

УДК 621.396.8

ФЛУКТУАЦИИ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ АВТОГЕНЕРАТОРОВ *M*-ТИПА

В. И. Гомозов, Э. Г. Ламехов

Получено стохастическое дифференциальное уравнение автогенераторов *M*-типа с замкнутым электронным потоком, учитывающее баланс как активных, так и реактивных мощностей, а также как аддитивные, так и мультипликативные компоненты шума. Приведена методика экспериментальной оценки нестабильностей частоты колебаний автогенераторов. Теоретически (на основе полученного уравнения) и экспериментально оценены уровни флюктуаций частоты колебаний.

Одним из основных факторов, ухудшающих характеристики устройств, станций, систем в радиосвязи, радиолокации и т. д., является нестабильность частоты колебаний, используемых на излучение и в качестве опорных при приеме. В сантиметровом и миллиметровом диапазонах длин волн для генерирования таких колебаний широко используются автогенераторы *M*-типа с замкнутым электронным потоком, среди которых практическое применение находят многорезонаторные магнетроны и магнетроны, настраиваемые напряжением (митроны). В то же время оценки уровней флюктуаций частоты колебаний таких автогенераторов, проведенные на основе как непараметрической, так и параметрической теорий флюктуаций, расходятся с экспериментально полученными данными на три и более порядков в первом случае и на один-два порядка во втором [1, 2]. Эти расхождения не могут быть объяснены воздействием только внешних дестабилизирующих факторов, так как при экспериментальных исследованиях принимались специальные меры для существенного снижения их влияния. Причиной расхождений теоретических оценок с экспериментальными данными является неполный учет влияния естественных дестабилизирующих факторов. Поэтому исследование стабильности частоты колебаний автогенераторов *M*-типа представляет интерес как с точки зрения теории, так и практики.

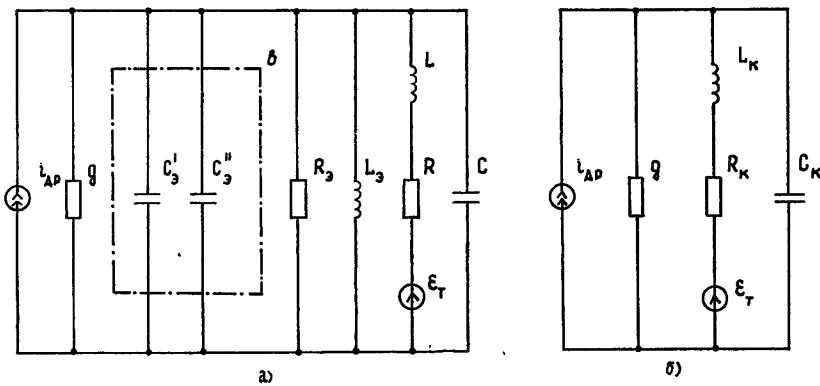


Рис. 1.

Ниже приводится решение задачи на основе параметрической теории флюктуаций при общепринятых допущениях для автогенераторов

M-типа [3, 4] и следующих условиях, справедливых для области номинальных режимов их работы:

— автогенератор является структурно и динамически устойчивой системой,

— флуктуации параметров малы,

— флуктуации параметров стационарные и стационарно связанные.

Эти ограничения, не нарушая общности рассматриваемой задачи, позволяют упростить ее решение в рамках корреляционной теории.

При выводе уравнения автогенератора используется эквивалентная схема, изображенная на рис. 1а, где L и C — индуктивность и емкость эквивалентного колебательного контура с учетом вносимых со стороны нагрузки реактивных сопротивлений, R — сопротивление потерь эквивалентного колебательного контура, g и b — активная и реактивная составляющие электронной проводимости пространства взаимодействия, L_a и $R_a = 2E_a \Phi_{\text{пр}}^2 J_0^{-1} (1 - \cos \Phi_{\text{пр}})^{-1}$ — реактивная и активная составляющие эквивалентного импеданса электронного промежутка, характеризующие инерцию электронного потока, $\Phi_{\text{пр}}$ — угол пролета электронов между щелями резонаторов, E_a и J_0 — постоянные составляющие напряжения на аноде и электронного тока на анод, ε_T — ЭДС теплового шума сопротивления потерь эквивалентного контура колебательной системы, $i_{\text{др}}$ — источник дробовых шумов. Таким образом, в известную эквивалентную схему автогенератора *M*-типа [3, 4] дополнительно вводятся b , L_a и R_a .

Для оценки характера и величины b используются соотношения [5]

$$P_1 = - \sum_{k=2}^{\infty} k P_k, \quad b = - \sum_{k=2}^{\infty} k (J_{ak}/k J_{a1})^2 b_k, \quad (1)$$

где P_1 и P_k — реактивные мощности, развиваемые первой гармоникой на нелинейном сопротивлении и k -ми гармониками на его линейной нагрузке, b_k — реактивная проводимость линейной нагрузки для k -й гармоники. Из (1) с учетом принятой эквивалентной схемы

$$b = \omega C_a,$$

где

$$C_a = - C \sum_{k=2}^{\infty} [k^2 - (\omega_0/\omega)^2] (J_{ak}/J_{a1})^2 k^{-2}, \quad (2)$$

ω и $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ — генерируемая и резонансная частоты, J_{a1} и J_{ak} — первая и k -я гармоники наведенного тока.

Ниже, используя выражения для тангенциальной i_{τ} и радиальной i_r компонент наведенного тока [3], находятся соответствующие составляющие b (т. е. C_s и C'_s). При этом учитывается возможность аппроксимации зависимостей $i_{\tau}(u)$ и $i_r(u)$ неполным кубическим полиномом, которая подтверждается экспериментально полученными данными [6]. Для первого приближения напряжения на контуре $u = U_{a1} \cos \omega t$, удерживая нечетные гармоники тангенциальной составляющей наведенного тока до третьей включительно, находится

$$i_{\tau}(u) = - J_{\tau 1} \cos \omega t + J_{\tau 3} \cos 3\omega t, \quad (3)$$

где

$$J_{\tau 1} = g U_{a1} [1 - (U_{a1}/2E_s)^2] \quad \text{и} \quad J_{\tau 3} = g U_{a1} (U_{a1}/2E_s)^2 / 3$$

— амплитуды первой и третьей гармоник тангенциальной составляющей наведенного тока,

$$g = \omega_0 B (r_a^2 - r_1^2) J_0 (U_{\text{ст}}^2 N \cos \theta_a)^{-1} [1 - 3v\mu M^{-1} Y^{-1}],$$

$E_s = (U_{\text{ст}}/2) [MY(3v\mu)^{-1} - 1]^{-0.5}$ — напряжение насыщения аппроксимированной характеристики тангенциальной составляющей наведенного тока, N — число резонаторов, r_a и r_1 — радиусы анода и прикатодного слоя пространственного заряда, β и δ — ширина щели и спицы в угло-

вом измерении, B и U_{ct} — постоянная составляющая индукции магнитного поля и амплитуда первой гармоники высокочастотного напряжения на резонаторах в стационарном режиме, θ_0 — угол между первыми гармониками высокочастотных напряжения и тока,

$$M = \sin(\beta N/2) / (\beta N/2), \quad v = \sin(3\beta N/2) / (3\beta N/2),$$

$$Y = \sin(\delta N/2) / (\delta N/2), \quad \mu = \sin(3\delta N/2) / (3\delta N/2).$$

Окончательно из (2) и (3)

$$C_s' = -8C(U_{a1}/2E_s)^4 [1 - (U_{a1}/2E_s)^2]^{-2}/81. \quad (4)$$

Знак минус в (4) можно трактовать так, что C_s' является источником, а не накопителем реактивной мощности. Аналогично находится

$$C_s'' = 8C \gamma_1^2 (U_{a1}/2E_s)^4 [1 - \gamma_1 (U_{a1}/2E_s)^2]^{-2}/81, \quad (5)$$

где $E_{s1} = U_{ct} [0,5 + M Y \Phi_{p1} / 8v \mu \Phi_{p2}]^{0,5}$ — напряжение насыщения аппроксимированной характеристики радиальной составляющей наведенного тока, $\gamma_1 = (E_s/E_{s1})^2$, r_k — радиус катода,

$$\Phi_{p1} = 1 - [(S_k^{N/2} - S_k^{-N/2})(S_a^{N/2} - S_a^{-N/2})^{-1}], \quad S_k = r_1/r_k, \quad S_a = r_a/r_k,$$

$$\Phi_{p2} = [1 - S_1^{3N/2} + (1 - S_1^{-3N/2})S_a^{-3N}] (1 - S_a^{-3N})^{-1} N^{-1}, \quad S_1 = r_1/r_a.$$

Величина C_s'' характеризует реактивные потери пространства взаимодействия.

Реактивное сопротивление эквивалентного импеданса электронного промежутка равно

$$X_0 = 2E_a \varphi_{pp}^2 J_0^{-1} (\varphi_{pp} - \sin \varphi_{pp})^{-1}.$$

Известно [7], что

$$J_0 = (E_a - E_{pi}) U_{a1} k_u^{-1} \cos \theta_0,$$

где E_{pi} — пороговое напряжение, $k_u = \mathcal{B}B/2NM Y \varepsilon_0 h$, h — высота анодного блока,

$$B = \Phi_r \Phi_m (r_a - r_k)^2, \quad \Phi_r = (S_a^{N/2} - S_a^{-N/2})(S_r^{N/2} - S_r^{-N/2})^{-1},$$

$$S_r = (r_a + 4r_k)/5r_k, \quad m = (r_1 - r_k)/(r_a - r_k),$$

$$\Phi_N = 0,119 - 0,000675 N \quad \text{для } N = 8, \dots, 40,$$

$$\Phi_m = 0,941(0,636 - m)/(0,21 - m) \quad \text{для } m = 0,05, \dots, 0,4,$$

$$\Phi_m = 0,215(0,83 - m)/(m - 0,15) \quad \text{для } m = 0,4, \dots, 0,8.$$

Тогда

$$L_0 = A'_1/\omega_0 U_{a1}, \quad (6)$$

где

$$A'_1 = 2k_u E_a \varphi_{pp}^2 (E_a - E_{pi})^{-1} (\varphi_{pp} - \sin \varphi_{pp})^{-1} (\cos \theta_0)^{-1}.$$

Для автогенераторов M -типа с замкнутым электронным потоком на практике выполняются условия $\omega L \gg \omega R$ и $iR_0 \gg \omega L$. При этих условиях эквивалентная схема (рис. 1а) преобразуется к виду, приведенному на рис. 1б, где

$$C_k = C + C_s' + C_s'', \quad L_k = L + L_{III} = L + L^2 L_s^{-1} = L(1 + \alpha),$$

$$R_k = R + R_{III} = R + (\omega L)^2 R_s^{-1} = R + \rho^2 R^{-1}$$

— эквивалентные параметры контура с учетом эквивалентного импеданса электронного промежутка.

При выводе флюктуационного уравнения автогенератора зависимость $i=f(U)$ с учетом флюктуаций g записывается в виде $i=-g(1+\delta g)(1-\beta_1 X^2)X$, где $\beta_1=1/3E_s^2$, X — амплитуда колебательного напряжения, развивающаяся на волновом сопротивлении контура, $\delta g=\Delta g/g$ — относительные нестабильности проводимости. Для принятой эквивалентной схемы (рис. 1б) стохастическое дифференциальное уравнение, описывающее флюктуационные процессы в автогенераторах M -типа с учетом флюктуаций параметров C_k , L_k и R_k , имеет вид

$$\dot{X} + \omega_0^2 X = F(X, \dot{X}) + \omega_0^2 G(t, X, \dot{X}) + \omega_0^2 E(t), \quad (7)$$

где

$$F(X, \dot{X}) = \omega_0^2 \left\{ -R_k C \dot{X} + L_k g (1 - 3\beta_1^2 X^2) \dot{X} + R_k g (1 - \beta_1^2 X^2) X + \right.$$

$$+ \frac{8R_k C (\beta_1 X)^4}{81(1 - \beta_1^2 X^2)^2} \left[1 - \gamma_1^2 \frac{(1 - \beta_1^2 X^2)^2}{(1 - \gamma_1 \beta_1^2 X^2)^2} \right] \dot{X} +$$

$$+ \frac{32L_k C [(1 - \gamma_1 \beta_1^2 X^2)^3 - \gamma_1^2 (1 - \beta_1^2 X^2)^3]}{81(1 - \beta_1^2 X^2)^3 (1 - \gamma_1 \beta_1^2 X^2)^3} \beta_1^4 X^3 (\dot{X})^2 \left. \right\}$$

учитывает потери и влияние нелинейностей в автогенераторе,

$$G(t, X, \dot{X}) = \left\{ R_m g (1 - \beta_1^2 X^2) X - R_m C \dot{X} + \frac{8R_m C (\beta_1 X)^4}{81(1 - \beta_1^2 X^2)^2} \times \right.$$

$$\times \left[1 - \gamma_1^2 \frac{(1 - \beta_1^2 X^2)^2}{(1 - \gamma_1 \beta_1^2 X^2)^2} \right] \dot{X} \left. \right\} \delta R + [L_k g (1 - 3\beta_1^2 X^2) \dot{X} -$$

$$- R_k g (1 - \beta_1^2 X^2) X] \delta g + \left\{ L_m g (1 - 3\beta_1^2 X^2) \dot{X} + \alpha R_k C \dot{X} + \right.$$

$$+ \alpha X - \alpha L_k g (1 - 3\beta_1^2 X^2) \dot{X} - \alpha R_m g (1 - \beta_1^2 X^2) \dot{X} +$$

$$+ \frac{32L_m C [(1 - \gamma_1 \beta_1^2 X^2)^3 - \gamma_1^2 (1 - \beta_1^2 X^2)^3]}{81(1 - \beta_1^2 X^2)^3 (1 - \gamma_1 \beta_1^2 X^2)^3} \beta_1^4 X^3 (\dot{X})^2 -$$

$$- \frac{8\alpha R_k C (\beta_1 X)^4}{81(1 - \beta_1^2 X^2)^2} \left[1 - \gamma_1^2 \frac{(1 - \beta_1^2 X^2)^2}{(1 - \gamma_1 \beta_1^2 X^2)^2} \right] \dot{X} -$$

$$- \frac{32L_k \alpha C [(1 - \gamma_1 \beta_1^2 X^2)^3 - \gamma_1^2 (1 - \beta_1^2 X^2)^3]}{81(1 - \beta_1^2 X^2)^3 (1 - \gamma_1 \beta_1^2 X^2)^3} \beta_1^4 X^3 (\dot{X})^2 \left. \right\} \delta L +$$

$$+ \frac{8R_k C (\beta_1 X)^4}{81(1 - \beta_1^2 X^2)^2} \left[1 - \gamma_1^2 \frac{(1 - \beta_1^2 X^2)^2}{(1 - \gamma_1 \beta_1^2 X^2)^2} \right] \dot{X} +$$

$$+ \frac{32L_k C [(1 - \gamma_1 \beta_1^2 X^2)^3 - \gamma_1^2 (1 - \beta_1^2 X^2)^3]}{81(1 - \gamma_1 \beta_1^2 X^2)^3 (1 - \beta_1^2 X^2)^3} \beta_1^4 X^3 (\dot{X})^2 +$$

$$+ \frac{8L_k g (1 - 3\beta_1^2 X^2) (\beta_1 X)^4}{81(1 - \beta_1^2 X^2)^2} \left[1 - \gamma_1^2 \frac{(1 - \beta_1^2 X^2)^2}{(1 - \gamma_1 \beta_1^2 X^2)^2} \right] \dot{X} +$$

$$+ \frac{8R_k g (1 - \beta_1^2 X^2) X (\beta_1 X)^4}{81(1 - \beta_1^2 X^2)^2} \left[1 - \gamma_1^2 \frac{(1 - \beta_1^2 X^2)^2}{(1 - \gamma_1 \beta_1^2 X^2)^2} \right] -$$

$$- \frac{8(\beta_1 X)^4}{81(1 - \beta_1^2 X^2)^2} \left[1 - \gamma_1^2 \frac{(1 - \beta_1^2 X^2)^2}{(1 - \gamma_1 \beta_1^2 X^2)^2} \right] \dot{X} \left. \right\} \delta C$$

учитывает влияние флуктуаций параметров, $E(t) = [R_k \Delta J_0 + L_k d(\Delta J_0)] \times (dt + \varepsilon_t)^{-1}$ учитывает влияние аддитивных компонентов шума, t — время.

Полученное стохастическое дифференциальное уравнение автогенератора M -типа (7) отличается от известного [2] видом выражения для функции $F(X, \dot{X})$, учитывающей потери и влияние нелинейностей, а также наличием новой функции $G(t, X, \dot{X})$, учитывающей влияние флуктуаций параметров. Первое отличие обусловлено учетом реактивной составляющей электронной проводимости, характеризующейся емкостями C_s и C' , а также реактивной L_s и активной R_s составляющими эквивалентного импеданса электронного промежутка, характеризующими инерцию электронного потока. Второе отличие обусловлено учетом флуктуаций параметров, т. е. учетом как непосредственного влияния шума на параметры колебаний, так и косвенного — через посредство флуктуаций параметров схемы. Таким образом, учитывается, что источники нестабильностей оказывают влияние на параметры сигналов не только аддитивно, но и мультиплексивно.

Флуктуационное уравнение (7) решается методом малого параметра [8]. При этом решение ищется в виде

$$X = a(1+\delta a) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)],$$

где a и $\delta a = \Delta a/a$ — амплитуда колебаний и ее относительная нестабильность, $\varphi(t)$ — фазовые нестабильности. Относительные флуктуации параметров δR_k , δL_k , δC_k , δg и δJ_0 представляются стохастическими рядами вида

$$y(t) = y_h(t) + \sum_{n=1}^k (y_{nc} \cos n\omega_0 t - y_{ns} \sin n\omega_0 t), \quad (8)$$

где $K = \Omega_b/\omega_0$, Ω_b — верхняя граничная частота спектра.

Спектральные плотности коэффициентов в разложении (8) равны

$$G_{yh}(\Omega) = G(\Omega) \quad \text{при } \Omega_h < \Omega < \omega_0/2,$$

$$G_{ync}(\Omega) = G_{yns}(\Omega) = 2G \quad \text{при } (n-0,5)\omega_0 < \Omega < (n+0,5)\omega_0.$$

Спектральные плотности высокочастотных составляющих относительных флуктуаций L_k , C_k , R_k и g оцениваются по соотношению [2]

$$G(\Omega) = 4eJ_0 \Gamma^2/J_0^2,$$

где e — заряд электрона, Γ^2 — коэффициент депрессии (принимается равным 0,2). Спектральные плотности низкочастотных (фликкерных) составляющих относительных флуктуаций L_k , R_k и g определяются по соотношению

$$G(\Omega) \geq G_{\delta J_{\text{фл}}}(\Omega) = A\Omega^{-\gamma}.$$

Спектральная плотность низкочастотных составляющих относительных флуктуаций C_s определяется путем разложения выражения для C_s в ряд Тейлора. С учетом зависимости $i=f(gU)$ находится

$$G(\Omega) = 16g^{-2} [1 + D^4 U^4 (1 - D^2 U^2)^{-1}]^2 G_{\delta J_{\text{фл}}}, \quad \text{где } D = (gR - 1)^{0,5} (4gR)^{-0,5}.$$

При условии $\varphi(t) \ll 1$ из (7) получаются укороченные уравнения:

$$\frac{d(\delta a)}{dt} = p\delta a - (G_s + E_s) \frac{\omega_0}{2a}; \quad (9a)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = q\delta a - (G_c + E_c) \frac{\omega_0}{2a}, \quad (9b)$$

где

$$p = -0,5\omega_0 [R_k C \omega_0 - L_k g \omega_0 + 9L_k g \beta_1^2 a^2 \omega_0 / 4 -$$

$$- 15R_k C \beta_1^4 a^4 \omega_0 (1 - \gamma_1^2) / 81 - 245R_k C \omega_0 \beta_1^6 a^6 (1 - \gamma_1^3) / 324]$$

— прочность предельного цикла,

$$q = -0.5\omega_0 [R_k g - 9R_k g \beta_1^2 a^2 / 4 + 80L_k C \beta_1^4 a^4 \omega_0^2 (1 - \gamma_1^2) / 243 - 105L_k C \beta_1^6 a^6 \omega_0^2 (1 - \gamma_1^3) / 162]$$

— неизохронность автогенератора M -типа,

$$\begin{aligned} G_s = & A_1 \delta R(0, t) + A_3 \delta R_s(2\omega_0, t) + A_5 \delta R_c(2\omega_0, t) + A_7 \delta R_s(4\omega_0, t) + \\ & + B_1 \delta g(0, t) + B_3 \delta g_s(2\omega_0, t) + B_5 \delta g_c(2\omega_0, t) + \\ & + B_7 \delta g_s(4\omega_0, t) + B_9 \delta g_c(4\omega_0, t) + \\ & + D_1 \delta L(0, t) + D_3 \delta L_s(2\omega_0, t) + D_5 \delta L_c(2\omega_0, t) + \\ & + D_7 \delta L_s(4\omega_0, t) + D_9 \delta L_c(4\omega_0, t) + \\ & + E_1 \delta C(0, t) + E_3 \delta C_s(2\omega_0, t) + E_5 \delta C_c(2\omega_0, t), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_c = & A_2 \delta R(0, t) + A_4 \delta R_s(2\omega_0, t) + A_6 \delta R_c(2\omega_0, t) + A_8 \delta R_c(4\omega_0, t) + \\ & + B_2 \delta g(0, t) + B_4 \delta g_s(2\omega_0, t) + B_6 \delta g_c(2\omega_0, t) + \\ & + B_8 \delta g_c(4\omega_0, t) + B_{10} \delta g_s(4\omega_0, t) + \\ & + D_2 \delta L(0, t) + D_4 \delta L_s(2\omega_0, t) + D_6 \delta L_c(2\omega_0, t) + \\ & + D_8 \delta L_s(4\omega_0, t) + D_{10} \delta L_c(4\omega_0, t) + \\ & + E_2 \delta C(0, t) + E_4 \delta C_s(2\omega_0, t) + E_6 \delta C_c(2\omega_0, t), \end{aligned}$$

$$E_s = L_k [d\Delta J_{0c}(\omega_0, t) / dt] + R_k \Delta J_{0s}(\omega_0, t) - \varepsilon_{Ts}(\omega_0, t),$$

$$E_c = L_k [d\Delta J_{0s}(\omega_0, t) / dt] + R_k \Delta J_{0c}(\omega_0, t) - \varepsilon_{Tc}(\omega_0, t).$$

Значения коэффициентов функций G_s и G_c приводятся в Приложении.

На основании (9) при условии $\rho \delta a \gg d(\delta a) / dt$ находится спектральная плотность относительных флюктуаций частоты колебаний автогенераторов M -типа:

$$G_{\delta f}(\Omega) = [G_{Gs}(\Omega) + G_{Es}(\Omega)] q^2 / 4a^2 p^2 + [G_{Gc}(\Omega) + G_{Ec}(\Omega)] / 4a^2. \quad (10)$$

Основной целью экспериментальных исследований являлось определение статистических характеристик относительных флюктуаций частоты колебаний магнетрона и митрона и их сравнение с результатами расчетов по полученному соотношению (10).

Схема экспериментальной установки для митрона приведена на рис. 2, где 1 — исследуемый митрон, 2 — развязка, 3 — электронно-счетный частотомер, 4 — источник питания, 5 — низкочастотный анализатор спектра, 6 — частотный дискриминатор, 7 — усилитель низкой частоты, 8 — осциллограф. Установка позволяет определять спектральную плотность относительных флюктуаций частоты колебаний $G_{\delta f}$ в диапазоне частот 20 — 20000 Гц, где фликкерные шумы превалируют над другими видами шумов;

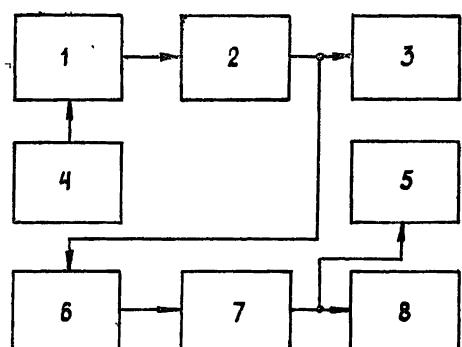


Рис. 2.

$$G_{\delta f}(\Omega) \approx G_{\delta f \text{ фл}}(\Omega) = A_{\delta f} \Omega^{-\gamma}. \quad (11)$$

Для преобразования флюктуаций частоты в пропорциональные изменения напряжения используется метод частотного детектирования на СВЧ [2]. В качестве частотного дискриминатора применен объемный резонатор с нагруженной добротностью $Q \approx 5 \cdot 10^3$. Характер и уровень спектральной плотности относительных флюктуаций частоты колебаний оценивается с помощью низкочастотного анализатора спектра. С целью устранения влияния нестабильностей и пульсаций питающих напряжений для питания применяются химические источники (батареи 100 АМЦГ-9).

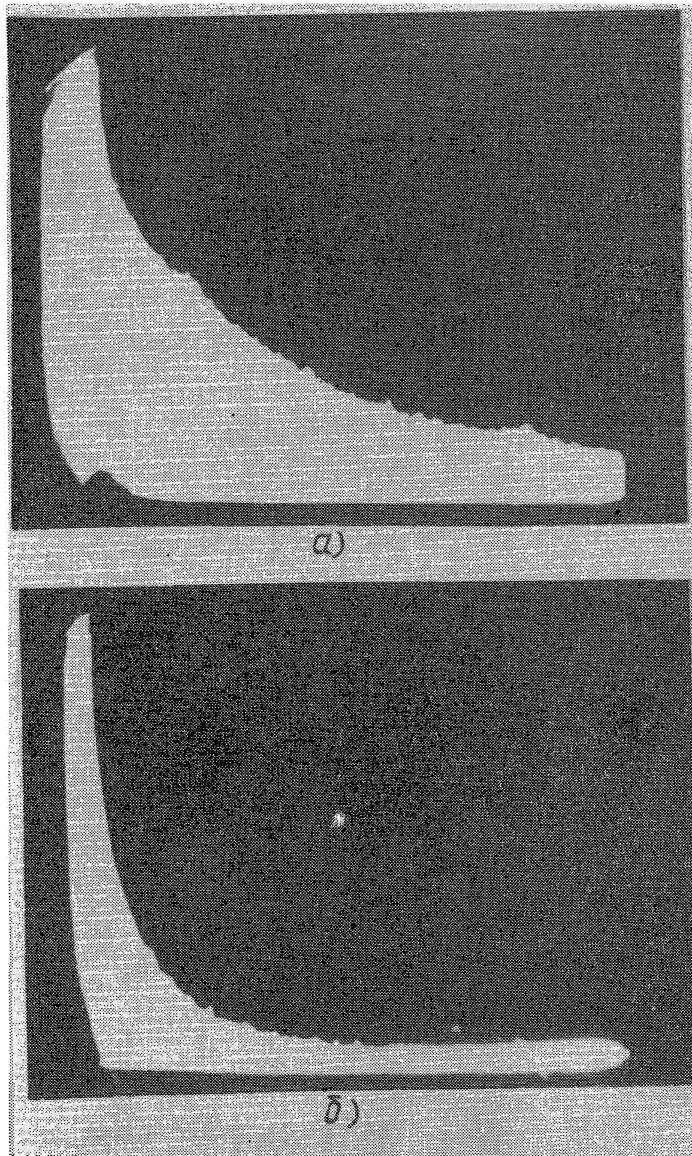


Рис. 3.

Экспериментально исследовался митрон десятисантиметрового диапазона длин волн. Полученные осциллограммы спектральной плотности относительных флюктуаций частоты колебаний приведены на рис. 3а, 3б в полосе частот 20—500 Гц и 100—5000 Гц соответственно.

Оценка величин γ и $A_{\delta f}$ осуществлялась косвенным методом. По изображению на экране низкочастотного анализатора спектра для кратных частот (250, 500, 1000 и 2000 Гц) определялась относительная спектральная плотность флюктуаций частоты колебаний. При этом использовалось соотношение

$$G_{\delta f}(\Omega_i) = \bar{l}^2(\Omega_i) / f_0^2 \Pi_{\text{ан}} S_{\text{ан}}^2 S_{\text{ч.д.}}^2 K_{\text{ус}},$$

где $\bar{l}(\Omega_i)$ — усредненное значение линейного размера осциллографа для частоты Ω_i , мм, $S_{\text{ан}}$ — чувствительность анализатора спектра, мм/В, $S_{\text{ч.д.}}$ — крутизна характеристики частотного дискриминатора, В/Гц, $\Pi_{\text{ан}}$ — ширина полосы анализа, Гц, $K_{\text{ус}}$ — коэффициент усиления усилителя низкой частоты. По соотношениям, вытекающим из (11), определялись значения

$$\Delta_{\delta f i} = G_{\delta f}(\Omega_i) \Omega_i^2, \quad \gamma_i = -\lg [G_{\delta f}(\Omega_i) / G_{\delta f}(\Omega_j)] / \lg (\Omega_i / \Omega_j).$$

Для повышения достоверности результатов измерений определялись средние взвешенные значения $\bar{\gamma}$ и $\bar{A}_{\delta f}$ [9]: $\bar{\gamma} = \sum_{i=1}^p \gamma_i W_i / \sum_{i=1}^p W_i$, где $W_i = 1/\sigma_i$ — весовые коэффициенты, σ_i — средняя квадратическая погрешность i -го измерения. Величина $\bar{A}_{\delta f}$ определяется аналогичным образом.

Оценка погрешностей измерений производилась в соответствии с методикой оценки погрешностей косвенных измерений [9]. При этом

$$\sigma_{G_{\delta f}(\Omega_i)} = [2\bar{l}(\Omega_i) \sigma_l / f_0^2 \Pi_{\text{ан}} l_k K_{\text{ус}}^2 S_{\text{ан}}^2 S_{\text{ч.д.}}^2] \sqrt{(2l_k)^2 + \bar{l}^2(\Omega_i)},$$

где $\sigma_l = \sigma_{lk} = d/\sqrt{6}$ — среднеквадратическая погрешность отсчета линейных размеров по экрану осциллографа (принят треугольный закон распределения вероятностей ошибок отсчета), d — диаметр пятна электронно-лучевой трубки анализатора спектра,

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma i} = & \{[G_{\delta f i} \lg (\Omega_i / \Omega_j)]^{-2} \sigma_{G_{\delta f}(\Omega_i)}^2 + [G_{\delta f j} \lg (\Omega_i / \Omega_j)]^{-2} \sigma_{G_{\delta f}(\Omega_j)}^2 + \\ & + [\lg (G_{\delta f i} / G_{\delta f j}) / \Omega_i [\lg (\Omega_i / \Omega_j)^2]]^2 \sigma_{\Omega i}^2 + \\ & + [\lg (G_{\delta f i} / G_{\delta f j}) / \Omega_j [\lg (\Omega_i / \Omega_j)^2]]^2 \sigma_{\Omega j}^2\}^{1/2}, \end{aligned}$$

где $\sigma_{\Omega i}$ — среднеквадратическая погрешность отсчета частоты по экрану анализатора спектра,

$$\sigma_{\bar{\gamma}} = \left[\sum_{i=1}^p (W_i \Delta \varepsilon_i)^2 / p(p-1) \sum_{i=1}^p W_i \right]^{1/2}, \quad (12)$$

где $\Delta \varepsilon_i = \gamma_i - \bar{\gamma}$ — остаточная погрешность среднего взвешенного,

$$\sigma_{A_{\delta f}} = \{(\bar{\Omega}_i^2)^2 \sigma_{G_{\delta f}(\Omega_i)}^2 + [\bar{\Omega}_i^2 \bar{A}_{\delta f}(\Omega_i)]^2 \sigma_{\Omega i}^2\}^{1/2}. \quad (13)$$

Оценка среднеквадратической погрешности определения $\bar{A}_{\delta f}$ проводилась по формуле, аналогичной (12).

Калибровка установки проводилась с использованием электронно-счетных измерительных приборов. В результате получено $S_{\text{ч.д.}} = 1,3 \cdot 10^{-6}$ В/Гц, $K_{\text{ус}} = 6 \cdot 10^2$ и $S_{\text{ан}} = 0,8 \cdot 10^3$ мм/В при $\Pi_{\text{ан}} = 400$ Гц, $l_k = 80$ мм.

В результате экспериментальной проверки и обработки получено $\bar{\gamma} = 1,7$ и $\bar{A}_{\delta f} = 2,6 \cdot 10^{-14}$. Соответственно среднеквадратические погрешности их измерения составляют $\sigma_{\bar{\gamma}} = 8,4 \cdot 10^{-2}$ и $\sigma_{\bar{A}_{\delta f}} = 2 \cdot 10^{-15}$.

Рассчитанная по этим данным экспериментальная зависимость спектральной плотности относительных флуктуаций частоты колебаний митрона $G_{\delta f}(\Omega) [\Gamma^{-1}]$ от частоты $\Omega/2\pi [\Gamma]$ приведена на рис. 4а сплошной линией. Там же штриховой линией нанесена кривая спектральной плотности, рассчитанная по (10) для $\gamma = 1,7$. Параметры эквивалентной схемы митрона приведены в табл. 1.

Митрон работал в паспортном режиме при $E_a = 1,5$ кВ, $E_y = 150$ В, $J_a = 7,2$ мА, $a = 4,8$ В, $g = 1,8 \cdot 10^{-3}$ А/В.

Уровни флуктуаций частоты колебаний митрона, полученные теоретически и экспериментально, достаточно хорошо согласуются между

собой. Это говорит о сравнительно полном учёте влияния естественных дестабилизирующих факторов. Полученный характер и уровень флуктуаций частоты колебаний митрона при принятых мерах по снижению технических дестабилизирующих факторов соответствует фликерному шуму.

Таблица 1

C, Φ	$L, \text{Гн}$	$R, \text{Ом}$	gR	β_1
$3,1 \cdot 10^{-13}$	$7,6 \cdot 10^{-9}$	31,2	1,4	$2,4 \cdot 10^{-3}$

Так же проводилась оценка спектральной плотности флуктуаций частоты колебаний импульсного магнетрона десятисантиметрового диапазона длин волн. Параметры колебательной системы магнетрона приведены в табл. 2.

Таблица 2

$L, \text{Гн}$	C, Φ	$R, \text{Ом}$	$L_s, \text{Гн}$	$R_s, \text{Ом}$	$L_{ш}, \text{Гн}$	$R_{ш}, \text{Ом}$	α	β_1
$2 \cdot 10^{-10}$	$1,18 \cdot 10^{-11}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-7}$	$2,6 \cdot 10^3$	$1,6 \cdot 10^{-12}$	$5,3 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}	$1,1 \cdot 10^{-5}$

Значения E_a , J_0 и a соответствовали эксплуатационному режиму работы магнетрона и соответственно равны 30 кВ, 60 А и 27 кВ. Величина $g=2,16 \cdot 10^{-3} \text{ А/В}$.

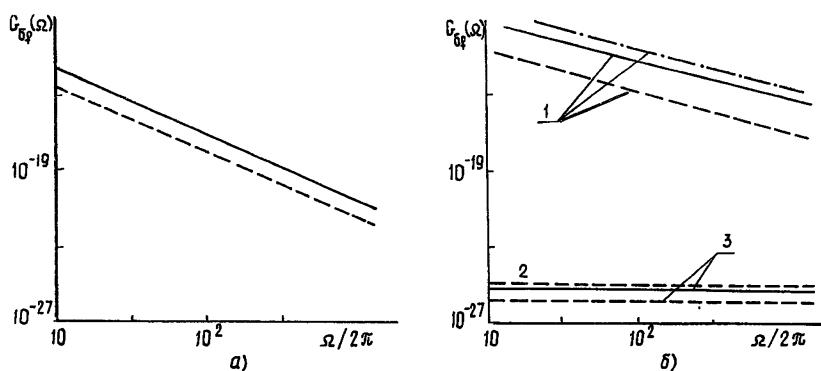


Рис. 4.

На рис. 4б приведены зависимости спектральной плотности относительных фликерных и дробовых (как аддитивных, так и мультиплексивных составляющих) флуктуаций частоты колебаний магнетрона, рассчитанные как по (10) (сплошные линии), так и без учета реактивной составляющей электронной проводимости (штриховые линии). При этом спектральная плотность относительных фликерных флуктуаций частоты колебаний магнетрона соответствуют прямые 1. Аддитивная и мультиплексивная составляющие спектральной плотности дробовых флуктуаций частоты колебаний магнетрона обозначены соответственно прямыми 2 и 3. Экспериментальная зависимость от частоты модуляции относительных фликерных флуктуаций частоты, полученная при $\gamma=1$ и $A=2,5 \cdot 10^{-10}$, нанесена штрихпунктирной линией.

Из сопоставления результатов, приведенных на рис. 4, следует, что учет реактивной составляющей электронной проводимости позволяет точнее оценить влияние естественных дестабилизирующих факторов и приблизить теоретические оценки к экспериментальным данным. Так, на полтора порядка приблизился к экспериментальным данным уровень относительных флуктуаций частоты колебаний магнетрона, обус-

ловленный фликерным шумом. Также почти на порядок увеличился уровень мультиплексивных компонентов дробовых флуктуаций частоты.

Уровень относительной спектральной плотности относительных флуктуаций частоты колебаний (приведенный к средней мощности колебаний) для митрона имеет тот же порядок, что и для магнетрона того же диапазона длин волн. Если учесть сравнительно низкую нагруженную добротность колебательной системы митрона, последнее объясняется тем, что у него катод (горячий) вынесен из пространства взаимодействия. В результате снижается влияние шума катода на величину пространственного заряда (величину взаимодействующих токов), т. е. уменьшаются флуктуации величины активной и реактивной составляющих электронной проводимости, особенно во фликерной области.

Таким образом, уровни флуктуаций частоты колебаний автогенераторов *M*-типа с замкнутым электронным потоком, определенные теоретически с дополнительным учетом флуктуаций реактивной составляющей электронной проводимости, достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными. Оставшиеся при этом расхождения соизмеримы с погрешностями измерений. Это свидетельствует о правильности используемой трактовки основных причин и приемлемой для проведения практических расчетов точности разработанной методики оценки флуктуаций частоты колебаний автогенераторов *M*-типа с замкнутым электронным потоком.

ПРИЛОЖЕНИЕ

$$A_1 = a\omega_0 [R_{\text{ш}}C - 3R_{\text{ш}}C\beta_1^4 a^4(1 - \gamma_1^2)/81 - 35R_{\text{ш}}C\beta_1^6 a^6(1 - \gamma_1^3)/324],$$

$$A_2 = R_{\text{ш}}ga - 3R_{\text{ш}}g\beta_1^2 a^3/4, \quad A_3 = -0,5R_{\text{ш}}ga(1 - 0,5\beta_1^2 a^2),$$

$$A_4 = a\omega_0 [-0,5R_{\text{ш}}C + 3R_{\text{ш}}C\beta_1^4 a^4(1 - \gamma_1^2)/162 + 35R_{\text{ш}}C\beta_1^6 a^6(1 - \gamma_1^3)/648],$$

$$A_5 = -0,5R_{\text{к}}Ca\omega_0 + 3R_{\text{ш}}C\beta_1^4 a^5\omega_0(1 - \gamma_1^2)/162 + 35R_{\text{ш}}C\beta_1^6 a^7\omega_0(1 - \gamma_1^3)/648],$$

$$A_6 = 0,5R_{\text{ш}}ga - 0,5R_{\text{ш}}g\beta_1^2 a^3, \quad A_7 = -A_8 = R_{\text{ш}}g\beta_1^2 a^3/8,$$

$$B_1 = -L_{\text{к}}g\alpha\omega_0 + 3L_{\text{к}}g\beta_1^2 a^3\omega_0/4, \quad B_2 = R_{\text{к}}ga - 3R_{\text{к}}ga^3\beta_1^2/4,$$

$$B_3 = -0,5R_{\text{к}}ga + 0,25R_{\text{к}}g\beta_1^2 a^3, \quad B_4 = 0,5L_{\text{к}}g\alpha\omega_0 - 0,75L_{\text{к}}g\beta_1^2 a^3\omega_0,$$

$$B_5 = L_{\text{к}}g\alpha\omega_0/2, \quad B_6 = 0,5R_{\text{к}}ga(1 - \beta_1^2 a^2), \quad B_7 = -R_{\text{к}}g\beta_1^2 a^3/8,$$

$$B_8 = -3L_{\text{к}}g\beta_1^2 a^3\omega_0/8, \quad B_9 = -3L_{\text{к}}g\beta_1^2 a^3\omega_0/8, \quad B_{10} = -R_{\text{к}}g\beta_1^2 a^3/8,$$

$$D_1 = -L_{\text{ш}}g\alpha\omega_0(1 - 3\beta_1^2 a^2/4) + \alpha L_{\text{к}}g\alpha\omega_0(1 - 3\beta_1^2 a^2/4) - \\ - \alpha R_{\text{к}}Ca\omega_0[1 - a^4\beta_1^4(1 - \gamma_1^2)/9 - 105a^6\beta_1^6\gamma_1^2(1 - \gamma_1)/324],$$

$$D_2 = -\alpha R_{\text{к}}ga + 3\alpha R_{\text{к}}g\beta_1^2 a^3 - \alpha a - 16\alpha L_{\text{к}}C\beta_1^4 a^5\omega_0^2(1 - \gamma_1^2)/243 - \\ - 15\alpha L_{\text{к}}C\beta_1^6 a^7\omega_0^2(1 - \gamma_1^2)/162 + 16L_{\text{ш}}C\beta_1^4 a^5\omega_0^2(1 - \gamma_1^2)/243 + \\ + 15L_{\text{ш}}C\beta_1^6 a^7\omega_0^2(1 - \gamma_1^3)/162,$$

$$D_3 = \alpha R_{\text{к}}g\alpha(2 - \beta_1^2 a^2)/4 + \alpha L_{\text{к}}C\beta_1^4 a^5\omega_0^2(1 - \gamma_1^2) \times \\ \times (648 + 15\beta_1^2 a^2)/324 + 0,5\alpha a,$$

$$D_4 = 0,5ga\omega_0(1 - 1,5\beta_1^2 a^2)(L_{\text{ш}} - \alpha L_{\text{к}}) - 9\alpha R_{\text{к}}C\beta_1^4 a^5\omega_0(1 - \gamma_1^2)/162 - \\ - 105\alpha R_{\text{к}}C\beta_1^6 a^7\omega_0\gamma_1^2(1 - \gamma_1)/648,$$

$$D_5 = 0,5ga\omega_0(L_{\text{ш}} - \alpha L_{\text{к}}) + 0,5\alpha RCa\omega_0 - 9\alpha R_{\text{к}}C\beta_1^4 a^5\omega_0(1 - \gamma_1^2)/162 - \\ - 105\alpha R_{\text{к}}C\beta_1^6 a^7\omega_0\gamma_1^2(1 - \gamma_1)/648,$$

$$\begin{aligned}
& \tilde{D}_6 = -0.5\alpha R_k g \alpha (1 - \beta_1^2 a^2) - 0.5\alpha a + 8L_m \bar{C} \beta_1^4 a^5 \omega_0 (1 - \gamma_1^2) / 243 + \\
& + 15L_m C \beta_1^6 a^7 \omega_0 (1 - \gamma_1^3) / 324 - \alpha L_k C \beta_1^4 a^5 \omega_0^2 (1 - \gamma_1^2) (648 + 15\beta_1^2 a^2) / 324, \\
& D_7 = -\alpha R_k g \beta_1^2 a^3 / 8, \quad D_8 = g \beta_1^2 a^3 \omega_0 (3\alpha L_k - L_m) / 8, \\
& D_9 = g \beta_1^2 a^3 \omega_0 (3\alpha L_k - L_m) / 8, \quad D_{10} = -D_7, \\
E_1 &= -3R_k C \beta_1^4 a^5 \omega_0 (1 - \gamma_1^2) / 81 - 35R_k C \beta_1^6 a^7 \omega_0 (1 - \gamma_1^3) / 324 - \\
& - 3L_k g \beta_1^4 a^5 \omega_0 (1 - \gamma_1^2) / 81 + 35L_k g \beta_1^6 a^7 \omega_0 (1 - \gamma_1^3) / 216 + \\
& + 35L_k g \beta_1^6 a^7 \omega_0^2 (1 - \gamma_1^3) / 324, \\
E_2 &= 16L_k C \beta_1^4 a^5 \omega_0^2 (1 - \gamma_1^2) / 243 + 15L_k C \beta_1^6 a^7 \omega_1^6 (1 - \gamma_1^3) / 162 + \\
& + 63L_k C \gamma_1 \beta_1^8 a^9 \omega_0^2 (1 - \gamma_1^2) / 324 + R_k g \beta_1^4 a^5 (1 - \gamma_1^2) (40 - 105\beta_1^2 a^2) / 648 + \\
& + \beta_1^4 a^5 (1 - \gamma_1^2) (20 + 35\beta_1^2 a^2) / 324, \\
E_3 &= -8L_k C \beta_1^4 a^5 \omega_0^3 (1 - \gamma_1^2) / 243 - 15L_k C \beta_1^6 a^7 \omega_0^2 (1 - \gamma_1^3) / 324 - \\
& - 5R_k g \beta_1^4 a^5 (1 - \gamma_1^2) / 162 + 35\beta_1^6 a^7 (1 - \gamma_1^3) / 648 - \\
& - 5\beta_1^4 a^5 \gamma_1^2 / 162 - 35R_k g \beta_1^8 a^9 / 648, \\
E_4 &= 3R_k C \beta_1^4 a^5 \omega_0 (1 - \gamma_1^2) / 162 + 35R_k C \beta_1^6 a^7 \omega_0 (1 - \gamma_1^3) / 648 + \\
& + 3L_k g \beta_1^4 a^5 \omega_0 (1 - \gamma_1^2) / 162 - 35L_k g \beta_1^6 a^7 \omega_0 (1 - \gamma_1^2) / 432 + \\
& + 105L_k g \beta_1^6 a^7 \omega_0 (1 - \gamma_1^3) / 648 - 5\beta_1^4 a^5 / 162, \\
E_5 &= 3R_k C \beta_1^4 a^5 \omega_0 (1 - \gamma_1^2) / 81 + 35R_k C \beta_1^6 a^7 \omega_0 (1 - \gamma_1^3) / 648 - \\
& - 35L_k g \beta_1^6 a^7 \omega_0 (1 - \gamma_1^2) / 432 + 35L_k g \beta_1^6 a^7 \omega_0 (1 - \gamma_1^3) / 324, \\
E_6 &= 8L_k C \beta_1^4 a^5 \omega_0^2 (1 - \gamma_1^2) / 243 + 15L_k C \beta_1^6 a^7 \omega_0^2 (1 - \gamma_1^3) / 324 + \\
& + 5R_k g \beta_1^4 a^5 (1 - \gamma_1^2) / 162 + 35R_k g \beta_1^8 a^9 (1 - \gamma_1^2) / 648 - \\
& - 5\beta_1^4 a^5 (1 - \gamma_1^2) / 162 - 35\beta_1^6 a^7 (1 - \gamma_1^3) / 648.
\end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Никонов В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1962, 5, № 2, с. 270.
2. Малахов А. Н. Флуктуации в автоколебательных системах. — М.: Наука, 1968. — 660 с.
3. Бычков С. И. Вопросы теории и практического применения приборов магнетронного типа. — М.: Сов. радио, 1967. — 216 с.
4. Дятлов Ю. В., Козлов Л. Н. Митроны. — М.: Сов. радио, 1967. — 48 с.
5. Шембель Б. К. — Труды ВНИИ машиностроения. — Л., 1940, вып. 3(45), с. 3.

6. Магнетроны сантиметрового диапазона /Пер. с англ. / Под ред. С. А. Зусмановского.— М.: Сов. радио, 1950.
7. Уманский В. С. Усилительный тракт импульсных передающих устройств СВЧ.— М.: Сов. радио, 1973, с. 122.
8. Богоявленский Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний.— М.: Наука, 1974. — 501 с.
9. Пустыльник Е. И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений.— М.: Наука, 1968. — 288 с.

Поступила в редакцию
26 декабря 1985 г.

OSCILLATION FREQUENCY FLUCTUATIONS OF *M*-TYPE AUTOGENERATORS

V. I. Gomozov, E. G. Lamehov

The stochastic differential equation of the closed electron flow autogenerator (*M*-type) taking into account the balance of both active and multiplicative noise components is derived. The methods of experimental estimation of oscillation frequency, instabilities for the autogenerator are presented. The levels of oscillation frequency fluctuations of *M*-type autogenerators are estimated theoretically (based on the derived equation) and experimentally.
