

УДК 533.951

ИЗЛУЧЕНИЕ СВЧ КОЛЕБАНИЙ ПЛАЗМЫ ИЗ ОТКРЫТЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУР

Г. Н. Гестрина

В качестве примера открытой периодической структуры взят узкощелевой кольцевой плазменный волновод. Решена задача о нахождении спектра его собственных частот.

Исследование распространения электромагнитных волн в плазме, заключенной внутри волноводов, представляет большой интерес в связи с проблемами ВЧ нагрева плазмы, ускорения заряженных частиц, генерации и усиления микрорадиоволн и т. д. В [1, 2] освещены вопросы распространения волн в плазме, содержащейся внутри сплошных металлических волноводов.

Если магнитоактивную плазму поместить внутрь открытых проводящих периодических структур, то кроме резонансных и волноведущих свойств самой ограниченной плазмы можно использовать еще и специфическое свойство открытых периодических структур, а именно получать с их помощью дифракционное излучение, поляризованное и в достаточной степени монохроматическое.

Такие системы могут служить генераторами и усилителями коротких электромагнитных волн [3, 4]. В основе их действия лежит возможность преобразования объемных волн плазмы в волны дифракционного излучения без создания искусственных градиентов плотности плазмы и магнитного поля. В [4] это экспериментально доказано на примере кольцевого плазменного волновода.

Для эффективной генерации СВЧ колебаний в открытых периодических плазменных волноводах электронными пучками необходимо знание спектров собственных частот этих систем. Ниже будет рассмотрена задача о нахождении собственных частот узкощелевого кольцевого волновода, заполненного холодной магнитоактивной плазмой. Этот спектр слабо отличается от спектра собственных частот соответствующего закрытого цилиндрического плазменного волновода. Наличие узких щелей в стенках волновода приводит лишь к некоторому смещению частот и небольшому дополнительному затуханию [5].

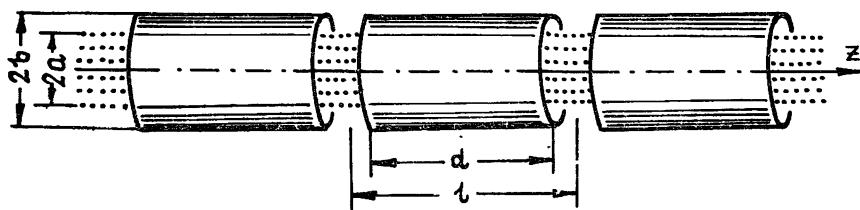


Рис. 1.

1. Рассмотрим аксиально-симметричные волны, распространяющиеся в кольцевом плазменном волноводе радиуса b , вдоль оси которого приложено постоянное магнитное поле (рис. 1)*. Пренебрегая вяз-

* Предполагается, что кольца надеты на диэлектрическую трубку (показатель преломления диэлектрика близок к единице); внутри трубы находится плазма.

костью и газовым давлением плазмы, будем искать вид поля внутри плазменного шнуря ($r < a < b$), решая совместно уравнения Максвелла с линеаризованными уравнениями гидродинамики. Поскольку все компоненты поля в плазме выражаются через E_z и H_z , выпишем выражения только для этих компонент. Имеем

$$E_z = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \sum_{\beta=1,2} C_{\beta s} J_0(k n_{\beta s} r) e^{i(k_s z - \omega t)}; \quad (1)$$

$$H_z = \frac{ik}{\epsilon_2} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \sum_{\beta=1,2} \frac{C_{\beta s} \Gamma_{\beta s}}{k_s} J_0(k n_{\beta s} r) e^{i(k_s z - \omega t)}. \quad (2)$$

Здесь $k = \omega/c$, ω — частота, c — скорость света в вакууме, $k_s = k_3 + 2\pi s/l$, k_3 — аксиальное волновое число, l — период волновода, $C_{\beta s}$ — неизвестные постоянные, $J_0(x)$ — функция Бесселя,

$$\epsilon_{1,2s} = \{(1/2\epsilon_1)[p_s^+ \pm \sqrt{(p_s^-)^2 - 4\epsilon_2^2 \epsilon_3 (k_s/k)^2}]\}^{1/2}; \quad (3)$$

$$\Gamma_{1,2s} = (1/2)[p_s^- \pm \sqrt{(p_s^-)^2 - 4\epsilon_2^2 \epsilon_3 (k_s/k)^2}]; \quad (4)$$

$$p_s^\pm = (\epsilon_1 \pm \epsilon_3)[\epsilon_1 - (k_s/k)^2] + \epsilon_2^2; \quad (5)$$

$$\epsilon_1 = 1 - \frac{u_p^2}{1-u_H^2}, \quad \epsilon_2 = i \frac{u_p^2 u_H}{1-u_H^2}, \quad \epsilon_3 = 1 - u_p^2, \quad u_p = \frac{\omega_p}{\omega}, \quad u_H = \frac{\omega_H}{\omega} \quad (6)$$

(ω_p и ω_H — соответственно ленгмюровская частота и гирочастота электронов плазмы).

Вне плазмы ($r > a$) составляющие электромагнитного поля строятся с помощью электрического вектора Герца $\Pi = (0, \Pi_\phi, \Pi_z)$, ненулевые компоненты которого можно записать в форме

$$\begin{aligned} \Pi_j = -\frac{2\pi^2 b}{\omega} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} [a_{js} J_0(k \alpha_s \min(r, b)) H_0^{(1)}(k \alpha_s \max(r, b)) + \\ + c_{js} J_0(k \alpha_s b) H_0^{(1)}(k \alpha_s r)] e^{i(k_s z - \omega t)} (j = \phi, z). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь a_{js} — коэффициенты фурье-функций, которые с точностью до множителя $e^{i k_s z}$ совпадают с поверхностными плотностями поперечного и продольного токов, индуцируемых в кольцах волновода, c_{js} — их линейные комбинации, определяемые из условия равенства при $r=a$ всех тангенциальных компонент полей,

$$\alpha_s = \begin{cases} \sqrt{1 - (k_s/k)^2}, & |k_s| < k \\ i\sqrt{(k_s/k)^2 - 1}, & |k_s| \geq k \end{cases}, \quad (8)$$

$H_0^{(1)}(x)$ — функция Ханкеля.

Границные условия на металле (равенство нулю E_z - и E_ϕ -компонент рассеянного поля) методом, изложенным в [3], сводятся к двум зацепляющимся бесконечным системам линейных однородных уравнений для коэффициентов a_{js} . Аналогичные системы получены в [3] для открытого плоского периодического плазменного волновода. Мы не будем здесь приводить эти системы ввиду их громоздкости, тем более что получить их решение в общем случае очень трудно. Эти системы расщепляются и сравнительно просто решаются в случае узких щелей между кольцами ($l-d \ll l$, d — ширина кольца), на котором мы и остановимся.

Из формул (7) следует, что при $r > b$ (вне волновода) компоненты поля E_r , E_z и H_ϕ выражаются через комбинации $a_{zs} + c_{zs}$, а компоненты

E_φ , H_r и H_z — через комбинации $a_{\varphi s} + c_{\varphi s}$. Можно показать, что $\lim_{d \rightarrow t} (a_{zs} + c_{zs}) \neq 0$, а $\lim_{d \rightarrow t} (a_{\varphi s} + c_{\varphi s}) = 0$, откуда и делается вывод о том, что дифракционное излучение из узкощелевого волновода обладает определенной поляризацией.

Собственные частоты кольцевого плазменного волновода находятся из дисперсионного уравнения, которое получается как условие существования отличных от нуля решений наших однородных систем уравнений. При узких щелях для полосы частот $\omega_p < \omega < \sqrt{\omega_p^2 + \omega_H^2}$ ($\omega_H < \omega$), представляющей особый интерес с точки зрения генерации СВЧ колебаний в плазме и при дополнительном предположении, что $k|n_{10}|b$ и $kn_{20}b$ — достаточно большие числа, дисперсионное уравнение существенно упрощается за счет использования асимптотического представления для функций Бесселя и замен $n_{1,20}$ и $\Gamma_{1,20}$ их приближенными выражениями ($|n_{10}| \approx k_3/k$, $n_{20} \approx (k_3/k) \sqrt{-\epsilon_3/\epsilon_1}$, $\Gamma_{10} \sim |k_3/k|^2 \omega_H^3$, $\Gamma_{20} \approx -\epsilon_3$) и приобретает вид

$$\operatorname{ctg} \left[\sqrt{2} k_s b \frac{\omega_p^{1/2} (\omega - \omega_p)^{1/2}}{\omega_H} - \frac{\pi}{4} \right] = - \frac{\sqrt{2} \omega_p^{5/2} (\omega - \omega_p)^{1/2}}{\omega_H k_3^2 c^2} + \frac{\sqrt{2} \pi \omega_H (\omega - \omega_p)^{1/2}}{k_s l \omega_p^{3/2} \ln((1+x)/2)}, \quad (9)$$

где $x = \cos \pi d/l$.

Для цилиндрического плазменного волновода того же радиуса при тех же ограничениях на параметры задачи дисперсионное уравнение записывается в форме

$$\operatorname{ctg} \left[\sqrt{2} k_s b \frac{\omega_p^{1/2} (\omega - \omega_p)^{1/2}}{\omega_H} - \frac{\pi}{4} \right] = - \frac{\sqrt{2} \omega_p^{5/2} (\omega - \omega_p)^{1/2}}{\omega_H k_3^2 c^2}. \quad (10)$$

Заметим, что уравнения (16) и (18) из [4] сводятся соответственно к уравнениям (10) и (9) при перечисленных выше условиях. Уравнение (16.22) из [1] и уравнение (1.2.8) из [2] также сводятся к виду (10) при тех же ограничениях на параметры задачи.

2. Собственные частоты узкощелевого кольцевого плазменного волновода являются комплексными числами и имеют вид

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega + i\gamma, \quad (11)$$

где ω_0 — собственная частота соответствующего закрытого цилиндрического плазменного волновода, определяемая из дисперсионного уравнения (10), $\Delta\omega$ — вещественная, а γ — мнимая добавки к ней, возникающие за счет наличия в стенах волновода узких щелей. Уравнение (9) позволяет легко вычислить вещественные добавки $\Delta\omega$ к частотам ω_0 :

$$\Delta\omega = - \frac{2\pi}{\ln((1+x)/2)} \frac{\omega_H^2 (\omega - \omega_p)}{k_3^2 b l \omega_p^2} \quad (k_3 b \gg 2\pi). \quad (12)$$

Найти мнимые добавки к частотам ω_0 , характеризующие временное затухание волн, из уравнения (9) не удается. Определение декрементов γ можно провести, основываясь на общей форме закона сохранения энергии (ср. с [6]). В нашем случае этот закон приобретает форму

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \int \int (W + K) dv = - \frac{c}{8\pi} \sum_m \int_S \int \operatorname{Re}[E_m, H_m^*] ds. \quad (13)$$

В тройном интеграле интегрирование ведется по объему одного периода кольцевого плазменного волновода ($0 < r < b$, $0 < \varphi < 2\pi$, $-l/2 < z < l/2$), а подынтегральное выражение представляет собой сумму

энергии электромагнитного поля W и кинетической энергии электронов плазмы K , заключенных в указанном объеме. В двойном интеграле интегрирование ведется по поверхности цилиндра $r = b$, $0 < \varphi < 2\pi$, $d/2 \leq |z| \leq l/2$ (щели), а подынтегральное выражение (умноженное на $c/8\pi$) представляет собой плотность потока энергии, переносимой распространяющимися гармониками ($|k_m| < k$).

Соответствующие вычисления дают

$$\int_V \int \int (W + K) dv = \frac{\pi^2 b^2 l c^2 k_3^2 |k_3|^2 - \omega_p^2 / c^2}{\omega_H^2 (\omega - \omega_p) \omega_p} \left| \frac{a_{z0}}{\alpha_0} \right|^2 e^{2\imath t}; \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{c}{8\pi} \sum_{\substack{|k_m| < k \\ (|k_m| < k)}} \int_S \int \text{Re} [E_m, H_m^*] ds = \\ - \frac{4\pi^2 bc}{\omega_p^2} \left| k_3^2 - \frac{\omega_p^2}{c^2} \right| |a_{z0}|^2 (l - d) \sum_{\substack{|k_m| < k \\ (|k_m| < k)}} \text{Re} \left[- \frac{i}{\alpha_m} \frac{[H_0^{(1)}(ka_m b)]^*}{H_0^{(1)}(ka_m b)} \right] e^{2\imath t}. \end{aligned} \quad (15)$$

Отсюда согласно (13) для декрементов γ получим выражения

$$\gamma = - \frac{2\omega_H^2 (\omega - \omega_p) (l - d)}{bc k_3^2 \omega_p} \sum_{\substack{|k_m| < k \\ (|k_m| < k)}} \text{Re} \left[- \frac{i}{\alpha_m} \frac{[H_0^{(1)}(ka_m b)]^*}{H_0^{(1)}(ka_m b)} \right] |a_{z0}|^2. \quad (16)$$

Как видно из (12) и (16), добавки $\Delta\omega$ и γ к собственным частотам ω исчезают при затягивании щелей.

Оценим численно величины этих добавок. Допустим, что в начальный момент времени $t=0$ в кольцевом плазменном волноводе существовало возмущение с длиной волны $\lambda=2\pi/k_3$. Пусть, например, $l-d=0,1l$, $\omega_p=3,14\omega_H$, $b=2,7l$ и пусть окажется, что $\lambda \approx (1/3)b$ (излучается единственная гармоника с номером $m=-1$, и от суммы в (16) останется единственное слагаемое). Из уравнения (10) определим ω , соответствующее λ , и подставим его значение в формулы (12) и (16) для добавок $\Delta\omega$ и γ . Получим оценки $\Delta\omega \approx 4,210^{-5}\omega$ и $|\gamma| \approx 1 \cdot 10^{-5}\omega$, т. е., как и предполагалось, и вещественная, и мнимая добавки к частоте ω очень малы.

Таким образом, найдены собственные частоты узкощелевого кольцевого плазменного волновода. Знание спектра этих частот позволит осуществить эффективную генерацию СВЧ колебаний в плазме, заключенной в волноводе, с помощью модулированных электронных пучков. При этом частота модуляции должна совпадать с вещественной частью собственной частоты волновода.

Этому вопросу будет посвящено следующее сообщение.

ЛИТЕРАТУРА

- Кондратенко А. Н. Плазменные волноводы. — М.: Атомиздат, 1976. — 231 с.
- Ерохин Н. С., Кузелев М. В., Моисеев С. С и др. Неравновесные и резонансные процессы в плазменной радиофизике. — М.: Наука, 1982. — 271 с.
- Гестрина Г. Н., Кобелев В. Н., Шестопалов В. П. // ЖТФ. 1977. Т. 47. Вып. 4. С. 806.
- Антонов А. Н., Гестрина Г. Н., Ковпик О. Ф. и др. // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 10. С. 1932.
- Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. — М.: Сов. радио, 1966. — 475 с.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
29 января 1987 г.,
после переработки
19 октября 1987 г.

RADIATION OF UHF PLASMA OSCILLATIONS FROM OPEN PERIODIC STRUCTURES

G. N. Gestrina

A narrow-slotted circular plasma waveguide is taken as an example of an open periodic structure. The problem of finding the spectrum of its eigen frequencies is solved.

ИНСТРУКЦИЯ ПО СОСТАВЛЕНИЮ РЕФЕРАТОВ

1. В реферате кратко излагается основное содержание статьи. Реферат должен дать читателю представление о характере освещаемой работы, оригинальности постановки вопроса, методике проведения исследования и его основных результатах.

2. Реферату должно предшествовать библиографическое описание в следующем виде: название статьи, фамилия и инициалы автора, название журнала, где помещается статья. Текст реферата начинается непосредственно с изложения существа работы без повторения заголовка. Форма изложения материала не обязательно должна повторять форму изложения оригинальной статьи.

3. Если оригинал содержит большое количество цифровых данных, их следует обобщить и систематизировать.

4. Средний объем реферата 1,5—2 страницы машинописного текста, отпечатанного через два интервала на белой писчей бумаге обычного формата (30×21) в двух экземплярах с полем 4 см с левой стороны.

5. Таблицы, схемы, графики и пр. могут быть включены в том случае, если они отражают основное содержание работы или сокращают текст реферата. Сообщение о наличии в реферируемой работе таблиц, схем, графиков, фотографий, карт, рисунков необходимо давать в конце реферата. Например, табл. 2, ил. 10.

6. Формулы приводятся только в том случае, если они необходимы для понимания статьи. Громоздкие математические выражения помещать не следует. Формулы следует вписывать четко, не изменяя принятых в оригинале обозначений величин. Формулы и буквенные обозначения вписываются черными чернилами во второй экземпляре. Вписывание формул и буквенных обозначений, а также исправление замеченных опечаток в первом экземпляре не делается.

7. В конце реферата в квадратных скобках указывается название учреждения или предприятия, в котором автор реферируемой работы (если эти данные приводятся в статье) провел работу. Подпись автора и дату написания реферата следует ставить в левом нижнем углу на обоих экземплярах реферата.