ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXXI, № 11 РАДИОФИЗИКА 1988

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 621.371

СРЕДНЕЕ ЗАПАЗДЫВАНИЕ И УДЛИНЕНИЕ ИМПУЛЬСА ИЗ-ЗА РАССЕЯНИЯ В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

А. А. Бочаров

Пусть импульсный сигнал распространяется в непрерывной случайной среде, статистически неоднородной вдоль луча зрения (координата z), соединяющего точечный источник и приемник. Случайные неоднородности показателя преломления среды считаем крупномасштабными по сравнению с длиной волны и полагаем, что соблюдены условия применимости параболического и марковского приближений [1, 2]. Подобная постановка задачи характерна, например, для радиоастрономии при наблюдениях импульсов пульсаров. В данном случае выражение для функции рассеяния импульса (ФРИ), описывающей искажение усредненной (по статистике среды) формы рассеянного импульса, имеет следующий вид [3]:

$$P(t,z) = e^{-L}[\delta(t) + \sum_{n=1}^{\infty} P_n(t,z)], \tag{1}$$

где

$$P_n(t,z) = \int_0^z \int_0^{z_n} \dots \int_0^{z_2} \int \overset{(n)}{\dots} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta[t - t_D(\theta_1,\dots,\theta_n;\ z_1,\dots,z_n,z)] \times$$

$$\times \prod_{i=1}^{n} [\beta(z_i)\, m(\theta_i, z_i),\, d^2\theta_i\, dz_i]; \tag{2}$$

$$t_D(\theta_1,\dots,\theta_n;\ z_1,\dots,z_n,z) = \frac{1}{2c}\Big\{(z_2 - z_1)\theta_1^2 + (z_3 - z_2)(\theta_1+\theta_2)^2 +$$

$$+ \dots + (z - z_n)(\theta_1 + \dots + \theta_n)^2 - \frac{1}{z}[\theta_1(z - z_1) + \dots + \theta_n(z - z_n)]^2\Big\}. \tag{3}$$

В (1) — (3) c — скорость света, $\beta(z)$ — коэффициент рассеяния, $L = \int_0^z \beta(z_1)dz_1$ — средний квадрат флуктуаций фазы в приближении геометрической оптики, $m(\theta, z)$ — угловой спектр рассеяния на неоднородности, связанный преобразованием Фурье с «поперечной» нормированной автокорреляционной функцией неоднородностей [3, 4].

Ищем среднее запаздывание импульса из-за рассеяния:

$$T(z) = \langle t\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} tP(t,z)dt. \tag{4}$$

Подставляя (1) в (4), получаем

$$T(z) = e^{-L}\sum_{n=1}^{\infty}\langle t_n\rangle, \tag{5}$$

где

$$\langle t_n\rangle = \int_0^z \int_0^{z_n} \dots \int_0^{z_2} \int \overset{(n)}{\dots} \int_{-\infty}^{+\infty} t_D(\theta_1,\dots,\theta_n;\ z_1,\dots,z_n,z) \times$$

$$\times \prod_{i=1}^{n} [\beta(z_i)\, m(\theta_i, z_i)\, d^2\theta_i\, dz_i]. \tag{6}$$

Последовательно интегрируя (6) по $\theta_n, \theta_{n-1},\dots,\theta_1$ с учетом

$$\int_{-\infty}^{+\infty} m(\theta, z)\, d^2\theta = 1, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \theta m(\theta, z)\, d^2\theta = 0, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \theta^2 m(\theta, z)\, d^2\theta = \sigma_0^2(z),$$

получаем

$$\langle t_n \rangle = \frac{1}{2c} \int_0^z \int_0^{z_n} \dots \int_0^{z_2} \left[\frac{(z - z_1) z_1}{z} \sigma_0^2(z_1) + \dots + \frac{(z - z_n) z_n}{z} \sigma_0^2(z_n) \right] \prod_{i=1}^{n} [\beta(z_i) dz_i]. \tag{7}$$

Введем коэффициент диффузии $D(z) = \beta(z)\sigma_0^2(z)$ [4], используемый также при диффузионно-лучевом подходе (ДЛП) к анализу распространения волн в случайно-неоднородных средах [5]. Последовательно интегрируя (7) по $z_1, z_2, \dots, z_n$, имеем

$$\langle t_n \rangle = \frac{L^{n-1}}{(n-1)!\, 2c} \int_0^z \frac{(z - z_1) z_1}{z} D(z_1) dz_1, \tag{8}$$

Подставляя (8) в (5), получаем окончательное выражение для среднего запаздывания импульса из-за рассеяния:

$$T(z) = \frac{1}{2c} \int_0^z \frac{(z - z_1) z_1}{z} D(z_1) dz_1. \tag{9}$$

Выражение (9) можно получить и на основе использования ДЛП [6], хотя рамки его применимости оказываются шире, чем строгие границы применения ДЛП.

Как правило, формула (9) дает и вполне приемлемую оценку для удлинения импульса из-за рассеяния, в частности, для представляющего особый практический интерес случая сильного или многократного рассеяния, когда $L \gg 1$. Например, в радиоастрономии при наблюдениях импульсов пульсаров эффекты, обусловленные рассеянием, проявляются только в случае $L \gg 1$. При $L \gg 1$ ФРИ имеет характерный асимметричный вид с крутым передним фронтом и более медленным экспоненциальным спадом, причем можно выделить два предельных случая — тонкий фазовый экран и статистически однородную по лучу зрения среду [7]. Для тонкого фазового экрана [8]

$$P(t, z) = \frac{1}{\tau_1} \exp_+(-t/\tau_1), \quad \tau_1 = \frac{\theta_s^2}{2c} R\left(1 - \frac{R}{z}\right),$$

где символ $\exp_+$ обозначает «одностороннюю» экспоненту

$$\exp_+(x) = \begin{cases} e^x, & x \gg 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases},$$

а для статистически однородной среды [7]

$$P(t, z) = \frac{2}{\tau_2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n^2 \exp_+(-n^2 t/\tau_2), \quad \tau_2 = \frac{D z^2}{2\pi^2 \epsilon}.$$

Определим для обоих предельных случаев отношение среднеквадратичной ширины ФРИ $\Delta\tau = \langle (t - T)^2 \rangle^{1/2}$ к среднему запаздыванию. Для тонкого фазового экрана сразу получаем $\Delta\tau = T = \tau_1$. Для статистически однородной среды

$$T = 2\tau_2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} \tau_2,$$

$$\langle t^2 \rangle = 4\tau_2^2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^4} = \frac{7}{180} \pi^4 \tau_2^2,$$

откуда $\Delta\tau = \pi^2 \tau_2 / 3\sqrt{10}$, и, соответственно, $\Delta\tau/T \approx 0{,}63$. Таким образом, при $L \gg 1$ отношение $\Delta\tau/T$ лежит в пределах от 0,63 до 1, и если положить $\Delta\tau \approx 0{,}8T$, то относительная ошибка будет невелика — не более 20—25%. Следовательно, формула (9) с поправочным коэффициентом порядка 0,8 дает удовлетворительную оценку и для удлинения импульса из-за рассеяния. Полученные соотношения лежат, в частности, в основе предложенного в [6] метода «космической томографии», предназначенного для исследования пространственного распределения турбулентной плазмы в Галактике по данным наблюдений пульсаров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. — М.: Наука, 1978.
2. Lee L. C., Jokipii J. R. // Astrophys. J. 1975. V. 196. P. 695.
3. Бочаров А. А. // Астрон. журн. 1987 № 5. С. 1004.
4. Бочаров А. А. Препринт ИКИ АН СССР. Пр-691. М., 1982.
5. Чернов Л. А. Волны в случайно-неоднородных средах. — М.: Наука, 1975.
6. Бочаров А. А. Препринт ИКИ АН СССР Пр-1277. М., 1987.
7. Williamson I. P. // Mon. Not. R. Astr. Soc. 1972. V. 157. P. 55.
8. Cronyn W. M. // Science. 1970. V. 168. P. 1453.

Институт космических исследований
АН СССР

Поступила в редакцию
14 июля 1987 г.

УДК 621.373.826

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ТЕПЛОВОЕ САМОВОЗДЕЙСТВИЕ ЧАСТИЧНО КОГЕРЕНТНОГО ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

В. А. Банах, И. Н. Смалихо, А. В. Тайлаков

В работе [1] проведено исследование влияния турбулентного перемешивания на тепловую дефокусировку светового пучка в атмосфере в установившемся режиме. В то же время из-за ограниченной длительности лазерных импульсов для атмосферной оптики представляют интерес задачи нестационарного теплового самовоздействия [2, 3]. Рассмотрение нестационарной тепловой дефокусировки и ветровой рефракции частично когерентного лазерного пучка при турбулентном перемешивании воздуха проведено в данной работе.

Будем считать, что флуктуации интенсивности поля $U(x, \rho, t)$ распространяющегося излучения малы. В этом случае изменение температуры в канале пучка будет определяться главным образом распределением средней интенсивности, и для функции взаимной когерентности $\Gamma_2(x,\rho_1, \rho_2, t) = \langle U(x,\rho_1, t)U^*(x,\rho_2, t)\rangle$ может быть записано замкнутое дифференциальное уравнение [5]. С учетом лишь среднего профиля наведенной температуры в пренебрежении «естественными» ε_1 и наведенными флуктуациями диэлектрической проницаемости воздуха $(\partial\varepsilon/\partial T)T'$ это уравнение принимает вид

$$\left(2ik\frac{\partial}{\partial x} + \Delta_{\rho_1} - \Delta_{\rho_2}\right)\Gamma_2(x, \rho_1, \rho_2, t) + k^2\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}\times$$
$$\times\left(\langle T(x, \rho_1 t)\rangle - \langle T(x, \rho_2, t)\rangle\right)\Gamma_2(x, \rho_1, \rho_2, t) = 0\,, \qquad (1)$$

где k — волновое число, $\rho = \{z, y\}$ — вектор, перпендикулярный направлению распространения x, t — текущее время, $\Delta = \partial^2/\partial z^2 + \partial^2/\partial y^2$, $\partial\varepsilon/\partial T$ — температурный градиент диэлектрической проницаемости среды. Как показано в [6, 7], неучет флуктуаций ε_1 и T' не приводит к большой ошибке при расчетах средней интенсивности пучка в условиях теплового самовоздействия.

Считая, что перенос тепла в основном определяется турбулентным перемешиванием воздуха, а компоненты поперечной составляющей вектора скорости ветра $V_\perp = \{V_z, V_y\}$ распределены по нормальному закону, можно по аналогии с [1] записать для среднего значения наведенной температуры выражение

$$\langle T(x, z, y, t)\rangle = \frac{\alpha_\text{п}}{\rho c_p}\int_0^t dt'(\det\|D_{kj}(\tau)\|)^{-1/2}\frac{1}{2\pi}\times$$
$$\times\int_{-\infty}^{\infty} dz'dy'\langle I(x, z', y', t')\rangle\exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{k,j=1}^{2}(-1)^{k+j}D_{kj}(\tau)\times\right. \qquad (2)$$
$$\left.\times P_kP_j/\det\|D_{kj}(\tau)\|\right],$$

где $\alpha_\text{п}$, ρ и c_p — соответственно коэффициент поглощения, плотность и теплоемкость среды, $D_{kj}(\tau) = \int_0^\tau d\tau'(\tau - \tau')[B_{jk}(\tau') + B_{kj}(\tau')]$ — тензор дисперсии смещения частиц в поле стационарной и однородной турбулентности ($k, j = 1$ — по оси z, $k, j = 2$ — по оси y), $B_{jk}(\tau) = \langle(V_j(x, \rho, t+\tau) - \langle V_j\rangle)(V_k(x, \rho, t) - \langle V_k\rangle)\rangle$ — лагранжев корреля-