внешнему магнитному полю, на две резонансные бернштейновские моды. Ларморовский радиус частиц считается произвольным. Исходное нелинейное волновое уравнение выводится для случая малой амплитуды волны накачки, когда смещение частиц в ее поле мало по сравнению с длиной волны возбуждаемых мод, однако без линеаризации по амплитудам последних, что позволяет рассматривать нелинейную стадию параметрической неустойчивости. При получении дисперсионного уравнения для распадной неустойчивости поляризация волны накачки предполагается линейной. Возникающие при распаде потенциальные волны разбегаются в противоположных направлениях, почти перпендикулярных направлению распространения волны накачки. Вследствие этого неоднородность плазмы вдоль последнего не является существенной [11]. Поэтому распад может происходить по всей траектории электромагнитной волны в плазме вплоть до области ее собственного циклотронного поглощения. Таким образом, область нагрева может оказаться порядка поперечного размера плазменного шнура. В качестве примера приводится условие на амплитуду нагревающей необыкновенной волны на второй гармонике электронной циклотронной частоты, при выполнении которого оптическая толщина плазменного шнура вследствие распадной неустойчивости становится больше оптической толщины области линейного циклотронного поглощения падающей волны.

1. Нелинейное дисперсионное уравнение. Рассмотрим случай, когда поляризация волн и направление их распространения почти (или строго) перпендикулярны к внешнему магнитному полю $\boldsymbol{B}_0$, направленному вдоль оси z: $E_\perp \gg E_z$, $k_\perp \gg k_z$, где $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{k}$ — электрическое поле и волновой вектор волны, значок «$\perp$» отмечает поперечное направление по отношению к $\boldsymbol{B}_0$. Используя кинетическое уравнение для функции распределения f_j частиц сорта j ($j=e, i$ означает соответственно электроны и ионы) и уравнения Максвелла, получим систему двух нелинейных уравнений во втором порядке по амплитуде волны:

$$
\begin{aligned}
&(k_y^2 c^2 - \omega^2 - A_1^+) E_{xk} + (-k_x k_y c^2 - iA_2) E_{yk} = 4\pi i\omega j_{xk}^{(2)},\\
&(-k_x k_y c^2 + iA_2^*) E_{xk} + (k_x^2 c^2 - \omega^2 - A_1^-) E_{yk} = 4\pi i\omega j_{yk}^{(2)},
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где $\boldsymbol{E}_k$ и $\boldsymbol{j}_k^{(2)}$ — фурье-гармоники электрического поля волны и нелинейного квадратичного тока $\boldsymbol{j}^{(2)} = \sum_j e_j \int d\boldsymbol{v}\boldsymbol{v} f_j^{(2)}$ (e_j — заряд частиц), $k = \{\boldsymbol{k}, \omega\}$, ω — частота колебаний, c — скорость света, знак «$*$» означает комплексное сопряжение. Выражение для $f_j^{(2)}$ в общем виде приведено, например, в [12].

В (1) введены обозначения

$$A_1^\pm = a_1 \pm b \cos 2\alpha_k, \quad A_2 = a_2 - ib \sin 2\alpha_k,$$

где

$$a_{1(2)} = \frac{1}{4} \sum_{j,n} \frac{\omega_{pj}^2 \omega}{\omega - n\omega_j} 2\pi \int_0^\infty dv_\perp\, v_\perp^2 \left[J_{n-1k}^2 (\pm) J_{n+1k}^2\right] \frac{\partial f_{0j}}{\partial v_\perp},$$

$$b = \frac{1}{2} \sum_{j,n} \frac{\omega_{pj}^2 \omega}{\omega - n\omega_j} 2\pi \int_0^\infty dv_\perp\, v_\perp^2 J_{n-1k} J_{n+1k} \frac{\partial f_{0j}}{\partial v_\perp}.$$

Здесь ω_{pj} и ω_j — ленгмюровская и циклотронная частоты, $J_{nk} = J_n(k_\perp v_\perp/\omega_j)$ — функция Бесселя n-го порядка, $\boldsymbol{k} = \{k_\perp \cos\alpha_k, k_\perp \sin\alpha_k, k_z\}$, f_{0j} — нормированная на единицу невозмущенная функция распределения.

Определитель $D(k)$ системы (1) имеет вид

$$D(k) = -k_\perp^2 c^2(\omega^2 + a_1 + b) + (\omega^2 + a_1)^2 - a_2^2 - b^2. \tag{2}$$

Уравнение $D(k) = 0$ есть дисперсионное уравнение для линейных колебаний. Последние слабо затухают в области $\omega - n\omega_j \gg \max\{k_z v_{T\parallel j}, n\omega_j v_{Tj}^2/c^2\}$, где $v_{T\parallel j}$ и v_{Tj} — продольная и полная тепловые скорости частиц. Отметим, что в приведенных выражениях параметр $k_\perp \rho_j$, где ρ_j — ларморовский радиус частиц сорта j, является произвольным.

Уравнения (1) описывают трехволновое взаимодействие. Решая эту систему, найдем нелинейное электрическое поле $\boldsymbol{E}_k^{(2)}$ во втором порядке. Подставляя последнее в правую часть (1), получим нелинейное уравнение для амплитуды одной из взаимодействующих волн, линеаризация которого приведет к дисперсионному уравнению для распадного взаимодействия. В общем случае это уравнение является сложным. Поэтому ограничимся рассмотрением плазмы низкой плотности или сильного магнитного поля, когда $\omega_j^2 \gg \omega_{pj}^2$. В этом случае поляризация электромагнитных волн будет близка к линейной. Пусть, например, $E_x \gg E_y$. Положим

$$4\pi i \omega j^{(2)}_{x(y)k} = \sum_{k'+k''=k} V_{x(y)}(k, k', k'') E_{xk'} \; E_{xk''}.$$

Выполняя указанные выше действия, получим в случае монохроматической волны накачки с частотой ω_0, волновым вектором $\boldsymbol{k}_0$ и амплитудой E_0 следующее нелинейное дисперсионное уравнение:

$$D(k) D(k - k_0) = (1/4) W(k, k_0, k, -k_0) E_0^2 \,. \qquad (3)$$

Здесь

$$W(k, k', k'', k''') = [C^{(1)}_k \overline{V}_x(k, k', k''+k''') + C^{(2)}_k \overline{V}_y(k, k', k''+k''')] \times$$

$$\times [C^{(1)}_{k''+k'''} \overline{V}_x(k''+k''', k'', k''') + C^{(2)}_{k''+k'''} \overline{V}_y(k''+k''', k'', k''')] \,,$$

где

$$\overline{V}_{x(y)}(k, k', k'') = V_{x(y)}(k, k', k'') + V_{x(y)}(k, k'', k') \,.$$

$$C^{(1)}_k = k_x^2 \, c^2 - \omega^2 - A_1^-, \qquad C^{(2)}_k = k_x \, k_y \, c^2 + i A_1.$$

Выражение для $V_{x(y)}(k, k', k'')$ имеет громоздкий вид и здесь не приводится. Его можно легко получить с помощью $f_j^{(2)}$, приведенной в [12].

2. Распад электромагнитной циклотронной волны на моды Бернштейна. Рассмотрим трехволновое взаимодействие с участием циклотронных колебаний на гармониках частоты ω_j. Пусть $k_{\perp 0} \rho_j \ll 1$, $k_\perp \gg k_{\perp 0}$, $k_\perp^2 c^2 \gg \omega^2$, $k_x \gg k_y$. Эти условия соответствуют распаду электромагнитной волны на потенциальные волны, причем последние будут бежать почти вдоль и против направления поляризации волны накачки. В этом случае выражение для матричного элемента $W(k, k_0, k, -k_0)$ можно представить в простом виде:

$$W(k, k_0, k, -k_0) = \frac{e_j^2}{m_j^2} \, \frac{\omega_{pj}^4 \, \omega \, (\omega_0 - \omega) \, n^2 p^2 \omega_j^2 k_\perp^2 c^4}{[2(n+p-1)!]^2 (\omega - n\omega_j)^2 (\omega_0 - \omega - p\omega_j)^2} \times$$

$$\times \left(\frac{k_{\perp 0}}{2\omega_j} \right)^{2(n+p-1)} I_{np} \, I_{pn}, \qquad (4)$$

где m_j — масса частиц, $I_{np} = 2\pi \int\limits_0^\infty dv_\perp v_\perp^{n+p-1} J_{nk} J_{p-1k} \partial f_{0j}/\partial v_\perp$, $n>0$ и $p>0$ — номера гармоник возбуждаемых волн. Из (4) следует, что распадная неустойчивость возможна для накачки с конечной длиной волны.

Для потенциальных колебаний имеем

$$D(k) = -\omega^2 k_\perp^2 c^2 \left[\varepsilon + \sum_{j,n} \frac{\omega_{pj}^2 \, n^2 \, \omega_j^2}{(\omega^2 - n^2 \omega_j^2) k_\perp^2} I_n \right], \qquad (5)$$

где $I_n = 2\pi \int\limits_0^\infty dv_\perp J^2_{nk} \, \partial f_{0j}/\partial v_\perp$. Величина $\varepsilon = 1$ для электронных циклотронных колебаний и $\varepsilon = (k r_{De})^{-2}$ для ионных циклотронных колебаний при условии $\omega_i \ll k_z v_{T_\parallel e}$, где r_{De} — дебаевский радиус (отметим, что последний случай в уравнениях (1), для краткости, не учитывается).

С помощью (3)—(5) найдем инкремент распадной неустойчивости γ при достаточно малой амплитуде волны, когда $\mathrm{Re}\,\omega - n\omega_j \gg \gamma$:

$$\gamma = \frac{k_\perp c}{4(n+p-1)!} \left(\frac{I_{np} I_{pn}}{I_n I_p} \right)^{1/2} \left(\frac{k_{\perp 0}}{2\omega_j} \right)^{n+p-1} \frac{E_0}{B_0} \,. \qquad (6)$$

Отметим, что полученное решение не зависит от плотности плазмы. Оно справедливо при условии $\omega_{pj}^2 \gg (2\varepsilon k_{\perp}^2 /|I_n|)(\gamma/n\omega_j)$ $(n \leftrightarrow p)$, когда возможен распад на собственные (бернштейновские) моды плазмы (для ионно-циклотронных колебаний $\varepsilon = (kr_{De})^{-2} \gg 1$).

В выражении (6) параметр $k_\perp \rho_j$ является произвольным. В случае $k_\perp \rho_j \ll 1$ для максвелловской функции распределения получим

$$\gamma = 2^{-(n+p)} [(n-1)!] (p-1)!]^{-1/2} \frac{c}{v_{T\perp j}} (k_{\perp 0} \rho_j)^{n+p-1} \frac{E_0}{B_0} \omega_j, \qquad (7)$$

где $v_{T_\perp j} = (2T_{\perp j}/m_j)^{1/2}$ — поперечная тепловая скорость, $\rho_j = v_{T_\perp j}/\omega_j$. При $n=p=1$ отсюда имеем гидродинамическое решение $\gamma = (E_0/2B_0)\omega_j$, где учтено, что $k_{\perp 0}c \approx \omega_0 \approx 2\omega_j$. При $k_\perp \rho_j \sim 1$ выражение (6) по порядку величины сохраняет вид (7), а при $k_\perp \rho_j \gg 1$ инкремент разрешенных распадов ($n+p$ — четное) равен нулю. Отметим, что распад ионно-циклотронной волны на моду Бернштейна и нерезонансную ионно-циклотронную моду (квазимоду) наблюдался экспериментально [10].

3. Оптическая толщина. Оптическую толщину τ при распаде мощной электромагнитной волны можно оценить из равенства $\tau = \gamma l / v_{g0}$, где l — расстояние от внешней границы плазмы до области циклотронного резонанса (можно считать, что l порядка поперечного размера плазмы), v_{g0} — групповая скорость падающей волны. Пусть τ_c — оптическая толщина зоны циклотронного поглощения электромагнитной волны. Тогда при условии $\tau > \tau_c$ или

$$\gamma > v_{g0}\tau_c / l \qquad (8)$$

поглощение падающей волны в результате распада на плазменные волны будет более эффективным, чем прямое циклотронное поглощение.

Рассмотрим неравенство (8) в случае, когда для нагрева плазмы используется необыкновенная волна на второй гармонике электронной циклотронной частоты. Оптическая толщина τ_c для такой волны равна

$$\tau_c = \pi^2 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_e^2} \frac{v_{Te}^2}{c^2} \frac{R}{\lambda_0},$$

где R — характерная длина поперечной неоднородности внешнего магнитного поля, λ_0 — длина волны в области циклотронного резонанса [1]. Подставляя γ и τ_c в (83), получим

$$E_0 > 2\pi \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_e^2} \frac{v_{Te}^2}{c^2} \frac{R}{l} B_0.$$

Отсюда следует, что для характерных параметров плазмы в токамаках $n_0 \sim 10^{13}$ см$^{-3}$, $T_e \sim 1$ кэВ, $B_0 \sim 5 \cdot 10^4$ Гс, $R/l \sim 3$ [13] распад будет эффективным при напряженности поля волны $E_0 \gtrsim 20$ кВ/см.

Автор выражает благодарность Петвиашвили В. И. и Похотелову О. А. за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Высокочастотный нагрев плазмы. Материалы Всесоюзного совещания. — Горький: ИПФ АН СССР, 1983.
2. Аликаев В. В. — В сб.: Итоги науки и техники. Сер. Физика плазмы — М.: ВИНИТИ, 1981, т. I, ч. 2, с. 80.
3. Takahashi H., Daughney C. C., Ellis R. A. et al. — Phys. Rev. Lett., 1977, 39, p. 31.
4. Hosea J., Boyd B., Bretz N. et al. — In: Proceeding 8-th International Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research. — Vienna, 1981, 2, p. 95.
5. Litvak A. G., Permitin G. V., Suvorov E. V., Fraiman A. A. — Nucl. Fusion, 1977, 17, p. 659.

6. Суворов Е. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 6, с. 666
7. Голант В. Е., Пилия А. Д. — УФН, 1971, 104, с. 413.
8. Golant V. E. — Physica Scripta, 1982, pt. 2, p. 428.
9. Шафранов В. Д. — В сб.: Вопросы теории плазмы / Под ред. М. А Леонтовича. — М.: Атомиздат, 1963, вып. 3, с. 36.
10. Skiff F., Ono M., Wong K. L. — Phys. Fluids, 1984, 27, p. 1051.
11. Берс А В кн.: Основы физики плазмы / Под ред. А. А. Галеева, Р. Судана. — М.: Энергоатомиздат, 1984, 2, с. 322.
12. Некрасов А. К. — Физика плазмы, 1986, 12, с. 971.
13. Коврижных Л М., Голант В. Е. — Физика плазмы, 1986, 12, с. 1250.

Институт физики Земли
АН СССР

Поступила в редакцию
24 марта 1986 г.,
после переработки
16 марта 1987 г.

ON NONLINEAR CYCLOTRON WAVE ABSORPTION IN PLASMA

A. K. Nekrasov

The decay growth rates of an electromagnetic wave at an arbitrary harmonics of electron or ion cyclotron frequency into two potential Bernstein modes being efficiently absorbed by plasma, are obtained. The condition for a value of an incident wave amplitude is given, in fulfilling of which, the optical thickness of plasma due to the decay instability becomes larger than the optical thickness of the direct cyclotron absorption zone. The process considered, is possible when plasma is heated by powerful radiation.

Аннотации депонированных статей

УДК 537.874.6

О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ ВОЛН *H*-ПОЛЯРИЗАЦИИ НА ПРОВОДЯЩИХ ЦИЛИНДРАХ С МНОГОУГОЛЬНЫМ ПОПЕРЕЧНЫМ СЕЧЕНИЕМ

В. Г. Засовенко, В. П. Чумаченко

Для решения задач дифракции H-поляризованных волн на цилиндрических поверхностях, контур поперечного сечения которых представляет собой набор отдельных отрезков либо замкнутых многоугольников, применен метод, при решении которым рассеянное поле ищется в виде суммы функций U_i, каждая из которых отнесена к отдельному звену контура. Показано, что в случае отдельных полос для нахождения функций U_i могут быть эффективно использованы их разложения по нечетным функциям Матье:

$$U_i = \sum_{n=1}^{\infty} D_n^i \frac{Ne_n^{(2)}(\xi_i, q_i)}{Ne_n^{(2)\prime}(0, q_i)} se_n(\eta_i, q_i) .$$

В случае, если поперечное сечение состоит из замкнутых многоугольников, эффективный метод решения дает разложение по четным функциям Матье:

$$U_i = \sum_{n=0}^{\infty} D_n^i \frac{Me_n^{(2)}(\xi_i, q_i)}{Me_n^{(2)\prime}(0, q_i)} ce_n(\eta_i, q_i) .$$

Учитывая в разложениях конечное число членов — M, получены системы линейных алгебраических уравнений для нахождения коэффициентов D_n^i. Проведен анализ скорости сходимости алгоритма при его численной реализации. В качестве примеров приведены решения задачи определения диаграммы направленности параболического зеркала, состоящего из отдельных полос, и задача дифракции плоской волны на цилиндре с сечением в виде правильного N-угольника $N \in \{3, 4, 6, 9\}$ Рассчитаны значения токов на поверхностях цилиндров

Статья депонирована в ВИНИТИ,
рег. № 744-В 88. Деп. от 27 января 1988 г.