

УДК 533.951

О РАСПРОСТРАНЕНИИ В ДВИЖУЩИХСЯ СРЕДАХ СИГНАЛОВ, СОЗДАНЫХ ИСТОЧНИКАМИ, РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПО ПЛОСКОСТИ

В. Г. Гавриленко, С. И. Зайцев

Проводится исследование переходного и установившегося полей излучения включающихся гармонических источников, распределенных по плоскости, для двух случаев: 1) плоскость источников расположена в движущейся однородной среде, 2) плоскость источников параллельна границе раздела неподвижной и движущейся сред. Во втором случае рассматривается также возбуждение источником собственных волн.

Обширная литература посвящена волновым процессам в слоисто-неоднородных средах. Одним из интересных вопросов, привлекающих внимание исследователей, является отражение наклонно падающих волн от быстрого потока, при котором возможно их усиление (сверхотражение) [1-5]. При этом обычно рассматривается приближение монохроматических плоских волн. В последнее время, в частности в связи с наличием в неоднородных потоках собственных неустойчивых волн, возникла проблема установления указанных стационарных волновых решений после включения источника. При ее решении выяснилось, что для получения корректных, не противоречащих принципу причинности результатов необходимо отказаться от идеализации плоской волны с бесконечно протяженным фронтом и либо коллимировать падающую волну [6], либо задавать пучок конечной ширины [7], либо брать источник, создающий цилиндрическую волну [8-10]. Такое уточнение идеализации существенно усложняет задачу; ее решение в настоящее время получено только для недиспергирующих сред и является довольно громоздким.

Между тем физически оправданной представляется и другая ситуация, когда источники поля включаются одновременно на плоскости, параллельной движущемуся слою. В этом случае получающиеся результаты имеют более простой вид, позволяют проследить переходные процессы при включении источника в диспергирующих средах, решить вопрос о сверхотражении и возбуждении собственных волн. Они могут быть полезными и при анализе ближнего поля протяженной антенны в движущейся среде.

1. ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В ОДНОРОДНОЙ ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЕ

Рассмотрим сначала однородную движущуюся с постоянной скоростью v_0 вдоль оси z декартовой системы координат среду. Пусть сторонний ток распределен по плоскости $x = 0$ и плотность его

$$j^{\text{ext}} = iP\delta(x)\exp(-i\omega_0 t + ik_1 z)U(t) + \text{к. с.}, \quad (1)$$

где P , ω_0 и k_1 — заданные постоянные, $\delta(x)$ — δ -функция Дирака, $U(t)$ — функция включения, равная нулю при $t < 0$ и единице при $t \geq 0$. Будем интересоваться полем излучения в области $x > 0$. Для слабодиспергирующей прозрачной диэлектрической среды поле источника (1) можно представить в виде

$$E(\mathbf{r}, t) = \left\{ P \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{1 - \varepsilon \beta^2}{\varepsilon \gamma^2} \nabla(P \nabla) + \right. \quad (2)$$

$$\left. + \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon \gamma^2} \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left[(\mathbf{v}_0 P) \mathbf{v}_0 \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_0 P) \nabla + \mathbf{v}_0 (P \nabla) \right] \right\} J(\mathbf{r}, t) + \text{к. с.},$$

где

$$\beta = v_0 c^{-1}, \quad \gamma^2 = 1 - \beta^2, \quad k_x = \sqrt{\omega^2 c^{-2} + (\varepsilon - 1) (\omega - k_1 v_0)^2 (c \gamma)^{-2} - k_1^2}; \quad (3)$$

$$J(\mathbf{r}, t) = e^{ik_1 z} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-i\omega t + ik_x x)}{\omega(\omega - \omega_0) k_x} d\omega, \quad \text{Im } k_x > 0. \quad (4)$$

Из (3) видно, что фиксация за счет стороннего источника продольной составляющей волнового вектора k_1 приводит к нелинейной зависимости поперечного волнового вектора k_x от частоты, т. е. к временной дисперсии, аналогичной той, что имеет место для волноводных мод. При вычислении интеграла (4) можно выделить два случая: если при временах $t < x \sqrt{\varepsilon} c^{-1}$ (4) принимает значение, равное нулю, что соответствует принципу причинности, то, начиная с момента времени

$$t_{\text{II}} = x \sqrt{\varepsilon} / c, \quad (5)$$

поле отлично от нуля, однако точный результат для $J(\mathbf{r}, t)$ получить затруднительно.

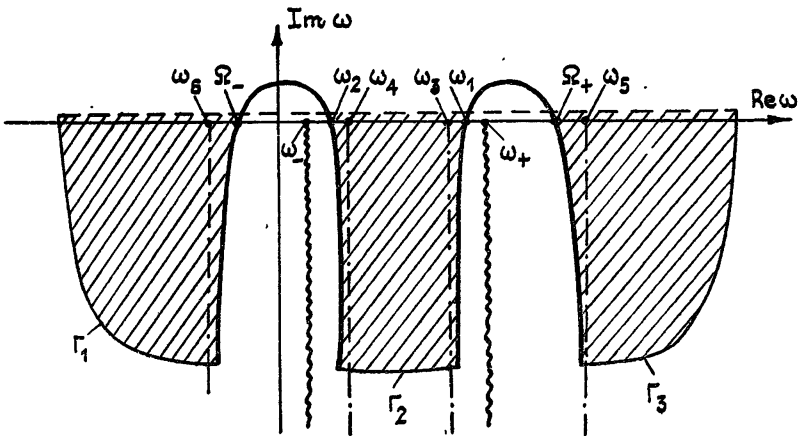


Рис. 1.

В этом случае для точек наблюдения, отстоящих на много длин волн от источника, вычисление интеграла (4) проводилось приближенно — методом перевала [11]. Перевальный путь интегрирования в комплексной плоскости ω изображен на рис. 1, где дополнительно показаны штрихпунктирными линиями — асимптоты перевального пути; волнистой линией — разрывы комплексной плоскости (ω_+ и ω_- — точки ветвления $k_x(\omega)$); пунктиром — первоначальный путь интегрирования, смещенный с действительной оси в верхнюю полуплоскость; а линиями Γ_1 , Γ_2 , Γ_3 — соединения первоначального пути интегрирования с перевальным при $|\omega| \rightarrow \infty$. В данном случае имеются две перевальные точки

$$\Omega_{\pm(-)} = v_0 k_1 \left(\frac{+}{-} \right) \frac{k_1 c}{\sqrt{\varepsilon}} ct [(ct)^2 - \varepsilon x^2]^{-1/2}, \quad (6)$$

лежащие на действительной оси. Здесь и в дальнейшем для простоты рассматривается случай $\beta \ll 1$ и $\varepsilon \gg 1$. Выражения (6) и приведенные на рис. 1 величины

$$\omega_+ = v_0 k_1 + k_1 \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad \omega_- = v_0 k_1 - k_1 \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}},$$

$$\omega_1 = v_0 k_1 + k_1 \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\sqrt{(ct)^2 - \varepsilon x^2}}{ct}, \quad \omega_2 = v_0 k_1 - k_1 \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\sqrt{(ct)^2 - \varepsilon x^2}}{ct},$$

$$\omega_3 = v_0 k_1 + k_1 \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} \sqrt{\frac{ct - x\sqrt{\varepsilon}}{ct + x\sqrt{\varepsilon}}}, \quad \omega_4 = v_0 k_1 - k_1 \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} \sqrt{\frac{ct - x\sqrt{\varepsilon}}{ct + x\sqrt{\varepsilon}}},$$

$$\omega_5 = v_0 k_1 + k_1 \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} \sqrt{\frac{ct + x\sqrt{\varepsilon}}{ct - x\sqrt{\varepsilon}}}, \quad \omega_6 = v_0 k_1 - k_1 \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} \sqrt{\frac{ct + x\sqrt{\varepsilon}}{ct - x\sqrt{\varepsilon}}}$$

позволяют легко проследить изменение перевального пути с течением времени. При этом необходимо учитывать полюса подынтегральной функции в (4) на частотах $\omega = 0$ и $\omega = \omega_0$ (последний на рис. 1 не указан), которые дают вклад в интеграл (4), если попадают в заштрихованную на рисунке область. В результате вышеизложенного выражение (4) можно представить в следующем виде:

$$J(r, t) = J_{\text{пер}}^+ + J_{\text{пер}}^- + J_{\text{уст}}(\omega_0) + J_{\text{уст}}(0), \quad (7)$$

где смысл слагаемых понятен, т. е. $J_{\text{пер}}^+$ и $J_{\text{пер}}^-$ — вклады в интеграл перевальных точек Ω_+ и Ω_- соответственно, $J_{\text{уст}}(\omega_0)$ — вклад полюса на частоте источника и $J_{\text{уст}}(0)$ — вклад полюса на нулевой частоте.

Нетрудно получить выражения для $J_{\text{пер}}^+$ и $J_{\text{пер}}^-$:

$$J_{\text{пер}}^{+(-)} = -e^{i\pi/4} \sqrt{\frac{2\pi\gamma}{k_1 \sqrt{\varepsilon}}} \times \\ \times \frac{c \exp[-ik_1 v_0 t + ik_1 z - (+)i(k_1/\sqrt{\varepsilon})\sqrt{(ct)^2 - \varepsilon x^2}]}{\Omega_{+(-)}(\Omega_{+(-)} - \omega_0)\sqrt{(ct)^2 - \varepsilon x^2}}. \quad (8)$$

Из условия применимости метода перевала [41] следует, что формулы (8) справедливы при

$$k_1 \sqrt{(ct)^2 - \varepsilon x^2} \gg \pi\sqrt{\varepsilon}. \quad (9)$$

В этом случае $J_{\text{пер}}^+$ и $J_{\text{пер}}^-$ представляют собой волны с медленно меняющимися частотами Ω_+ и Ω_- и являются переходным решением, описывающим процесс установления поля излучения, который аналогичен тому, что имеет место в дальней от источника зоне [42]. При этом вместе с частотами меняются и поперечные составляющие волновых векторов

$$K_x^{+(-)}(t) = +(-) k_1 x\sqrt{\varepsilon} \frac{1}{\sqrt{(ct)^2 - \varepsilon x^2}}, \quad (10)$$

а продольные составляющие остаются постоянными $K_z^+ = K_z^- = k_1$. Формулы (6) и (10) находятся, конечно, в полном соответствии с групповым запаздыванием

$$\partial\Omega_{+(-)}/\partial K_{+(-)} = x/t. \quad (11)$$

С течением времени переходная часть поля излучения затухает и остается установившееся поле излучения $J_{\text{уст}}(\omega_0)$ и $J_{\text{уст}}(0)$.

Это поле, обусловленное полюсом на частоте источника, принимает различный вид в зависимости от величины ω_0 :

1) $\omega_- < \omega_0 < \omega_+$, т. е. полюс ω_0 попадает в среднюю заштрихованную область на рис. 1. В этом случае установившегося поля нет (экспоненциально мало).

2) $\omega_0 > \omega_+$. Пока выполняется условие $\omega_0 < \Omega_+(t)$, $J_{уст}(\omega_0)$ равно нулю. Начиная с момента времени

$$t_1^+ = \frac{x\sqrt{\varepsilon}}{c} \frac{\omega_0 - k_1 v_0}{\sqrt{\omega_0^2 - 2\omega_0 k_1 v_0 + k_1^2 c^2 (\varepsilon\beta^2 - 1)\varepsilon^{-1}}}, \quad (12)$$

что соответствует условию $\Omega_+(t) = \omega_0$ (на рис. 1 в это время полюс ω_0 попадает в правую заштрихованную область), в точке наблюдения появляется установившееся решение, принимающее вид

$$J_{уст}(\omega_0) = 2\pi i [\omega_0 k_x(\omega_0)]^{-1} \exp[-i\omega_0 t + ik_1 z + ixk_x(\omega_0)], \quad (13)$$

где $\text{Re } k_x(\omega_0) > 0$. В этом случае $J_{уст}(\omega_0)$ представляет собой быструю волну ($\omega_0 > k_1 v_0$).

3) Если $\omega_0 < \omega_-$, а это возможно только в случае «сверхсветового» движения среды $\beta\sqrt{\varepsilon} > 1$, то, начиная с момента времени

$$t_1^- = \frac{x\sqrt{\varepsilon}}{c} \frac{k_1 v_0 - \omega_0}{\sqrt{\omega_0^2 - 2\omega_0 k_1 v_0 + k_1^2 c^2 (\varepsilon\beta^2 - 1)\varepsilon^{-1}}}, \quad (14)$$

что соответствует условию $\Omega_-(t) = \omega_0$ (на рис. 1 полюс ω_0 попадает в левую заштрихованную область), появляется установившееся решение, имеющее тот же вид, что и (14), но уже с $\text{Re } k_x(\omega_0) < 0$. В этом случае $J_{уст}(\omega_0)$ представляет собой медленную волну ($\omega_0 < k_1 v_0$).

И, наконец, последнее слагаемое в (7) $J_{уст}(0)$, являющееся вкладом полюса на нулевой частоте. Оно существует только при «сверхсветовом» движении среды, появляется в момент времени

$$t_2 = \frac{xv_0\varepsilon}{c^2\sqrt{\varepsilon\beta^2 - 1}}, \quad (15)$$

т. е. когда $\Omega_-(t) = 0$ (на рис. 1 полюс $\omega = 0$ попадает в левую заштрихованную область), и имеет не зависящий от времени вид

$$J_{уст}(0) = \frac{2\pi\gamma}{\omega_0 k_1 \sqrt{\varepsilon\beta^2 - 1}} \exp(ik_1 z - ixk_1 \sqrt{\varepsilon\beta^2 - 1} \gamma^{-1}). \quad (16)$$

С точки зрения системы отсчета, сопровождающей среду, (16) является черенковским излучением постоянных сторонних источников, расположенных на движущейся со «сверхсветовой» скоростью плоскости. Необходимо также отметить, что приведенные для $J_{пер}^+$ и $J_{пер}^-$ выражения (8) нужно уточнять при совпадении перевальных точек с полюсами в интеграле (4) [13], т. е. когда $\Omega_+(t) = \omega_0$ (или $\Omega_-(t) = \omega_0$, или $\Omega_-(t) = 0$). Уточнение приводит к следующему результату. Например, если выполняется условие $\omega_0 > \omega_+$, то при приближении $t \rightarrow t_1^+$ комплексная амплитуда $J_{пер}^+$ возрастает и стремится к значению

$$A = e^{i\pi/4} \sqrt{\frac{\pi c}{2x\varepsilon\gamma}} (k_1 \omega_0)^{-1} \frac{\omega_0^2 + (\varepsilon - 1)(\omega_0 - k_1 v_0)}{\omega_0^2 + (\varepsilon - 1)(\omega_0 - k_1 v_0)^2 - k_1^2 c^2} \times \\ \times \sqrt{\omega_0^2 \varepsilon - 2\omega_0 k_1 v_0 (\varepsilon - 1) + k_1^2 c^2 (\varepsilon\beta^2 - 1) + \pi c [\omega_0 k_x(\omega_0)]^{-1}}. \quad (17)$$

При переходе через t_1^+ амплитуда скачком уменьшается на величину:

$$2\pi c [\omega_0 k_x(\omega_0)]^{-1}. \quad (18)$$

В это время в точку наблюдения приходит волна $J_{уст}(\omega_0)$ и сумма $[J_{пер}^+ + J_{уст}(\omega_0)]$ дает непрерывную функцию времени. Такой процесс установления излучения включающегося гармонического источника ха-

рактен для поля в диспергирующей среде. Переходное решение всегда меняется скачком в момент совпадения его мгновенной частоты с частотой установившегося решения. Поэтому для случаев $\Omega_-(t) = 0$, $\Omega_-(t) = \omega_0$ и в дальнейшем на указанной особенности мы останавливаться не будем.

Остановимся на потоке энергии излучения. Для ТЕ-поляризации, когда выражения имеют более простой вид, составляющая плотности потока энергии вдоль оси x , усредненная за период, состоит в процессе установления из двух частей:

$$Q_x^+ = P^2 c^{-3} (4k_1 c \sqrt{\epsilon})^{-1} (t^2 c^2 - \epsilon x^2)^{-1/2} \Omega_+ K_x^+(\Omega_+ - \omega_0)^{-2},$$

$$Q_x^- = -P^2 c^{-3} (4k_1 c \sqrt{\epsilon})^{-1} (t^2 c^2 - \epsilon x^2)^{-1/2} \Omega_- K_x^+(\Omega_- - \omega_0)^{-2}. \quad (19)$$

Выражения (19) обусловлены вкладом $J_{\text{пер}}^+$ и $J_{\text{пер}}^-$ соответственно. Из (19) видно, что $Q_x^+ > 0$, а величина Q_x^- сначала положительна, но в момент времени (15) меняет знак. Если источник не работает на частоте ω_0 , а включается на короткое время, суммарный поток энергии все время направлен от источника. Для включающегося гармонического источника (1) в момент времени, близкий к t_1^- (при выполнении (18)), первоначально направленный от источника полный поток энергии меняет свой знак, и энергия начинает течь обратно к излучателю, что характерно для медленной монохроматической волны в движущейся среде. При этом сопротивление излучения источника становится отрицательным [14-16]. Аналогичная ситуация имеет место при рассмотрении полей в дальней от источника зоне [17].

Рассмотрение задачи об излучении источника (1) в диспергирующей среде (в плазме с внешним магнитным полем и без него) показывает, что получаются качественно аналогичные изложенным результаты. Только в плазме без магнитного поля нет медленной волны, а в магнитоактивной картина волн переходного решения более многообразна, чем в слабодиспергирующей среде.

2. ОТРАЖЕННОЕ ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА НЕПОДВИЖНОЙ И ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕД

1. Рассмотрим теперь поле излучения источника (1) при наличии границы раздела между средами: неподвижной, занимающей полупространство $x < x_0$, и движущейся с постоянной скоростью v_0 вдоль оси z в полупространстве $x > x_0$. Обе среды, как и в предыдущей задаче, представляют собой слабодиспергирующий диэлектрик, для простоты — с одинаковыми константами ϵ . Будем интересоваться отраженным от границы раздела полем излучения, которое можно представить в виде

$$E(r, t) = \left[P \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{1}{\epsilon} \nabla (P \nabla) \right] H, \quad (20)$$

где H , аналогично выражению (4) в предыдущей задаче, принимает значение

$$H = e^{ik_z z} \int_{-\infty}^{\infty} R(\omega) \frac{\exp(-i\omega t - ix' k_{x1})}{\omega(\omega - \omega_0) k_{x1}} d\omega. \quad (21)$$

Интеграл (21) отличается от (4) наличием дополнительного множителя $R(\omega)$ — коэффициента отражения плоской гармонической волны от границы раздела — и заменой x на $x' = x - 2x_0$. В данном случае выражение для $R(\omega)$ имеет одинаковый вид как для ТЕ-поляризации, так и для ТМ-поляризации:

$$R(\omega) = (k_{x1} - k_{x2})(k_{x1} + k_{x2})^{-1}, \quad (22)$$

Здесь k_{x1} и k_{x2} — поперечные составляющие волновых векторов в неподвижной и движущейся средах соответственно. Они определяются из дисперсионных уравнений следующими выражениями:

$$k_{x1} = \sqrt{\omega^2 \epsilon c^{-2} - k_1^2}, \quad (23)$$

$$k_{x2} = \sqrt{\omega^2 c^{-2} + (\epsilon - 1)(\omega - k_1 v_0)^2 (c\gamma)^{-2} - k_1^2}.$$

В результате расчетов, аналогичных проделанным при получении (7) с учетом дополнительных особенностей (полюсов и точек ветвления) коэффициента отражения $R(\omega)$, (21) можно представить в виде

$$I = I_{\text{пер}}^+ + I_{\text{пер}}^- + I_{\text{уст}}(\omega_0) + I_{\text{соб}} + I_{\text{бок}}. \quad (24)$$

Первые два слагаемых в (24) представляют вклад в интеграл перемещенных точек

$$\Omega_{+(-)} = +(-) \frac{k_1 c}{\sqrt{\epsilon}} \frac{ct}{\sqrt{(ct)^2 - \epsilon(x')^2}}, \quad (25)$$

появляются в момент времени

$$t_0 = |x'| \sqrt{\epsilon}/c \quad (26)$$

и выглядят следующим образом:

$$I_{\text{пер}}^{+(-)} = -e^{-ik_1 z} \sqrt{\frac{2\pi}{k_1 \sqrt{\epsilon}}} \frac{cR(\Omega_{+(-)}) \exp[ik_1 z (\mp) (k_1/\sqrt{\epsilon}) \sqrt{(ct)^2 - \epsilon(x')^2}]}{\sqrt{(ct)^2 - \epsilon(x')^2} \Omega_{+(-)} (\Omega_{+(-)} - \omega_0)} \quad (27)$$

Эти два слагаемые совместно составляют переходное решение, имеют мгновенные значения частот в виде (25) и следующие проекции волновых векторов на оси x и z :

$$K_x^{+(-)} = \mp k_1 \sqrt{\epsilon} (-x') [(ct)^2 - \epsilon(x')^2]^{-1/2}, \quad K_z^+ = K_z^- = k_1. \quad (28)$$

Данное переходное решение ($I_{\text{пер}}^+ + I_{\text{пер}}^-$), описывающее процесс установления отраженного поля излучения включающегося гармонического источника (1), затухает с течением времени, имея всегда направленный от границы поток энергии.

Третье слагаемое в (24) существует за счет вклада полюса $\omega = \omega_0$ в интеграл (21), описывает отраженную волну на частоте источника, появляется в точке наблюдения в момент времени

$$t_1 = \frac{|x'| \epsilon \omega_0}{c \sqrt{\epsilon \omega_0^2 - k_1^2 c^2}}, \quad (29)$$

что соответствует групповому запаздыванию или, что то же самое, совпадению частот $\Omega_+ = \omega_0$ и имеет вид

$$I_{\text{уст}}(\omega_0) = \frac{2\pi c R(\omega_0)}{\omega_0 k_{x1}(\omega_0)} \exp[-i\omega_0 t + ik_1 z - ix' k_{x1}(\omega_0)], \quad (30)$$

где $\text{Re } k_{x1}(\omega_0) > 0$.

Отраженная часть поля $I_{\text{пер}}^+$, образованная падающей под острым углом к \mathbf{v}_0 волной, переходит непрерывно (с учетом описанного в 1-й части уточнения при $\Omega_+(t) = \omega_0$) в установившееся поле $I_{\text{уст}}(\omega_0)$. То же самое происходит, конечно, и в падающей на границу волне.

Отношение амплитуд этих отраженной и падающей волн, взятых в те моменты, когда они имеют одинаковые частоты, определяется коэффициентом отражения $R(\Omega_+)$. Если

$$v_0 \sqrt{\epsilon} > 2c, \quad (31)$$

то сначала $R(\Omega_+) < 1$, а начиная с того момента, когда частота Ω_+ становится равной $k_1 v_0 - k_1 (c/\sqrt{\epsilon})$, т. е. при

$$t > \frac{\beta\sqrt{\epsilon} - 1}{V(\beta\sqrt{\epsilon} - 1)^2 - 1} t_0, \quad (32)$$

имеет место сверхотражение [$R(\Omega_+) > 1$]. При этом коэффициент отражения, как следует из выражений (22) и (23), может не только превышать единицу, но и становится неограниченно большим [2].

Это означает, что в (24) возможно наличие четвертого слагаемого $I_{\text{соб}}$, обусловленного вкладом полюса коэффициента отражения $R(\omega)$ в интеграл (21). Этот полюс, существующий при условии (31), имеет значение

$$\omega_c = k_1 v_0 (1 + \sqrt{1 - \beta^2})^{-1} \approx 0,5 k_1 v_0. \quad (33)$$

В данном случае собственное решение $I_{\text{соб}}$ будет иметь вид

$$I_{\text{соб}} = 2\pi i \frac{[R(\omega)(\omega - \omega_c)]_{\omega=\omega_0}}{\omega_c(\omega_c - \omega_0)k_{x1}(\omega_c)} \exp\left(-i\omega_c t + ik_1 z - i\frac{x'}{2} k_1 \sqrt{\epsilon\beta^2 - 4}\right). \quad (34)$$

Время прихода решения (34) в точку наблюдения определяется условием $\Omega_+ = \omega_c$ и имеет значение

$$t_c = \frac{\epsilon\beta|x'|}{cV\epsilon\beta^2 - 4}. \quad (35)$$

Собственное поле излучения (34) из «сверхсветового» тангенциального разрыва скорости среды возбуждается падающей волной и по амплитуде зависит от величины стороннего тока источника. На возможность такого возбуждения собственного излучения указано в работах [9, 10, 13].

Из (30) и (34) видно, что амплитуды волн $I_{\text{уст}}(\omega_0)$ и $I_{\text{соб}}$ установившегося решения увеличиваются при приближении ω_0 к ω_c . При точном совпадении этих частот стационарное излучение (34) и (30) отсутствует. Вместо этого появляется волна, амплитуда которой неограниченно возрастает с течением времени, что соответствует процессу установления колебаний в контуре без диссипации в случае резонанса [19]. В общем случае после затухания переходных процессов в точке наблюдения остаются две волны с разными частотами ω_0 и ω_c , и можно наблюдать биения.

Последнее слагаемое $I_{\text{бок}}$ в (24) обусловлено точками ветвления

$$\omega_{\pm} = v_0 k_1 \pm k_1 (c/\sqrt{\epsilon}) \quad (36)$$

функции k_{x2} , входящей в $R(\omega)$ в интеграле (21). На рис. 2 для случая (31) изображена часть комплексной плоскости ω , где находятся точки ветвления (36). Для нахождения $I_{\text{бок}}$ необходимо вычислять интеграл по берегам разрезов, которые на рис. 2 проведены из точек ω_{\pm} . Вычисление интеграла по берегам разрезов производилось методом быстрого спуска, аналогичным методу перевала [20].

В результате получаем следующее.

Сначала точки ветвления не находятся в заштрихованной области (см. рис. 2) и $I_{\text{бок}} = 0$. Начиная с момента времени

$$t_+ = \frac{\beta\sqrt{\epsilon} + 1}{V(\beta\sqrt{\epsilon} + 1)^2 - 1} t_0, \quad (37)$$

точка ω'_+ попадает в заштрихованную область, что приводит к появлению волны $I_{\text{бок}}$.

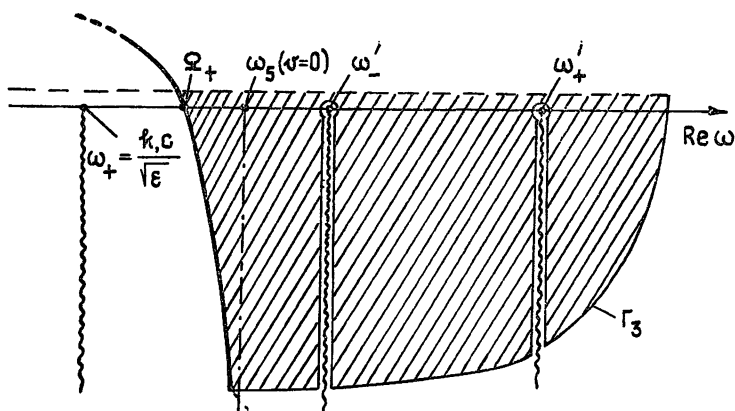


Рис. 2.

В момент прихода в точку наблюдения этой волны ее амплитуда имеет максимальное значение и в $\sqrt[4]{k_1|x'}$ раз меньше амплитуды переходного решения (27). Спустя некоторое время, при выполнении условия $(t - t_+)^2 \omega_0 > t_+$, для описания $I_{\text{бок}}$ можно использовать выражение

$$I_{\text{бок}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} \sqrt{\frac{2k_1 c}{\sqrt{\epsilon}}} \frac{1}{(k_1 v_0 + k_1 c/\sqrt{\epsilon})^2 - (k_1 c/\sqrt{\epsilon})^2} \frac{1}{\omega'_+ (\omega'_+ - \omega_0)} \times \times \frac{\sqrt{\pi} e^{i\pi/4}}{\sqrt{(t-t_+)^3}} \exp[-i\omega'_+ t - ix' k_{x1}(\omega'_+) + ik_1^2 z]. \quad (38)$$

Из сравнения выражений (27) и (38) видно, что амплитуда волны $I_{\text{бок}}$ с течением времени затухает ($\sim t^{-3/2}$) быстрее, чем амплитуда переходного решения. Кроме этого, при временах (32) (при условии (31)) в заштрихованную на рис. 2 область попадает вторая точка ветвления и в итоге для $I_{\text{бок}}$ имеем следующее:

$$I_{\text{бок}} = I_{\text{бок}}^+ + I_{\text{бок}}^-, \quad (39)$$

где $I_{\text{бок}}^+$ по-прежнему определяется формулой (38), а второе слагаемое отличается от (38) заменой ω'_+ на ω'_- . Полученное решение (39) физически соответствует боковой волне при отражении от оптически менее плотной среды [20]. Ввиду малости амплитуды решения $I_{\text{бок}}$ и более быстрого его затухания ($\sim t^{-3/2}$), по сравнению с другими волнами в данной задаче в дальнейшем рассматривать $I_{\text{бок}}$ не будем.

2. Для учета влияния слабой диссипации достаточно ввести малую проводимость в движущемся диэлектрике, т. е. представить его диэлектрическую проницаемость в виде $\epsilon = \epsilon_0 + i4\pi\sigma(\omega - kv_0)^{-1}$.

При этом анализ показывает, что процессы установления и стационарное отраженное поле на частоте источника ω_0 остаются почти такими же, как и без проводимости (включая случай сверхотражения). Качественное изменение претерпевает только собственное поле (39), причем существенным образом сказывается поляризация волн [21].

Для ТЕ-волн собственное решение определяется вместо (34) полюсом на частоте [21]

$$\omega'_\epsilon = k_1 v_0 / 2 - i\pi\sigma\epsilon_0^{-1} \quad (40)$$

и приобретает несколько отличный от (34) вид

$$H'_{\text{соб}} \sim \exp \left(-i \frac{k_1 v_0}{2} t - \frac{\pi \sigma}{\varepsilon_0} t + i k_1 z - i \frac{x' k_1}{2} \sqrt{\varepsilon_0 \beta^2 - 4} - \frac{\pi v_0 \sigma x'}{c^2 \sqrt{\varepsilon_0 \beta^2 - 4}} \right). \quad (41)$$

Из (41) видно, что собственное поле излучения из стационарного (34), когда $\sigma = 0$, превращается в затухающую с течением времени волну, т. е. представляет теперь часть переходного процесса. Его время прихода приближенно определяется выражением (35), а амплитуда в фиксированный момент времени увеличивается при удалении от границы.

Таким образом, источник рассматриваемого вида возбуждает нелокализованное в пространстве затухающее во времени собственное поле.

Для ТМ-волн собственное решение определяется полюсом на частоте [21]

$$\omega_c'' = k_1 v_0 / 2 + i \alpha, \quad (42)$$

мнимая часть которой знакпеременна и имеет вид

$$\alpha = \pi \sigma (\varepsilon_0 \beta^2 - 8) (\varepsilon_0 \beta)^{-2}. \quad (43)$$

При этом собственное решение записывается в виде

$$H'_{\text{соб}} \sim \exp \left[-i \frac{k_1 v_0}{2} t + \alpha t + i k_1 z - i \frac{x' k_1}{2} \sqrt{\varepsilon_0 \beta^2 - 4} + \frac{\varepsilon_0 v_0 \alpha x'}{c^2 \sqrt{\varepsilon_0 \beta^2 - 4}} \right]. \quad (44)$$

Из (43) следует, что при

$$2c < v_0 \sqrt{\varepsilon_0} < 2\sqrt{2} c \quad (45)$$

полюс в (21), определяющий собственное решение, лежит в нижней полуплоскости. В этом случае для ТМ-волны получается качественно то же самое, что и для ТЕ-поляризации. Если скорость среды будет удовлетворять условию

$$v_0 \sqrt{\varepsilon_0} > 2\sqrt{2} c, \quad (46)$$

то полюс (42) перемещается в верхнюю полуплоскость комплексной частоты*, что приводит к нарастанию во времени и затуханию при удалении от границы собственного поля (44). При малой проводимости ($\sigma \ll k_1 v_0$) время появления (44) в точку наблюдения по-прежнему определяется приближенно (35).

3. Аналогичная рассмотренной выше картина имеет место и для звуковых волн при отражении от сверхзвукового тангенциального разрыва скорости потока. Основное отличие заключается в том, что в акустическом случае коэффициент отражения обращается в бесконечность при нескольких значениях частоты [22, 23, 8].

Анализ показывает, что и в отсутствие диссипации при скоростях потока $v_0 < 2c_s$, где c_s — скорость звука, существуют как затухающая, так и нарастающая во времени собственные волны на частотах (комплексных)

$$\omega_{1,2} = \frac{k_1 c_s}{2} \left[\frac{v_0}{c_s} \pm \sqrt{\left(\frac{v_0}{c_s}\right)^2 + 4} - 4 \sqrt{\left(\frac{v_0}{c_s}\right)^2 + 1} \right]. \quad (47)$$

* При этом, чтобы поле (44) было причинно связано с источником (1), нужно контур интегрирования в интеграле (21) сместить с действительной оси в верхнюю полуплоскость выше всех особенностей.

При скоростях потока $2c_s < v_0$ кроме указанных волны (47) появляется еще одна собственная волна типа (34) на частоте

$$\omega_3 = k_1 v_0 / 2. \quad (48)$$

Из (47) видно, что в случае $v_0 > 2\sqrt{2} c_s$ затухающая и нарастающая во времени волны становятся волнами типа (34). Возбуждение этих трех собственных волн источником вида (1) будет происходить описанным выше способом.

4. Рассмотрим теперь влияние размытости границы потока слабодиспергирующей среды с постоянным ε . Пусть скорость движения нарастает от нуля до v_0 в пределе конечной области по x от x_{01} до x_{02} по закону

$$v(x) = v_0(x_{02} - x_{01})^{-1}(x - x_{01}). \quad (49)$$

Будем считать, что толщина слоя $x_{02} - x_{01}$ значительно превосходит максимальное значение длины волны. В этом случае в формуле (21) коэффициент отражения $R(\omega)$ необходимо брать в виде [4]

$$R = i\sqrt{\exp(-2\delta) + 1}, \quad (50)$$

где

$$\delta = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{k_1^2 - \varepsilon[\omega - k_1 v(x)]^2 c^{-2}} dx. \quad (51)$$

В выражении (51) x_1 и x_2 — точки поворота (в этих точках $k_x(v) = 0$), которые определяются выражениями

$$x_1 = x_{01} + (x_{02} - x_{01})v_0^{-1}(\omega k_1^{-1} - c/\sqrt{\varepsilon}), \quad (52)$$

$$x_2 = x_{01} + (x_{02} - x_{01})v_0^{-1}(\omega k_1^{-1} + c/\sqrt{\varepsilon}).$$

Из формул (52) видна зависимость положения точек поворота от частоты, анализ которой показывает, что в случае (31) коэффициент отражения $R(\omega)$ может принимать следующие значения:

а) если

$$\omega > k_1(v_0 + c/\sqrt{\varepsilon}) \text{ или } \omega < ck_1/\sqrt{\varepsilon}, \quad (53)$$

что соответствует нахождению точек поворота за пределами неоднородного слоя, т. е. они не существуют, то

$$R(\omega) = 0; \quad (54)$$

б) в интервале частот

$$k_1(v_0 - c/\sqrt{\varepsilon}) < \omega < k_1(v_0 + c/\sqrt{\varepsilon}), \quad (55)$$

когда одна точка поворота попадает внутрь слоя,

$$R(\omega) = i \quad (56)$$

в) и, наконец, когда

$$ck_1/\sqrt{\varepsilon} < \omega < k_1(v_0 - c/\sqrt{\varepsilon}), \quad (57)$$

т. е. обе точки поворота x_1 и x_2 находятся внутри неоднородного слоя, коэффициент отражения имеет вид (50), где величину δ можно легко получить:

$$\delta = \pi(x_{02} - x_{01})k_1 c(v_0/\sqrt{\varepsilon})^{-1}. \quad (58)$$

Тогда (50) совместно с (58) означает, что для линейного переходного слоя во всем диапазоне частот (57) коэффициент отражения постоянен и превышает по модулю единицу.

Учитывая (53) — (58), в случае плавного переходного слоя (49) для отраженного поля излучения (24) получаем следующие изменения:
 а) в отраженном поле нет волн $I_{\text{собр}}$ и $I_{\text{пер}}^-$, т. е.

$$I = I_{\text{пер}}^+ + I_{\text{уст}}(\omega_0) \pm I_{\text{бок}}, \quad (59)$$

а характерные зависимости $I_{\text{пер}}^+$ и $I_{\text{уст}}(\omega_0)$ будут иметь тот же вид, что (30) и (27);

б) переходное решение $I_{\text{пер}}^+$ появляется в точках наблюдения в момент времени

$$t'_0 = |x'| \sqrt{\varepsilon} (1 + \beta \sqrt{\varepsilon}) [c \sqrt{(1 + \beta \sqrt{\varepsilon})^2 - 1}]^{-1}, \quad (60)$$

которое больше t_0 , определяемого формулой (26) для резкой границы; мгновенная частота Ω_+ переходного решения, очевидно, имеет ту же зависимость (25), но начиная с момента времени t'_0 , а с момента времени (32) коэффициент отражения волны становится больше единицы;

в) в установившемся режиме отраженное поле отсутствует, если частота источника удовлетворяет условию (53); в оставшемся интервале частот амплитуда отраженной волны либо равна падающей (при условии (53)), либо превосходит ее (при выполнении неравенств (57)).

В заключение кратко остановимся на том, что происходит, если сигнал от источника (1) падает на плоскостойкое струйное течение с максимумом скорости. В том случае, когда расстояние между границами струи достаточно велико и скорость в средней части меняется мало, возможна ситуация, при которой отраженное поле будет в точности таким же, как найденное выше в течение некоторого времени. Для этого нужно, чтобы время прихода в некоторую точку наблюдения, лежащую между источником и ближайшей к нему границей струи, предвестника сигнала, отраженного от дальней границы струи, превосходило время появления всех типов установившегося поля, отраженного от ближней границы. Тогда до момента прихода упомянутого предвестника отраженное поле будет вести себя описанным в статье способом, не «чувствуя» второй границы. Это означает, что явление сверхотражения сигналов рассматриваемого типа от одной границы (или плавного монотонного переходного слоя) может наблюдаться в течение некоторого времени и при наличии струи конечной толщины. Далее в этом случае с течением времени поведение отраженного поля усложняется, и для его описания требуется дополнительный анализ.

Авторы выражают благодарность Н. С. Степанову за обсуждение результатов и Б. Е. Немцову за ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кадомцев Б. Б., Михайловский А. Б., Тимофеев А. В. // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. Вып. 6 (12). С. 2266.
2. Лупанов Г. А. // Радиофизика. 1975. Т. 18. № 11. С. 1711 (Изв. высш. учеб. заведений).
3. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. // Эйнштейновский сб. 1977. — М.: Наука, 1980. С. 73.
4. Гавриленко В. Г., Зелексон Л. А. // Краткие тексты докладов XI Всесоюзной конференции по распространению радиоволн. — Казань. 1975. Т. 1. С. 192.
5. Гавриленко В. Г., Зелексон Л. А. // Акуст. журн. 1977. Т. 23. Вып. 6. С. 867.
6. Зелексон Л. А., Степанов Н. С. // Радиофизика. 1980. Т. 23. № 9. С. 1046 (Изв. высш. учеб. заведений).
7. Курич В. В., Немцов Б. Е., Эйдман В. Я. // УФН. 1985. Т. 147. № 1. С. 157.
8. Немцов Б. Е. Препринт НИРФИ № 211. Горький, 1986.
9. Friedland A. B., Pierse A. D. // Phys. Fluids. 1969. V. 12. № 6. P. 1148.
10. Jones D. S., Morgan J. B. // Proc. Cambridge Phil. Soc. 1972. V. 72. № 3. P. 465.
11. Федорюк М. В. Метод перевала. — М.: Наука, 1977.
12. Гавриленко В. Г., Зайцев С. И. // Радиофизика, 1984, Т. 27. № 7. С. 892 (Изв. высш. учеб. заведений).

13. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. — М.: Мир, 1978. Т. 1.
14. Андронов А. А. // Космические исследования. 1966. Т. 4. С. 558.
15. Сурия А. М. // Радиофизика. 1975. Т. 18. № 5. С. 647. (Изв. высш. учеб. заведений).
16. Эйрман В. Я. // Радиофизика. 1979. Т. 22. № 7. С. 781 (Изв. высш. учеб. заведений).
17. Гавриленко В. Г., Зелексон Л. А. // Физика плазмы. 1980. Т. 6. № 6. С. 1287.
18. Гавриленко В. Г., Зелексон Л. А., Лупанов Г. А. // Радиофизика, 1979. Т. 22. № 5. С. 639 (Изв. высш. учеб. заведений).
19. Горелик Г. С. Колебания и волны. — М.: ФМЛ. 1959.
20. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: АН СССР, 1957. С. 242.
21. Пикулин В. Д., Степанов Н. С. // ЖТФ. 1978. Т. 48. № 4. С. 649.
22. Кикина Н. Г., Санников А. Г. // Акуст. журн. 1971. Т. 17. Вып. 4. С. 569.
23. Miles J. // J. Fluid Mech. 1958. V. 4. № 5. P. 538.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
9 декабря 1986 г.,
после переработки
23 июля 1987 г.

ON THE PROPAGATION OF SIGNALS CREATED BY THE SOURCES DISTRIBUTED ON THE SURFACE IN MOVING MEDIA

V. G. Gavrilenko, S. I. Zajtsev

The investigation of the transient and set up fields of the radiation of switching harmonic sources distributed on the surface is made for two cases; 1) the surface of the sources is located in a moving homogeneous medium, 2) the surface of the sources is parallel to the boundary of fixed and moving media. In the second case the excitation of the eigen solutions of the source is also considered.

Аннотации депонированных статей

УДК 535:531.719.24.08

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСРЕДНЕННОГО ВДОЛЬ ЛУЧЕВОЙ ТРАЕКТОРИИ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ТРЕХМЕРНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

А. В. Прокопов

С помощью разложения Эйлера—Маклорена получены точные соотношения, позволяющие представить усредненный вдоль лучевой траектории показатель преломления трехмерно-неоднородной среды $\bar{n} = L^{-1} \int_0^L n(\sigma) d\sigma$ в виде функции величин, заданных в конечных точках траектории (L — длина траектории, σ — лучевая координата). Обоснован новый метод отыскания n воздуха при светодальномерных измерениях на приземных трассах. Согласно предложенному методу

$$\bar{n} = \frac{n_0 + n_L}{2} - \frac{L}{12} [(l_L \nabla n_L) - (l_0 \nabla n_0)], \quad (1)$$

где n — показатель преломления воздуха, ∇n — вектор градиента показателя преломления воздуха, l — вектор касательной к лучу (соответственно в начальной (индекс 0) и конечной (индекс L) точках траектории). Показано, что на трассах длиной $L < 450$ км при $|\nabla n| < 2 \cdot 10^{-4}$ км $^{-1}$ погрешность формулы (1) не превышает 10^{-1} . Параметры $(l_0 \nabla n_0)$, $(l_L \nabla n_L)$ в (1) могут быть выражены через зенитные углы и составляющие ∇n , определяемые экспериментально в конечных точках траектории.

Статья депонирована в ВИНТИ,
рег. № 7310-В 88. Деп. от 11 октября 1988 г.