

УДК 621 372.823

**ДИФРАКЦИЯ ВОЛНЫ НА ЭКРАНИРОВАННОМ РАЗРЫВЕ
МНОГОМОДОВОГО ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ВОЛНОВОДА**

Д. В. Виноградов

Методами асимптотической теории дифракции определены потери симметричной волны E_{0n} или H_{0n} на экранированном разрыве многомодового волновода. Исследована зависимость коэффициента передачи устройства от ширины разрыва, радиуса экрана и частоты волны.

В некоторых электродинамических системах применяются многомодовые волноводы с разрывами [1], в частности с экранированными разрывами. Задача о прохождении волн через разрывы решалась в приближении Гюйгенса — Кирхгофа [2, 3], а в плоском случае — и методами асимптотической теории дифракции [4, 5].

В настоящей работе метод асимптотической теории дифракции применен к решению осесимметричной задачи. Будем считать, что по сверхразмерному волноводу ($ka \gg 1$) на частоте, далекой от критической, распространяется симметричная волна E_{0n} или H_{0n} (рис. 1). Излученная из открытого конца волна отражается от экрана и возбуждает суперпозицию мод в приемной части волновода.

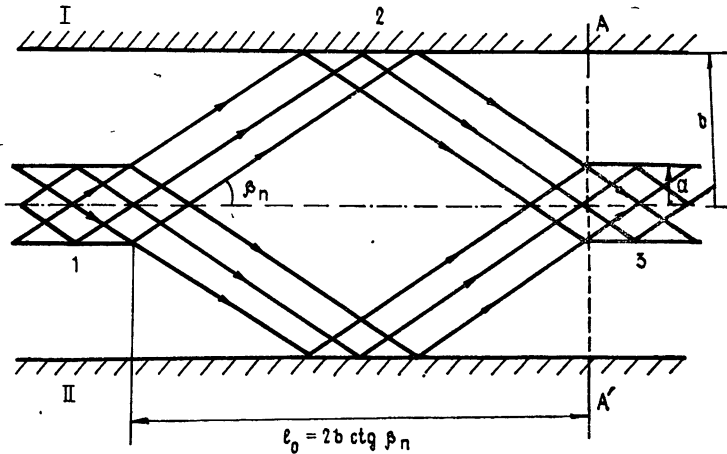


Рис. 1. Волновод с экранированным разрывом: 1 — излучающая часть волновода, 2 — экран, 3 — приемная часть волновода.

Поле в волноводe с экранированным разрывом, работающим на моде E_{0n} (или H_{0n}), не обладает азимутальной зависимостью и может быть описано в случае моды E_{0n} компонентой $E_z = U$ с граничными условиями Дирихле, а в случае моды H_{0n} — $H_z = U$ с граничными условиями Неймана. Функция U удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\Delta U + k^2 U = 0, \tag{1}$$

где r, z — цилиндрические координаты.

В соответствии с постановкой задачи поле рабочей моды в излучающей части волновода

$$U = J_0(g_n r) \exp(ih_n z), \quad (2)$$

$$g_n = \mu_n/a \quad \text{для } E\text{-моды,}$$

$$g_n = \xi_n/a \quad \text{для } H\text{-моды,}$$

где g_n — поперечное волновое число, h_n — продольное волновое число, μ_n — соответствующий E -моду нуль функции Бесселя $J_0(x)$, ξ_n — соответствующий H -моду нуль функции Бесселя $J_1(x)$.

Учитывая наличие в системе малого параметра (отношения длины волны к характерным размерам системы), решение уравнения (1) будем искать методами асимптотической теории дифракции.

Воспользуемся лучевым расположением исходной волны (2), справедливым при $kr \gg 1$:

$$U = \sum_{n=0}^{\infty} (i/kr)^n U_n^+ \exp(iks^+) + \sum_{n=0}^{\infty} (i/kr)^n U_n^- \exp(iks^-), \quad (3)$$

$$U_0^+ = \frac{\exp(-\pi i/4)}{\sqrt{2\pi kr} \sin \beta_n}, \quad U_0^- = \frac{\exp(\pi i/4)}{\sqrt{2\pi kr} \sin \beta_n},$$

где эйконалы лучей

$$s^+ = r \sin \beta_n + z \cos \beta_n, \quad s^- = -r \sin \beta_n + z \cos \beta_n, \quad (4)$$

а угол Бриллюэна $\beta_n = \arcsin(\mu_n/ka)$ ($\beta_n = \arcsin(\xi_n/ka)$).

Поле излучения из конца волновода в асимптотической теории дифракции есть результат взаимодействия лучей падающего поля с кромкой волновода [4]. Результирующее поле представляет из себя суперпозицию полутеневых полей и краевых волн (рис. 2). Учитывая члены порядка $(ka)^{-1/2}$, получим поле излучения из открытого конца волновода

$$U = U_0^+ \exp(iks^+) \Phi(s^+, s_{кр}^+) + U_0^- \exp(iks^-) \Phi(s^-, s_{кр}^-),$$

$$\Phi(s, s_{кр}) = F(\sqrt{k}(s_{кр}^1 - s)) - F(-\sqrt{k}(s_{кр}^2 - s)), \quad (5)$$

$$F(x) = 1/\sqrt{\pi i} \int_{-\infty}^x \exp(it^2) dt,$$

где $F(x)$ — интеграл Френеля, $s_{кр}^1$, $s_{кр}^2$ — эйконалы лучей краевых волн, попадающих в точку наблюдения.

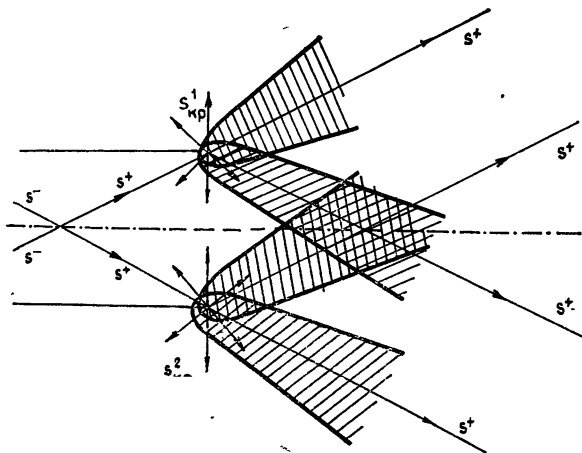


Рис. 2. Излучение из открытого конца волновода. Полутеневые поля и краевые волны.

Приближение (5) не учитывает многократных отражений краевых волн на кромке волновода, но несмотря на это является более точным, чем приближение Гюйгенса — Кирхгофа. Этот факт хорошо иллюстрируется сравнением результатов вычислений, выполненных различными методами, для поля в дальней зоне в случае E_{0n} -моды на частоте, далекой от критической:

$$= W \exp[i(V(\psi) - V(\pi - \beta_n))] \sin(\beta_n/2); \quad (6a)$$

$$U = W \sin(\psi/2); \quad (6б)$$

$$U = W \sin(\beta_n/2), \quad (6в)$$

$$W = \frac{2a \cos(\psi/2) J_0(ka \sin \psi)}{R(\cos \psi - \cos \beta_n)},$$

где R , ψ , φ — сферические координаты с началом в центре излучающей апертуры волновода, V — функция Вайнштейна [6]. Уравнение (6a) — точное решение для дальнего поля [6], (6б) — решение в приближении Гюйгенса — Кирхгофа, (6в) — решение, найденное на основании (5).

Отраженное от экрана поле найдем, используя известную задачу об отражении полутеневого поля от гладкой поверхности [4]:

$$\begin{aligned} U = & \mp U_0^+ \exp(2ikb \sin \beta_n) (\Phi(s^-, s_{кр}^I) \exp(iks^-) + \\ & + \exp(-\pi i/2) \Phi(s^+, s_{кр}^{II}) \exp(iks^+)) \mp U_0^- \times \\ & \times \exp(-2ikb \sin \beta_n) (\Phi(s^+, s_{кр}^{II}) \exp(iks^+) + \\ & + \exp(-\pi i/2) \Phi(s^-, s_{кр}^I) \exp(iks^-)). \end{aligned} \quad (7)$$

Верхний знак для E -мод, нижний — для H -мод. Здесь $s_{кр}^I$, $s_{кр}^{II}$ — эйконалы краевых лучей, отраженных от поверхностей I, II экрана (рис. 1).

После асимптотической сшивки (7) с фокальным разложением [7], уничтожающим расходимость решения около оси, получаем

$$\begin{aligned} U = & \mp \left\{ J_0(kr \sin \beta_n) \left[\frac{\Phi(s^+, s_{кр}^{II}) + \Phi(s^-, s_{кр}^I)}{2} \times \right. \right. \\ & \times e^{i\Theta} + \left. \frac{\Phi(s^-, s_{кр}^{II}) + \Phi(s^+, s_{кр}^I)}{2} e^{-i\Theta} \right] + \\ & + iJ_1(kr \sin \beta_n) \left[\frac{\Phi(s^+, s_{кр}^{II}) - \Phi(s^-, s_{кр}^I)}{2} e^{i\Theta} + \right. \\ & \left. \left. + \frac{\Phi(s^-, s_{кр}^{II}) - \Phi(s^+, s_{кр}^I)}{2} e^{-i\Theta} \right] \right\} \exp(ikz \cos \beta_n) = \\ & = \mp A(r) e^{i\varphi(r)} \exp(ikz \cos \beta_n), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\Theta = 2kb \sin \beta_n - \pi/2,$$

где $A(r)$ — амплитуда, $\varphi(r)$ — фаза поля.

Апертура приемной части волновода находится в области, где справедливо параксиальное приближение для пучков, формирующих поле на апертуре. В этой области поле (8) совпадает с полем, найденным в параксиальном приближении. Учет члена порядка $(ka)^{-1}$ дает более точное решение.

Коэффициент передачи волновода с экранированным разрывом на моде E_{0n} (H_{0n}) имеет вид

$$\eta = \frac{4 \left| \int_0^a U(r) J_0(kr \sin \beta_n) r dr \right|^2}{J_1^4(\mu_n)} \quad (\text{для } E\text{-мод}), \quad (9)$$

$$\eta = \frac{4 \left| \int_0^a U(r) J_0(kr \sin \beta_n) r dr \right|^2}{J_0^4(\xi_n)} \quad (\text{для } H\text{-мод}).$$

В случае, когда приемная часть волновода находится в дальней зоне, коэффициент передачи удается получить аналитически:

$$\begin{aligned} \eta &\simeq \mu_n a / \pi b \quad (\text{для } E\text{-мод}), \\ \eta &\simeq \xi_n a / \pi b \quad (\text{для } H\text{-мод}). \end{aligned} \quad (10)$$

В других случаях для нахождения коэффициента передачи приходится пользоваться численными методами.

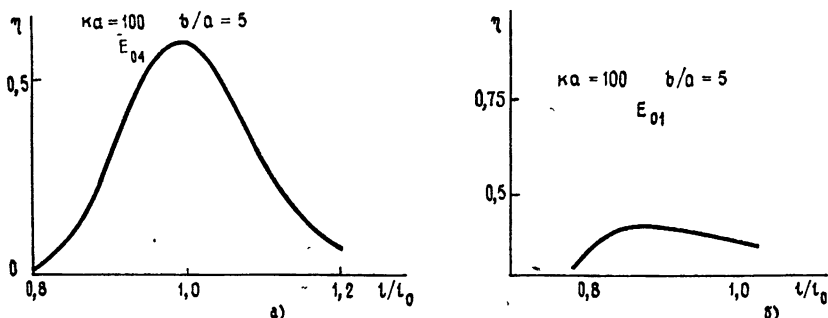


Рис. 3. Зависимость коэффициента передачи от ширины разрыва при фиксированных частоте волны и радиусе экрана для мод а) E_{04} , б) E_{01} , l — ширина щели, $l_0 = 2b \operatorname{ctg} \beta_n$.

Из геометрооптических построений (рис. 1) следует, что коэффициент передачи достигает наибольшего значения, равного единице, при перехвате всех лучей апертурой приемной части волновода. Поэтому зависимость коэффициента передачи от ширины разрыва при постоянных частоте и радиусе экрана должна иметь максимум при $l_0 = 2b \operatorname{ctg} \beta_n$.

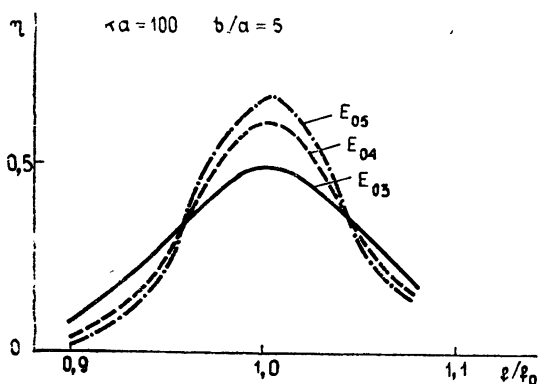


Рис. 4. Частотная зависимость коэффициента передачи для мод E_{03} , E_{04} , E_{05} , f_0 — рабочая частота.

Однако из-за дифракционного расплывания пучков, формирующих поле на апертуре приемного волновода, максимальное значение коэффициента передачи становится меньше единицы, а величина разрыва, соответствующая этому максимуму, оказывается меньше, чем следует

из геометрооптических построений (рис. 3). Наиболее ярко это проявляется для низших мод, где дифракционное расплывание волновых пучков особенно сильно. Дифракционное расплывание пучков приводит

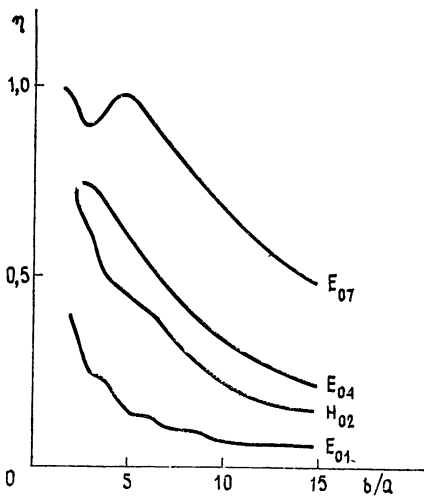


Рис. 5. Зависимость коэффициента передачи от радиуса экрана для мод E_{01} , H_{02} , E_{04} , E_{07} .

и к тому, что коэффициент передачи как функция частоты (рис. 4) имеет максимум, смещенный относительно геометрооптического значения и несимметричный по сдвигу частоты относительно оптимума.

При увеличении радиуса экрана или уменьшении номера моды при фиксированных частоте волны и ширине разрыва l_0 дифракционное расплывание пучков возрастает, что приводит к уменьшению коэффициента передачи η (рис. 5). Биения η для низших мод E_{01} , E_{02} объясняются интерференцией отражений каждого полутеневого поля от противоположных стенок экрана. При возрастании номера моды уменьшается амплитуда луча, падающего на кромку, что приводит к уменьшению амплитуды краевых волн и постепенному исчезновению биений.

Методами асимптотической теории могут быть решены и более сложные задачи: о дифракции несимметричной волны на экранированном разрыве, на экране с фазовой коррекцией, на коническом экране и т. д.

Автор выражает благодарность М. И. Петелину за постановку задачи и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ваганов Р. Б., Матвеев Р. Ф., Мериакри В. В. Многоволновые волноводы со случайными нерегулярностями. — М.: Сов. радио, 1972.
2. Каценеленбаум Б. З. — Радиотехника и электроника, 1963, 8, № 7, с. 1111.
3. Ваганов Р. Б. — Изв. вузов — Радиофизика, 1969, 12, № 4, с. 630.
4. Боровиков В. А., Кинбер Б. Е. Геометрическая теория дифракции. — М.: Связь, 1978.
5. Боровиков В. А. IV Всесоюзная школа-семинар по дифракции и распространению волн. — Рязань, 1975, с. 3.
6. Вайнштейн Л. А. Теория дифракции и метод факторизации. — М.: Сов. радио, 1966.
7. Токач В. И., Кинбер Б. Е. — Изв. вузов — Радиофизика, 1971, 14, № 5, с. 761.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
3 марта 1986 г.

DIFFRACTION OF WAVES BY A SHIELDING SLOT OF A CIRCULAR MULTIMODE WAVEGUIDE

D. V. Vinogradov

Losses of a symmetrical wave E_{0n} or H_{0n} on a shielding slot of a multimode waveguide are determined using the asymptotic theory of diffraction. The dependence of the transfer coefficient on slot width, screen radius and wave frequency is investigated.