

УДК 621.072:621.373

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И ШУМЫ ВЗАИМНО-СИНХРОНИЗОВАННЫХ ГЕНЕРАТОРОВ, СВЯЗАННЫХ ЧЕРЕЗ ЛИНЕЙНУЮ ЧАСТОТНО-ЗАВИСИМУЮ СИСТЕМУ. I. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

А. Н. Васильев, Г. П. Мина

Предложена методика исследования взаимной синхронизации N генераторов, связанных линейной многорезонансной системой, в одночастотном приближении. В общем виде получены соотношения для динамических и шумовых характеристик стационарных синхронных режимов. Выведены уравнения, определяющие частотную гиперповерхность в переменных частотах синхронных колебаний — парциальные частоты генераторов. Получены выражения для спектров амплитудных и фазовых флуктуаций в системе.

В настоящее время в научных исследованиях и практике широко используется явление взаимной синхронизации генераторов. Чаще всего связь между генераторами описывается в виде не зависящих от частоты коэффициентов связи. При этом, однако, опускается ряд особенностей, наблюдающихся в реальных системах. Например, если два генератора связаны длинной линией, то ее частотные свойства должны оказать определенное влияние на динамические и шумовые характеристики генераторов. В ряде случаев связь специально делается частотно-избирательной — при синхронизации на гармониках, в системах сложения мощностей и управления частотой ансамбля генераторов. Использование в качестве связи между генераторами многорезонансной линейной системы существенно изменяет характеристики синхронных режимов и усложняет их исследование. Взаимная синхронизация таких систем исследуется в течение ряда лет, однако многие важные аспекты ее до сих пор не освещены.

В работе [1] рассмотрена система N генераторов, связанных линейной системой. В матричном виде записывается система уравнений, описывающая ансамбль генераторов. Авторы ограничились получением условий самовозбуждения и закона установления амплитуд лишь для полностью идентичных генераторов.

Возможность стабилизации частоты генераторов и сложения мощностей в таких системах исследовалась в [2] методом медленно меняющихся амплитуд и методом символических уравнений Евтянова.

При изучении стабилизации частоты генераторов большой интерес представляет форма и ширина спектральной линии синхронизованной системы генераторов. Шумы в системах взаимно-синхронизованных генераторов, связанных реактивной или резистивной связью, уже рассматривались ранее (например, в [3–5]) методом медленно меняющихся амплитуд. При частотно-зависимой связи между контурами такой подход требует конкретизации вида импеданса системы связи. В случае многорезонансной связи это приводит к громоздким вычислениям.

В настоящей работе предлагается методика исследования генераторов, связанных линейной многорезонансной системой, позволяющая получить в одночастотном приближении области синхронизма, частотные и амплитудные зависимости, критерии устойчивости, а также исследовать спектральную плотность естественных флуктуаций мощности гене-

раторов. Подобная методика была частично применена ранее при исследовании взаимной синхронизации генераторов, связанных на гармониках через резонансный контур [6].

1. СТАЦИОНАРНЫЕ РЕЖИМЫ СИСТЕМЫ N СИНХРОНИЗОВАННЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

Рассмотрим взаимодействие N генераторов томсоновского типа, связанных звездой через линейную систему, характеризуемую матрицей Z -параметров. Каждый генераторный контур содержит нелинейный активный элемент $R_{нk}$ и эквивалентный источник шума $\varepsilon_{шk}$ (рис. 1). Некоторые авторы (например, [1]) включают линейные части генераторов в линейную систему, что приводит к более компактной записи уравнений. Однако при решении многих задач синхронизации слабо связанных генераторов исследования удобнее проводить в пространстве парциальных частот генераторов.

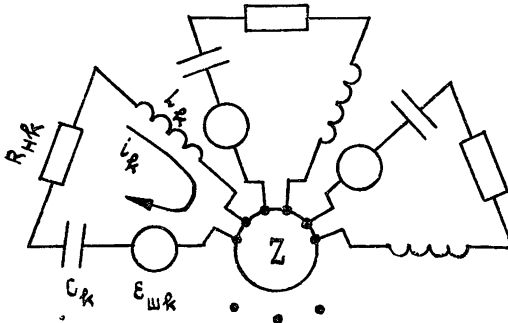


Рис. 1.

Уравнение для тока i_k в контуре k -го генератора имеет вид

$$\frac{d^2}{dt^2} i_k(t) + \nu_k^2 i_k(t) + \frac{1}{L_k} \frac{d}{dt} U_{Z_k}(t) = -F_k\left(i_k, \frac{di_k}{dt}\right) + \frac{1}{L_k} \frac{d}{dt} \varepsilon_{шk}, \quad (1)$$

где F_k — функция, характеризующая нелинейный элемент k -го генератора и потери в генераторном контуре, L_k , ν_k — индуктивность и парциальная частота контура генератора, U_{Z_k} — напряжение на k -х выводах многополюсника связи, которое можно выразить через матрицу Z -параметров и фурье-компоненты токов

$$\xi_k(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} i_k(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2)$$

следующим образом:

$$U_{Z_k}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^N Z_{kl}(\omega) \xi_l(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (3)$$

Рассмотрим сначала синхронные стационарные режимы в системе без учета воздействия шумов. Стационарное решение для тока i_k в k -м томсоновском генераторе ищем в виде

$$i_k = a_k \sin(\omega t + \varphi_k). \quad (4)$$

Подставив решение (4) в уравнение (1) и проведя гармоническую линеаризацию [7], можно получить систему уравнений для определения частоты синхронного режима ω , фаз синхронных колебаний φ_k и стационарных амплитуд токов a_k . Эту систему N нелинейных комплексных уравнений можно решить либо численно на ЭВМ, либо методом, анало-

гичным методу вторичного укорочения Хохлова [8]. Метод вторичного укорочения применим в том случае, когда взаимная синхронизация не приводит к существенному изменению амплитуд основного тона каждого генератора, входящего в систему:

$$a_k = a_k^0 + a'_k, \quad a'_k \ll a_k^0, \quad (5)$$

здесь a_k^0 — стационарные амплитуды свободных генераторов. После проведения вторичного укорочения получаем линейную систему относительно a'_k :

$$j(-\omega^2 + \nu_k^2)a_k^0 - \frac{\omega}{L_k} \sum_{l=1}^N Z_{kl}(\omega) \exp [j(\varphi_l - \varphi_k)] a_l^0 = \frac{\omega}{a_k^0} a'_k (p_k - jq_k), \quad (6)$$

где $p_k = (a_k/2\omega) \left. \frac{\partial(F_{ck}/a_k)}{\partial a_k} \right|_{a_k^0}$ — прочность предельного цикла, $q_k = (a_k/2\omega) \left. \frac{\partial(F_{sk}/a_k)}{\partial a_k} \right|_{a_k^0}$ — коэффициент неизохронности генератора [4].

Символами F_{sk} и F_{ck} обозначены синусоидальная и косинусоидальная составляющие первой гармоники функции F_k .

Выделяя действительные части этих уравнений, получаем выражения для поправок к амплитудам

$$a'_k = - \frac{a_k^0}{p_k L_k} \sum_{l=1}^N \operatorname{Re}(Z_{kl}(\omega) \exp [j(\varphi_l - \varphi_k)]) a_l^0. \quad (7)$$

Мнимые части уравнений (6) с учетом (7) приводят к системе N уравнений, определяющей ω и $N-1$ разность фаз между генераторами. Однако, поскольку ω входит в качестве аргумента в Z_{kl} , решить эту систему в общем виде оказывается невозможным. Подойдем к решению этой задачи с другой стороны. Исследование синхронных режимов предусматривает построение зависимости частоты генерации ω , разности фаз генераторов и их амплитуд от парциальных частот генераторов ν_k . При этом возникает $N+1$ -мерная частотная поверхность в координатах (ω, ν_k) . Можно построить эту же поверхность, задаваясь значениями ω и разностями фаз и вычисляя значения ν_k из уравнения (6). Тем самым задача исследования синхронного режима оказывается решенной параметрическим образом.

Если генераторы изохронны (нет запаздывания в нелинейном элементе), то все $q_k = 0$ и выражения для частотных и амплитудных зависимостей упрощаются.

2. ШУМЫ В СИСТЕМЕ СИНХРОНИЗОВАННЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

Для исследования естественных шумов в системе синхронизованных генераторов воспользуемся методикой, описанной в работах [9-11], которая позволяет получить в общем виде выражения для спектра флуктуаций. Этот подход применим для случая небольших шумов, когда спектральная мощность, сосредоточенная в пьедестале спектральной линии, существенно меньше мощности основного пика спектральной линии.

Без учета шумов спектральная плотность тока синхронизованных томсоновских генераторов имеет вид двух δ -функций на частоте генерации $\pm \omega$, что соответствует нулевому приближению (4). Учет шумов приводит к размытию спектра. Спектральная линия приобретает конечную, но малую ширину $\Delta\omega$. Кроме того, возникает существенно более широкий, чем $\Delta\omega$, пьедестал.

При воздействии на систему связанных генераторов спектральной

компоненты шума $f_k(\omega') = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_{шk}(t) \exp(-j\omega't) dt$ на частоте ω' необ-

ходимо учитывать ее комбинационное взаимодействие со спектральными компонентами на других частотах ω'' из-за нелинейности F_k . Наибольший вклад в уравнение для спектральной компоненты тока в k -м генераторе $\zeta_k(\omega')$ (2) дают комбинационные составляющие $\zeta_k(\omega'')$, частоты которых лежат в области $2\omega - \omega' - \Delta\omega \leq \omega'' \leq 2\omega - \omega' + \Delta\omega$, так как именно эти составляющие наиболее сильно взаимодействуют со спектральными компонентами основного максимума. В уравнение для спектральных компонент тока одного из генераторов спектральные компоненты токов остальных генераторов входят линейно (из-за линейности системы связи), поэтому наибольшее влияние окажут компоненты тока других генераторов на частоте ω' . Если рассматривать частоты, лежащие вне центрального пика ($|\omega - \omega'| \gg \Delta\omega$), то размытие по частотам на величину $\Delta\omega$ оказывается достаточно малым по сравнению со структурой пьедестала, и им можно пренебречь. В этой области $|\zeta_k(\omega')| \ll |\zeta_k(\omega)|$, поэтому уравнения (1) можно линеаризовать и получить систему N уравнений, связывающую спектральные составляющие токов генераторов со спектральными составляющими напряжений генераторов шума $f_k(\omega')$. Конкретные вычисления близки к приведенным в работах [9-11]:

$$\begin{aligned} \zeta_k(\omega') \left\{ -\omega'^2 + \omega^2 - \frac{j\omega}{L_k} \sum_{l=1}^N Z_{kl}(\omega) \frac{a_l}{a_k} \exp[j(\varphi_l - \varphi_k)] + \frac{j\omega}{L_k} Z_{kk}(\omega') + \right. \\ \left. + \omega(-q_k + jp_k) \right\} + \omega(q_k - jp_k) \zeta_k^*(2\omega - \omega') \exp(-2j\varphi_k) + \\ + \sum_{l=1}^N \zeta_l(\omega') Z_{kl}(\omega') \frac{j\omega}{L_k} = \frac{j\omega}{L_k} f_k(\omega'). \end{aligned} \quad (8)$$

В уравнения (8) входят спектральные составляющие токов как на частотах ω' , так и на частотах $2\omega - \omega'$, поэтому, вообще говоря, система (8) не является замкнутой для N компонент $\zeta_k(\omega')$. Для того, чтобы решить такую систему, нужно записать уравнения (8) с заменой ω' на $2\omega - \omega'$ и произвести комплексное сопряжение полученных уравнений. При этом получается замкнутая система $2N$ уравнений, которую можно разрешить относительно $\zeta_k(\omega')$ и $\zeta_k^*(2\omega - \omega')$. Эту систему можно записать в достаточно компактном виде, введя вектор размерности $2N$

$$\zeta(\omega') = (\zeta_1(\omega'), \zeta_1^*(2\omega - \omega'), \zeta_2(\omega'), \dots, \zeta_N^*(2\omega - \omega'))^T$$

и, соответственно, вектор правых частей уравнений (8)

$$f(\omega') = \left(\frac{j\omega}{L_1} f_1(\omega'), -\frac{j\omega}{L_1} f_1^*(2\omega - \omega'), \frac{j\omega}{L_2} f_2(\omega'), \dots, -\frac{j\omega}{L_N} f_N^*(2\omega - \omega') \right)^T.$$

Тогда замкнутая система уравнений для $\zeta(\omega')$ может быть записана в виде

$$\hat{D}(\omega') \zeta(\omega') = f(\omega'), \quad (9)$$

где $\hat{D}(\omega')$ — матрица, составленная из блоков (2×2):

$$\hat{D}(\omega') = \left\| \begin{array}{cccc} B_1 & C_{12} & C_{13} & \dots & C_{1N} \\ C_{21} & B_2 & C_{23} & \dots & C_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{N1} & C_{N2} & C_{N3} & \dots & B_N \end{array} \right\|, \quad (10)$$

а матрицы B_k и C_{kl} определяются следующим образом:

$$B_k = \left\| \begin{array}{cc} a_k(\omega') - b_k & b_k \exp(-2j\varphi_k) \\ b_k^* \exp(2j\varphi_k) & a_k^*(2\omega - \omega') - b_k^* \end{array} \right\|,$$

$$a_k(\omega') = -\omega'^2 + \omega^2 + \frac{j\omega}{L_k} Z_{kk}(\omega') - \frac{j\omega}{L_k} \sum_{l=1}^N Z_{kl}(\omega) \frac{\hat{a}_l}{\hat{a}_k} \exp[j(\varphi_l - \varphi_k)], \quad (11)$$

$$b_k = \omega(q_k - jp_k),$$

$$C_{kl} = \left\| \begin{array}{cc} j \frac{\omega}{L_k} Z_{kl}(\omega') & 0 \\ 0 & -j \frac{\omega}{L_k} Z_{kl}^*(2\omega - \omega') \end{array} \right\|.$$

Система (10) может быть решена различными способами: в общем виде — с использованием правил Крамера; в случае большого N удобнее решать эту систему на ЭВМ с использованием более быстрых методов. Здесь мы запишем формальное решение

$$\zeta(\omega') = \hat{D}^{-1}(\omega') f(\omega')$$

или

$$\zeta_k(\omega') = \sum_{l=1}^N \frac{j\omega}{L_l} \left\{ [\hat{D}^{-1}(\omega')]_{2k-1, 2l-1} f_l(\omega') - [\hat{D}^{-1}(\omega')]_{2k-1, 2l} f_l^*(2\omega - \omega') \right\}. \quad (12)$$

Для вычисления корреляционных функций токов в генераторах необходимо сделать некоторые предположения о статистических свойствах $f_k(\omega')$. Будем считать, что источники напряжений шума в генераторных контурах стационарны. При этом

$$\langle f_k(\omega') f_l^*(\omega'') \rangle = G_{\varepsilon_k}(\omega') \delta(\omega' - \omega''). \quad (13)$$

Флуктуации токов в генераторных контурах из-за наличия комбинационного взаимодействия с основным пиком оказываются уже нестационарными:

$$\langle \zeta_k(\omega') \zeta_m^*(\omega'') \rangle = H_{km}^{(0)}(\omega') \delta(\omega' - \omega'') + \quad (14)$$

$$+ H_{km}^{(1)}(\omega') \delta(\omega' - \omega'' - 2\omega) + H_{km}^{(1)*}(\omega') \delta(\omega' - \omega'' + 2\omega).$$

Здесь

$$H_{km}^{(0)}(\omega') = \sum_{l=1}^N \frac{\omega^2}{L_l^2} \left\{ [\hat{D}^{-1}(\omega')]_{2k-1, 2l-1} [\hat{D}^{-1}(\omega')]_{2m-1, 2l-1}^* G_{\varepsilon_l}(\omega'') + [\hat{D}^{-1}(\omega')]_{2k-1, 2l} [\hat{D}^{-1}(\omega')]_{2m-1, 2l}^* G_{\varepsilon_l}(2\omega - \omega') \right\}; \quad (15)$$

$$H_{km}^{(1)}(\omega') = \sum_{l=1}^N \frac{\omega^2}{L_l^2} \left\{ [\hat{D}^{-1}(\omega')]_{2k-1, 2l-1} [\hat{D}^{-1}(2\omega - \omega')]_{2m-1, 2l} G_{\varepsilon_l}(\omega') + [\hat{D}^{-1}(\omega')]_{2k-1, 2l} [\hat{D}^{-1}(2\omega - \omega')]_{2m-1, 2l-1} G_{\varepsilon_l}(2\omega - \omega') \right\}. \quad (16)$$

Такой вид коррелятора флуктуаций токов приводит к зависимости корреляционной функции от двух времен

$$B_{km}(t, t + \tau) = B_{km}^{(0)}(\tau) + 2\text{Re}(B_{km}^{(1)}(\tau) \exp(2j\omega t)), \quad (17)$$

где $B_{km}^{(i)}$ — фурье-преобразование функции $H_{km}^{(i)}(\omega')$. Спектральную плотность флуктуаций мощности P_k , выделяемой на сопротивлении k -го генераторного контура R_k , можно записать в виде

$$G_{P_k}(\omega') = H_{kk}^{(0)}(\omega') R_k. \quad (18)$$

Можно вычислить также амплитудные и фазовые флуктуации на частоте $\Omega = |\omega' - \omega| \ll \omega$:

$$\left. \begin{aligned} \langle \Delta a_k^2 \rangle \\ a_k^2 \langle (\Delta \varphi_k)^2 \rangle \end{aligned} \right\} = \frac{1}{2} [H_{kk}^{(0)}(\omega + \Omega) + H_{kk}^{(0)}(\omega - \Omega) \mp \\ \mp \exp(-2j\varphi_k) H_{kk}^{(1)}(\omega + \Omega) \mp \exp(2j\varphi_k) H_{kk}^{(1)*}(\omega - \Omega)]. \quad (19)$$

Здесь верхний знак определяет амплитудные флуктуации, а нижний — фазовые. Аналогично можно найти и другие корреляторы.

Система (9) определяет вынужденные колебания в системе томсоновских генераторов под действием источников шума ε_{mi} . Если $\varepsilon_{mi} = 0$, то эта же система будет определять уравнение для собственных колебаний. Характеристическое уравнение для существования собственных колебаний имеет вид $\det \hat{D}(\omega') = 0$. Поскольку система линейна, собственное решение существует только в случае обращения в нуль детерминанта этой системы. Уравнение $\det \hat{D}(\omega') = 0$ определяет набор собственных частот возмущений ω' . Если хотя бы у одного ω' мнимая часть меньше нуля, колебания в системе становятся неустойчивыми.

Тем самым, $\det \hat{D}(\omega') = 0$ является характеристическим уравнением устойчивости. Когда система генераторов работает в режиме, близком к потере устойчивости, матрица \hat{D}^{-1} становится сингулярной и флуктуации в системе резко возрастают. Формулы (14) — (19) теряют смысл в неустойчивой области.

Из выражений (6), (7), (18), (19) можно получить частотные и амплитудные характеристики, области синхронизма, критерии устойчивости, форму спектральной линии, амплитудные и фазовые флуктуации для N генераторов, связанных произвольной линейной системой, в том числе и распределенной. Поскольку характеристики нелинейных активных элементов генераторов заданы в общем виде, полученные соотношения позволяют рассматривать генераторы с запаздыванием в нелинейном элементе.

Таким образом, в рамках единого подхода получены соотношения, определяющие как динамические, так и шумовые характеристики синхронного режима системы N генераторов, связанных линейной системой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Максимов В. М., Остроухов Н. С. // Радиотехника и электроника. 1983. Т. 28. № 10. С. 1953.
2. Дворников А. А., Уткин Г. М. Фазированные автогенераторы радиопередающих устройств. — М.: Энергия, 1980. — 176 с.
3. Клибанова И. М., Малахов А. Н., Мальцев А. А. // Радиофизика. 1971. Т. 14. № 2. С. 173 (Изв. высш. учеб. заведений).
4. Клибанова И. М., Малахов А. Н., Мальцев А. А. Флуктуации в сложных автоколебательных системах: Учебное пособие. — Горький, 1984.
5. Клибанова И. М. // Радиофизика. 1973. Т. 16. № 11. С. 1709 (Изв. высш. учеб. заведений).
6. Минакова И. И., Минина Г. П. // Труды IX Международной конференции по нелинейным колебаниям. — Киев: Наукова думка, 1984. Т. 3. С. 436.

7. Блехман И. И. Синхронизация динамических систем. — М: Наука, 1971.
8. Хохлов Р. В. // Радиотехника и электроника. 1956. № 1. С. 88.
9. Хотунцев Ю. Л., Тамарчак Д. Я. Синхронизованные генераторы и автодинны на полупроводниковых приборах. — М.: Радио и связь, 1982. — 240 с.
10. Васильев А. Н., Минина Г. П. // Радиофизика 1984. Т. 27. № 1. С. 71 (Изв. высш. учеб. заведений).
11. Васильев А. Н., Минина Г. П. // Радиоэлектроника. 1984. Т. 27. № 7. С. 91 (Изв. высш. учеб. заведений).

Московский институт радиотехники,
электроники и автоматики

Поступила в редакцию
10 ноября 1986 г.,
после переработки
26 января 1988 г.

DYNAMIC CHARACTERISTICS AND NOISE OF SYNCHRONIZED OSCILLATORS COUPLED BY LINEAR FREQUENCY-DEPENDENT SYSTEM. I. GENERAL EXPRESSIONS

A. N. Vasil'ev, G. P. Minina

The way of investigation of N synchronized oscillators coupled by linear frequency-dependent system is considered in a single-frequency approach. This method gives the analytical expressions for the dynamic and noise characteristics of the system: frequency hypersurface in variables «synchronous regime frequency—partial frequencies of oscillators», amplitude characteristics, power noise spectra, amplitude and phase fluctuations spectra.

Аннотации депонированных статей

УДК 533.9.07

ПРИМЕНЕНИЕ СФЕРОИДАЛЬНЫХ АНТЕНН В КАЧЕСТВЕ СВЧ ЗОНДОВ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ ПЛАЗМЫ

Т. А. Грязнова, Е. Г. Филоненко, И. П. Шашурин

Исследуется возможность использования короткого ($h/\lambda = 0,1$) и четвертьволнового ($h/\lambda = 0,25$) сфероидального монополя в качестве диагностического зонда для измерения параметров плазмы (концентрации заряженных частиц и частоты столкновений). Рассмотрено влияние ионного слоя у поверхности сфероида на его характеристики. Указаны пределы применимости сфероидального монополя в качестве СВЧ зонда.

Показано, что чувствительность сфероидального монополя значительно выше по сравнению с кольцевой апертурной антенной и короткой цилиндрической.

*Статья депонирована в ВИНТИ,
рег. № 7309-В 88. Деп. от 11 октября 1988 г.*