

УДК 524. 354.621.371

## ВЛИЯНИЕ МЕЖЗВЕЗДНОГО РАССЕЯНИЯ НА СРЕДНЮЮ ФОРМУ ИМПУЛЬСА И ВИДИМЫЕ УГЛОВЫЕ РАЗМЕРЫ ПУЛЬСАРА: МЕТОД СЛУЧАЙНЫХ «ЛУЧЕВЫХ» ТРАЕКТОРИЙ

А. А. Бочаров

Проведено обобщение и развитие метода случайных «лучевых» траекторий — специфического подхода к анализу рассеяния радиоволн в межзвездной среде. Этот метод позволяет определять различные характеристики рассеянного излучения, связанные с двухчастотной функцией взаимной когерентности поля, в том числе видимый угловой размер и среднюю форму импульса пульсара. На его основе могут быть составлены очень простые и эффективные программы для численного нахождения данных характеристик.

Реализация уникальных возможностей, предоставляемых пульсарами для диагностики космической плазмы, неосуществима без теоретического анализа рассеяния радиоизлучения в межзвездной среде. В [1] были получены аналитические представления для средней формы импульса и углового спектра рассеянного излучения пульсара при общей постановке задачи с учетом статистической неоднородности среды по лучу зрения и произвольном виде пространственного спектра неоднородностей. При этом использовался дифракционный подход, основанный на решении динамического уравнения для двухчастотной функции взаимной когерентности поля (ДФВК).

К сожалению, полученные аналитические выражения имеют в общем случае достаточно сложный вид и оказываются не совсем подходящими для практических целей. Исключение составляют лишь несколько частных случаев, имеющих мало общего с реальной ситуацией, поскольку данные наблюдений свидетельствуют о сложных законах распределения турбулентного вещества в Галактике [2, 3]. В этой связи приходится рассчитывать на численные методы анализа, причем дифракционный подход, предполагающий решение на ЭВМ достаточно сложных уравнений в частных производных, в принципе, не лучшим образом подходит для этих целей. Возникает необходимость разработки альтернативных методов анализа, более подходящих для численного решения задач на ЭВМ.

Ниже на основе развития и обобщения результатов работ различных авторов, прежде всего [4, 5], а также [6–8] и ряда других, будет подробно рассмотрен один из возможных подходов — метод случайных «лучевых» траекторий (МСЛТ). При нахождении характеристик рассеянного излучения, связанных с ДФВК, МСЛТ полностью эквивалентен дифракционному анализу и позволяет реализовать простые и экономичные численные алгоритмы.

**1. Некоторые положения и результаты дифракционного анализа.** В радиоастрономическом диапазоне частот случайные неоднородности межзвездной среды являются крупномасштабными по сравнению с длиной волны  $\lambda$ , и распространение радиоизлучения описывается параболическим уравнением [9, 10]

$$-2ik \frac{\partial E}{\partial z} + \nabla_r^2 E + 2k^2 \Delta n E = 0, \quad (1)$$

где  $\Delta n$  — флуктуирующая составляющая показателя преломления  $n = \langle n \rangle + \Delta n$  (угловые скобки означают усреднение по ансамблю)\*,  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число, ось  $z$  направлена от источника к наблюдателю,  $\mathbf{r} = (x, y)$  — поперечная координата; величина  $E = E(k, \mathbf{r}, z)$  связана с комплексной амплитудой поля  $\mathcal{E}(k, \mathbf{r}, z)$  соотношением

$$\mathcal{E}(k, \mathbf{r}, z) = E(k, \mathbf{r}, z) \exp\left(-ik \int_0^z \langle n \rangle dz\right).$$

Как и в [1], рассматриваем статистически неоднородную по  $z$  и не-изотропную среду с произвольной автокорреляционной функцией (АКФ) неоднородностей

$$R_n(\Delta \mathbf{r}, \Delta z, z) = \langle \Delta n(\mathbf{r}, z) \Delta n(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}, z + \Delta z) \rangle.$$

Введем также «поперечную» АКФ неоднородностей (ненормированную  $A(\Delta \mathbf{r}, z)$  и нормированную  $f(\Delta \mathbf{r}, z)$ ) и коэффициент рассеяния  $\beta(z)$ :

$$A(\Delta \mathbf{r}, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_n(\Delta \mathbf{r}, \Delta z, z) d\Delta z, \quad f(\Delta \mathbf{r}, z) = A(\Delta \mathbf{r}, z) / A(0, z),$$

$$\beta(z) = k^2 A(0, z).$$

Интересующие нас характеристики рассеянного излучения связаны с ДФВК — статистическим моментом поля 2-го порядка:

$$\Gamma(\Delta k, \Delta \mathbf{r}, z) = \langle E^*(k, \mathbf{r}, z) E(k + \Delta k, \mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}, z) \rangle$$

(зависимость функции  $\Gamma$  от переменных  $k$  и  $\mathbf{r}$  в явном виде здесь опущена). Соответствующее динамическое уравнение для ДФВК выводится из (1) с использованием локального или марковского приближения [9]. ДФВК можно представить в виде произведения «рефракционной» и «дифракционной» составляющих [11]:

$$\Gamma(\Delta k, \Delta \mathbf{r}, z) = \Gamma_R(\Delta k, z) \Gamma_D(\Delta k, \Delta \mathbf{r}, z), \quad (2)$$

причем «рефракционная» составляющая определяется как

$$\Gamma_R(\Delta k, z) = \exp(-L \Delta k^2 / 2k^2), \quad (3)$$

где  $L = \int_0^z \beta(z) dz$  — средний квадрат флуктуаций фазы волны, а «дифракционная» составляющая удовлетворяет уравнению [11, 12]

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{2k} \left[ 2\nabla_{\mathbf{r}} \nabla_{\Delta \mathbf{r}} - \frac{\Delta k}{4k} \left( \nabla_{\mathbf{r}}^2 + 4\nabla_{\Delta \mathbf{r}}^2 \right) \right] + \right. \\ \left. + \beta(z) [1 - f(\Delta \mathbf{r}, z)] \right\} \Gamma_D = 0. \quad (4)$$

Угловой спектр рассеянного излучения  $M(\theta, z)$ , определяющий, в частности, видимые угловые размеры источника, связан преобразованием Фурье со значением ДФВК на одной частоте [13]:

$$M(\theta, z) = \left( \frac{k}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(\Delta k = 0, \Delta \mathbf{r}, z) \exp(ik\theta \Delta \mathbf{r}) d^2 \Delta \mathbf{r}. \quad (5)$$

Функция рассеяния импульса (ФРИ)  $P(t, z)$ , определяющая искажение импульса из-за рассеяния, связана преобразованием Фурье со значением ДФВК в одной точке пространства [14]:

\* Подчеркнем, что регулярный средний профиль показателя преломления вдоль луча зрения  $\langle n(z) \rangle$  может быть произвольным, единственным условием является его малое изменение на длине волны.

$$P(t, z) = \frac{c}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(\Delta k, \Delta \mathbf{r} = 0, z) \exp(ic\Delta kt) d\Delta k, \quad (6)$$

где  $c$  — скорость света. В соответствии с (2) ФРИ можно представить в виде свертки «рефракционной» и «дифракционной» составляющих, связанных преобразованием (6) с  $\Gamma_R$  и  $\Gamma_D$  соответственно [14]:

$$P(t, z) = P_R(t, z) \underset{(i)}{*} P_D(t, z), \quad (7)$$

причем согласно (3)

$$P_R(t, z) = (1/\sqrt{2\pi} \Delta t_R) \exp(-t^2/2\Delta t_R^2), \quad \Delta t_R = \sqrt{L}/\omega, \quad (8)$$

где  $\omega = ck$  — частота. В [1] приведено общее решение уравнения (4) и соответствующие аналитические выражения для углового спектра и ФРИ в случае точечного источника и первоначально плоской волны.

Определенную специфику имеет случай сильного или многократного рассеяния, когда  $L \gg 1$ . При этом справедлива квадратичная аппроксимация структурной функции неоднородностей

$$\beta(z) [1 - f(\Delta \mathbf{r}, z)] \approx \frac{k^2}{2} D(z) \Delta \mathbf{r}^2 \quad (9)$$

и влияние среды описывается единственным параметром — коэффициентом диффузии

$$D(z) = - \frac{\beta(z)}{k^2} \frac{\partial^2 f(\Delta \mathbf{r} = 0, z)}{\partial \Delta \mathbf{r}^2}, \quad (10)$$

используемым также при диффузионно-лучевом подходе (ДЛП) к анализу распространения волн в случайно-неоднородных средах [15]. В частности, угловой спектр рассеянного излучения становится гауссовым с дисперсией

$$\langle \theta^2 \rangle_p = \int_0^z D(z_1) dz_1, \quad \langle \theta^2 \rangle_s = \int_0^z \left( \frac{z_1}{z} \right)^2 D(z_1) dz_1 \quad (11)$$

(индексы  $p$  и  $s$  означают, соответственно, случай первоначально плоской волны и точечного источника, т. е. первоначально сферической волны). Подчеркнем, что соотношения (11), определяющие видимые угловые размеры источника, справедливы при любом  $L$  [1].

## 2. Общая формулировка

**МСЛТ.** Суть МСЛТ состоит во введении эквивалентной статистической модели — ансамбля случайных «лучевых» траекторий\*, состоящих из отрезков между последовательными точками рассеяния, в которых «луч» скачком меняет свое направление (рис. 1) [5]. Данные траектории удовлетворяют двум условиям. Во-первых, вероятность рассеяния пропорциональна коэффициенту  $\beta(z)$  и, следовательно, число рассеяний на

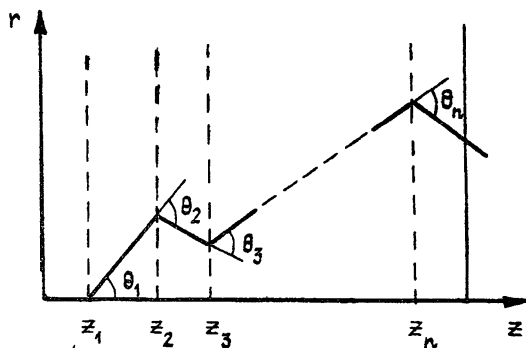


Рис. 1. Случайная «лучевая» траектория с  $n$  рассеяниями.

\* Подчеркнем, что рассматриваемые траектории не являются геометрическими траекториями лучей.

интервале  $(0, z)$  подчиняется распределению Пуассона с параметром  $L$ :

$$q_n(z) = L^n e^{-L} / n!, \quad (12)$$

т. е. средний квадрат флуктуаций фазы волны определяет в МСЛТ среднее число рассеяний «лучей». Во-вторых, плотность распределения угловых отклонений «лучей» при каждом рассеянии  $m(\theta, z)$  есть преобразование Фурье вида (5) от  $f(\Delta r, z)$ :

$$m(\theta, z) = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} f(\Delta r, z) \exp(ik\theta \Delta r) d^2 \Delta r,$$

т. е. по существу совпадает с поперечным пространственным спектром неоднородностей (при замене угловой переменной  $\theta$  на пространственную частоту  $x_{\perp} = k\theta$ ).

Угловой спектр рассеянного излучения  $M(\theta, z)$  в МСЛТ определяется как плотность распределения результирующих угловых отклонений «лучей», прошедших расстояние  $z$  в среде, а ФРИ, точнее ее «дифракционная» составляющая  $P_D(t, z)$ , — как плотность распределения относительных временных запаздываний «лучей» из-за геометрического удлинения их траекторий (ниже будет показано, как в МСЛТ естественным образом учитывается и «рефракционная» составляющая ФРИ).

В МСЛТ, как и при дифракционном анализе, задача несколько проще для первоначально плоской волны. В данном случае рассматриваются траектории «лучей», выходящих из начала координат вдоль оси  $z$  и прошедших определенное расстояние в среде. Для «луча», рассеянного на интервале  $(0, z)$   $n$  раз в точках с координатами  $z_1, \dots, z_n$  на соответствующие углы  $\theta_1, \dots, \theta_n$ , результирующее угловое отклонение  $\theta$  и относительное временное запаздывание определяются как [5]

$$\theta^p(\theta_1, \dots, \theta_n) = \theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n; \quad (13)$$

$$t_D^p(\theta_1, \dots, \theta_n; z_1, \dots, z_n, z) = (1/2c) [(z_2 - z_1)\theta_1^2 + (z_3 - z_2)(\theta_1 + \theta_2)^2 + \dots + (z - z_n)(\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n)^2]. \quad (14)$$

Для точечного источника задача усложняется. Здесь необходимо рассматривать траектории, выходящие из начала координат под произвольным углом к оси  $z$  и заканчивающиеся в фиксированной точке, где расположен наблюдатель. Как отмечено в [4], анализ можно упростить, переходя к эквивалентной задаче — рассматривать «лучи», выходящие вдоль оси  $z$  и заканчивающиеся на сфере с центром в источнике, радиус которой равен расстоянию до наблюдателя. Для статистически неоднородной по  $z$  среды при таком переходе распределение рассеивающего вещества вдоль каждой траектории, вообще говоря, будет отличаться от заданного, но при малоугловом рассеянии этим можно пренебречь. Соответственно, в данном случае для результирующего угла рассеяния и временного запаздывания имеем

$$\theta^s(\theta_1, \dots, \theta_n; z_1, \dots, z_n, z) = \theta_1 \frac{z_1}{z} + \theta_2 \frac{z_2}{z} + \dots + \theta_n \frac{z_n}{z}; \quad (15)$$

$$t_D^s(\theta_1, \dots, \theta_n; z_1, \dots, z_n, z) = \frac{1}{2c} \left\{ (z_2 - z_1)\theta_1^2 + (z_3 - z_2)(\theta_1 + \theta_2)^2 + \dots + (z - z_n)(\theta_1 + \dots + \theta_n)^2 - \frac{1}{z} \left[ (z - z_1)\theta_1 + \dots + (z - z_n)\theta_n \right]^2 \right\}. \quad (16)$$

Важно подчеркнуть, что МСЛТ не есть некая «квазиправдоподобная» модель процесса распространения волны в случайно-неоднородной среде в отличие, например, от [6], где аналогичный подход используется в случае дискретных неоднородностей. По крайней мере, для характеристик рассеянного поля, связанных с ДФВК, МСЛТ есть полный аналог дифракционного анализа в рамках параболического и марковского приближений, что будет показано ниже.

**3. МСЛТ: аналитические представления для углового спектра и ФРИ.** Рассмотрим применение МСЛТ для нахождения аналитических представлений для углового спектра и ФРИ и вместе с тем покажем полную эквивалентность МСЛТ и дифракционного анализа.

Представим угловой спектр рассеянного излучения, т. е. в рамках МСЛТ плотность распределения результирующих угловых отклонений «лучей», в виде ряда по кратности рассеяния

$$M(\theta, z) = e^{-L} \delta(\theta) + \sum_{n=1}^{\infty} M_n(\theta, z),$$

где член с  $\delta$ -функцией соответствует нерассеянному компоненту, а члены  $M_n(\theta, z)$  определяют вклад траекторий с  $n$  рассеяниями. Учитывая, что вероятность  $n$ -кратного рассеяния «луча» в бесконечно малых окрестностях  $dz_1, \dots, dz_n$  точек с координатами  $z_1, \dots, z_n$  есть [5]

$$q_n(z_1, \dots, z_n) = e^{-L} \prod_{i=1}^n [\beta(z_i) dz_i],$$

а плотность распределения угловых отклонений «лучей» при рассеянии в точке с координатой  $z_i$  есть  $m(\theta, z_i)$ , в случае точечного источника сразу получаем

$$M_n^s(\theta, z) = e^{-L} \int_0^z \int_0^{z_n} \dots \int_0^{z_1} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta[\theta - \theta^s(\theta_1, \dots, \theta_n; z_1, \dots, z_n, z)] \times \\ \times \prod_{i=1}^n [\beta(z_i) m(\theta_i, z_i) d^2 \theta_i dz_i], \quad (17)$$

где функция  $\theta^s$  определяется формулой (15). Данное соотношение можно привести к виду

$$M_n^s(\theta, z) = \frac{e^{-L} z^{2n}}{n!} \underset{*}{\ast} \prod_{i=1}^n \left[ \int_0^z \frac{\beta(z_1)}{z_1^2} m\left(\theta \frac{z}{z_1}, z_1\right) dz_1 \right],$$

где многократная свертка выполняется по переменной  $\theta$ . Окончательно для углового спектра в случае точечного источника получаем

$$M^s(\theta, z) = e^{-L} \delta(\theta) + e^{-L} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{z^{2n}}{n!} \underset{*}{\ast} \prod_{i=1}^n \left[ \int_0^z \frac{\beta(z_1)}{z_1^2} m\left(\theta \frac{z}{z_1}, z_1\right) dz_1 \right] \right\}. \quad (18)$$

Для первоначально плоской волны искомое представление можно получить заменой в (17)  $\theta^s$  на  $\theta^p$ , определяемое формулой (13), откуда

$$M^p(\theta, z) = e^{-L} \delta(\theta) + e^{-L} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{n!} \underset{*}{\ast} \prod_{i=1}^n \left[ \int_0^z \beta(z_1) m(\theta, z_1) dz_1 \right] \right\}. \quad (19)$$

Полученные выражения (18) и (19) полностью совпадают с результатами дифракционного анализа [1].

«Дифракционную» составляющую ФРИ представим также в виде ряда по кратности рассеяния

$$P_D(t, z) = e^{-L} \delta(t) + \sum_{n=1}^{\infty} P_n(t, z).$$

Члены, отвечающие  $n$ -кратно рассеянным траекториям, выражаются в случае точечного источника как

$$P_n^s(t, z) = e^{-L} \int_0^z \int_0^{z_n} \dots \int_0^{z_n} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta \left[ t - t_D^s(\theta_1, \dots, \theta_n; z_1, \dots, z_n, z) \right] \times \\ \times \prod_{i=1}^n [\beta(z_i) m(\theta_i, z_i) d^2 \theta_i dz_i], \quad (20)$$

где  $t_D^s$  определяется согласно (16). Соответственно, для первоначально плоской волны в (20) необходимо заменить  $t_D^s$  на  $t_D^p$  согласно (14). Получаемые выражения также полностью совпадают с результатами дифракционного анализа [1].

В МСЛТ естественным образом можно учесть и «рефракционную» составляющую ФРИ. Считаем, что «лучи» помимо запаздывания из-за удлинения их траекторий приобретают и дополнительные случайные фазовые сдвиги из-за прохождения на своем пути через различные неоднородности, что и обуславливает «рефракционное» запаздывание. Результирующее временное запаздывание есть сумма случайных «дифракционной» и «рефракционной» задержек, а плотность его распределения — свертка соответствующих плотностей:

$$P(t, z) = P_R(t, z) \underset{(t)}{*} P_D(t, z),$$

что совпадает с (7). Разобьем весь интервал  $(0, z)$  на  $N$  малых отрезков  $\Delta z = z/N$ . Средний квадрат флуктуаций фазы на  $i$ -м отрезке запишется [8]

$$\langle \Delta \Phi_i^2 \rangle \cong \beta(z_i) \Delta z,$$

где  $z_i$  — произвольная точка, принадлежащая данному отрезку. Если длина трассы много больше характерного размера неоднородностей\*, то распределение результирующих флуктуаций фазы будет в силу центральной предельной теоремы гауссовым с дисперсией

$$\sigma_{\Delta \Phi}^2 \cong \sum_{i=1}^N \beta(z_i) \Delta z.$$

Переходя к пределу при  $N \rightarrow \infty$  и учитывая, что фазовый сдвиг  $\Delta \Phi$  соответствует временному запаздыванию  $t_R = \Delta \Phi / \omega$ , получаем для «рефракционной» составляющей выражение, полностью аналогичное (8).

**4. Особенности МСЛТ в пределе многократного рассеяния.** При  $L \gg 1$  дифракционный анализ несколько упрощается, что связано с использованием квадратичной аппроксимации структурной функции неоднородностей (9). Аналогично и МСЛТ приобретает в данном случае определенную специфику. В соответствии с (12) при  $L \gg 1$  закон распределения числа рассеяний каждого «луча» стремится к нормальному [8]:

$$q_n(z) \simeq (2\pi L)^{-1/2} \exp \left[ - (n-L)^2 / 2L \right],$$

\* Напомним, что рассматриваются случайные флуктуации показателя преломления, характерные масштабы которых много меньше расстояния даже до ближайших пульсаров.

причем относительная ширина распределения, определяемая как отношение среднеквадратичного отклонения к среднему значению, убывает с ростом  $L$ . В пределе  $L \rightarrow \infty$  можно положить  $q_n(z) = \delta_{nl}$ , где  $\delta_{nl}$  — символ Кронекера,  $l$  — ближайшее к  $L$  целое число, т. е. можно считать, что все «лучи» рассеиваются  $l$  раз.

Очень просто в данном случае определяется угловой спектр рассеянного излучения. Поскольку результирующий угол рассеяния при  $L \gg 1$  есть сумма большого числа независимых случайных величин — угловых отклонений при каждом рассеянии, то в силу центральной предельной теоремы угловой спектр всегда будет гауссовым с дисперсией (в случае точечного источника)

$$\langle \theta^2 \rangle_s \cong \sum_{i=1}^l \sigma_0^2(z_i) \left( \frac{z_i}{z} \right)^2, \quad (21)$$

где  $\sigma_0^2(z_i)$  — дисперсия угловых отклонений «лучей» при рассеянии в точке  $z_i$ :

$$\sigma_0^2(z_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} \theta^2 m(\theta, z_i) d^2 \theta.$$

Переходя в (21) к пределу при  $L \rightarrow \infty$ , получаем

$$\langle \theta^2 \rangle_s = \int_0^z \beta(z_i) \sigma_0^2(z_i) (z_i/z)^2 dz_i,$$

что совпадает с (11), поскольку коэффициент диффузии (10) может быть представлен в виде

$$D(z) = \beta(z) \sigma_0^2(z). \quad (22)$$

Вообще говоря, при  $L \gg 1$  траектории становятся «квазинепрерывными» (рис. 2), и их можно рассматривать как случайный процесс типа броуновского движения, где роль времени играет координата  $z$ , т. е. в пределе многократного рассеяния МСЛТ переходит в ДЛП [5, 8]. Таким образом, использование при  $L \gg 1$  квадратичной аппроксимации структурной функции при дифракционном анализе соответствует переходу от МСЛТ в его общей формулировке к ДЛП; в обоих случаях анализ заметно упрощается.

В рамках ДЛП были получены аналитические представления для ФРИ в случае первоначально плоской волны и точечного источника в статистически однородной и изотропной среде [4]\*; путь к нахождению общего решения для статистически неоднородной по лучу зрения среды намечен в [5].

**5. Численный алгоритм на основе МСЛТ.** Как было показано выше, МСЛТ можно использовать для теоретического анализа с целью

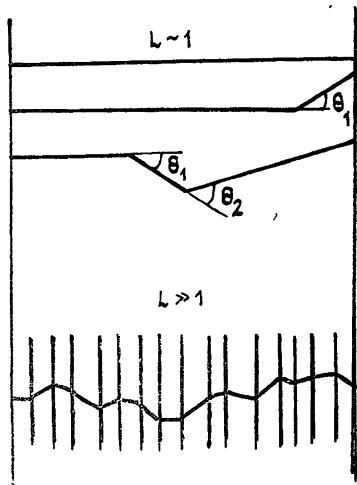


Рис. 2. Характерный вид случайных «лучевых» траекторий при различных значениях параметра  $L$ .

\* Впоследствии совпадающие результаты были получены путем дифракционного анализа с использованием квадратичной аппроксимации структурной функции [8, 16].

получения аналитических представлений для характеристик поля, связанных с ДФВК. Но наиболее полно преимущества МСЛТ перед дифракционным подходом проявляются при численном решении задач на ЭВМ. Как вероятностный по своей сути подход, МСЛТ непосредственно предполагает использование метода Монте-Карло [4,5], что может быть реализовано в очень простой и эффективной программе. При этом, в частности, не представляет сложности учет статистической неоднородности и неизотропности среды.

При статистическом моделировании на основе МСЛТ на ЭВМ просчитывается достаточное число ( $10^3 - 10^4$ ) реализаций случайных «лучевых» траекторий. Фактически, для каждой реализации последовательно генерируются наборы псевдослучайных величин  $\{\Delta z_i, \theta_i = (\theta_{ix}, \theta_{iy})\}$ , причем интервалы  $\Delta z_i$  между последовательными точками рассеяния формируются датчиком случайных чисел с экспоненциальным распределением и средним значением  $1/\beta(z)$ , а проекции  $\theta_{ix}$  и  $\theta_{iy}$  угловых отклонений при каждом рассеянии — датчиком с законом, определяемым видом пространственного спектра неоднородностей; процесс прекращается, когда координата  $z$  достигнет заданного значения.

Для каждой  $k$ -й реализации по приведенным выше формулам определяется результирующий угол рассеяния  $\theta_k$  и временное запаздывание  $t_k$ , представляющее сумму вычисляемой «дифракционной» и «рефракционной» задержки, генерируемой согласно (8) датчиком нормальных случайных чисел. После просчета всех траекторий проводится статистическая обработка: для получения оценок углового спектра и ФРИ строятся соответствующие гистограммы

$$\hat{M}(\theta) = \text{Hist}\{\theta_k\}, \quad \hat{P}(t) = \text{Hist}\{t_k\},$$

определяются некоторые числовые параметры — видимый угловой размер источника, среднее запаздывание и длительность импульса и т. д.

Предполагалось [8], что подобный алгоритм имеет ограниченную практическую ценность, поскольку время счета прямо пропорционально параметру  $L$ , определяющему среднее число рассеяний каждого «луча». При очень больших  $L$ , типичных, кстати, для наблюдений пульсаров на низких частотах, затраты машинного времени оказываются недопустимо велики. Нам удалось обойти данное ограничение с помощью специальной процедуры «ускорения вычислений», суть которой состоит в следующем. Поскольку при  $L \gg 1$  все характеристики, связанные с ДФВК, определяются коэффициентом диффузии  $D(z)$  (22), можно искусственно уменьшить величину  $\beta(z)$  и, следовательно, число рассеяний, увеличив во столько же раз дисперсию угловых отклонений при каждом рассеянии. Вполне достаточно ограничиться 50—80 рассеяниями, чтобы это не повлияло на получаемые результаты. Кроме того, при  $L \gg 1$  независимо от конкретного вида пространственного спектра неоднородностей можно использовать датчик нормальных случайных чисел для формирования угловых отклонений «лучей». Применение процедуры «ускорения вычислений» позволяет резко сократить время счета.

Описанный алгоритм был реализован в конкретной программе, предназначенной для моделирования рассеяния радиоизлучения пульсаров в межзвездной среде и позволяющей при произвольном распределении рассеивающего вещества по лучу зрения определять видимый угловой размер и ФРИ. Можно исследовать и ряд других характеристик, например изменение «кружка рассеяния» в пределах индивидуального импульса, что важно для интерпретации результатов радиointерферометрических наблюдений пульсаров. Данная программа использовалась, в частности, для получения результатов, представленных в [3], где по имеющимся данным наблюдений строилось пространственное распределение рассеивающих неоднородностей в Галактике.

Алгоритм статистического моделирования на основе МСЛТ принципиально отличается от ряда других алгоритмов [17—19], также предназначенных для вычисления различных характеристик рассеянного поля.



Суть этих алгоритмов состоит в формировании на ЭВМ модельных реализаций случайной среды и численном решении волнового уравнения, обычно в параболическом приближении (1), для нахождения рассеянного поля с последующим усреднением по ансамблю реализаций среды при получении искомых статистических характеристик. Иными словами, сначала набирается статистика решений стохастической задачи, затем проводится усреднение по ансамблю. В алгоритме на основе МСЛТ с помощью метода Монте-Карло непосредственно решается динамическое уравнение; «моделирование» в буквальном смысле слова здесь отсутствует.

Подчеркнем, что рассмотренный алгоритм идеально подходит для современных многопроцессорных вычислительных комплексов, поскольку отдельные реализации могут просчитываться одновременно и независимо.

Есть также основания полагать, что дальнейшее развитие МСЛТ позволит использовать его и для анализа различных характеристик, связанных с четвертым статистическим моментом рассеянного поля. В частности, достаточно близкий подход был применен в [20] для численного моделирования флуктуаций интенсивности поля.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бочаров А. А. // Астрон. журн. 1987 Т. 64. № 5. С. 1004.
2. Cordes J. M., Weisberg J. M., Boriakoff V. // *Astrophys. J.* 1985. V 288. P. 221.
3. Шапировская Н. Я., Бочаров А. А. // Астрон. журн. 1986. Т. 63. С. 666.
4. Williamson I. P. // *Mon. Not R. Astr. Soc.* 1972 V. 157. P. 55.
5. Williamson I. P. // *Proc. R. Soc. Lond* 1975. V. A342. P. 131.
6. Bucher E. A. // *Appl. Optics.* 1973. V. 12. P. 2391.
7. Баскаков С И., Акимов П И. // Труды МЭИ. — М.: Энергет. ин-т, 1975 Вып. 231. С. 7.
8. Uscinski B. J. *The elements of wave propagation in random media.* — N. Y.: McGraw-Hill, 1977.
9. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. — М.: Наука, 1978.
10. Lee L. C., Jokipii J. R. // *Astrophys. J.* 1975. V. 196: P. 695.
11. Lee L. C., Jokipii J. R. // *Astrophys. J.* 1975. V. 201. P. 532.
12. Ерухимов Л. М., Зарницына И. Г., Кириш П. И. // Радиофизика. 1973. Т. 16. № 4. С. 573 (Изв. высш. учеб. заведений).
13. Ratcliffe J. A. // *Rep. Progr. Phys.* 1956. V. 19. P. 188.
14. Алимов В. А., Ерухимов Л. М. // Радиофизика. 1968. Т. 11. № 2. С. 268 (Изв. высш. учеб. заведений).
15. Чернов Л. А. Волны в случайно-неоднородных средах. — М.: Наука, 1975.
16. Шишов В. И. // Астрон. журн. 1973. Т. 50. С. 941.
17. Кандидов В. П., Леденев В. И. // Радиофизика. 1981. Т. 24. № 4. С. 438 (Изв. высш. учеб. заведений).
18. Копейкин В. В., Соколовский В. И., Черкашин Ю. Н. В кн.: Дифракционные эффекты коротких радиоволн — М.: ИЗМИРАН, 1981. С. 6.
19. Macaskill S., Ewart T. E. // *IMA Journ. Appl. Math.* 1984. V. 33. P. 1.
20. Акимов П. И. // Труды МЭИ. — М.: Энергет. ин-т, 1975. Вып. 231. С. 3.

Институт космических исследований  
АН СССР

Поступила в редакцию  
25 ноября 1986 г.

#### THE INFLUENCE OF THE INTERSTELLAR SCATTERING ON PULSAR MEAN PULSE SHAPE AND APPARENT ANGULAR SIZE: STOCHASTIC RAY-PATH METHOD

A. A. Bocharov

The extension of stochastic ray-path method — a specific approach to the analysis of radio wave scattering in the interstellar medium — is presented. This method enables one to obtain different characteristics of scattered radiation, connected with two-frequency mutual coherence function, including pulsar apparent angular size and mean pulse shape. It allows one to compile very simple and efficient programs for numerical calculation of these characteristics.