

УДК 621.373.42

## К ТЕОРИИ ЛАЗЕРОВ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

*А. С. Сергеев, А. В. Сморгонский*

Рассматривается вопрос о возбуждении ЛСЭ с помощью заранее сформированных компактных электронных сгустков. Эти сгустки создаются в первой секции прибора в результате ускорения пучка мощной низкочастотной волной. Сопровождение пучка этой волной во второй секции, где происходит возбуждение высокочастотной волны на кратной частоте, позволяет сохранять сгустки компактными сколь угодно долго. В результате численных расчетов определены условия, при которых происходит передача высокочастотной волне не только значительной доли энергии пучка, но и заметной доли энергии низкочастотной волны. Таким образом, речь идет о возможности создания своеобразного ЛСЭ-умножителя частоты, в котором относительно маломощный электронный пучок «перекачивает» энергию низкочастотной волны в энергию волны высокочастотной.

Основные проблемы, возникающие при создании лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) с переменными параметрами — приборов, имеющих, согласно теории, высокую эффективность при работе в стационарном режиме, — связаны с вопросами захвата частиц в поле слабой волны (при возбуждении генераторов или на начальном участке в усилителе) и удержанием электронного сгустка внутри потенциальной ямы при длительном его торможении (см., например, [1-3]). Эти вопросы становятся особенно актуальными при попытках создания ЛСЭ такого типа в труднодоступных для других приборов диапазонах (инфракрасном, ультрафиолетовом и т. п.), где отсутствуют источники излучения, необходимые для подачи на вход ЛСЭ начального достаточно мощного электромагнитного сигнала.

1. В настоящей работе для решения этих проблем предлагается использовать ЛСЭ с предварительным захватом и ускорением электронов в поле относительно низкочастотной, но мощной электромагнитной волны. Ускоряемые волной частицы совершают, как известно [3-5], фазовые колебания, амплитуда которых убывает пропорционально  $\mathcal{E}_s^{-3/4}$  в прямолинейных пучках и  $\mathcal{E}_s^{-1}$  — при ускорении частиц в убитронах или скаттронах ( $\mathcal{E}_s$  — энергия синхронного электрона, см. Приложение)\*. Образующиеся в процессе ускорения компактные электронные сгустки используются затем для возбуждения волны на кратной частоте (максимально достижимая степень умножения частоты в пренебрежении кулоновскими силами расталкивания пропорциональна, естественно,  $\mathcal{E}_s^{3/4}$  или  $\mathcal{E}_s$ ). Особенность предлагаемого метода состоит в том, что в процессе возбуждения высокочастотной волны сгустки остаются захваченными низкочастотной волной, т. е. возбуждение начинается непосредственно внутри ускорителя (рис. 1а). Этим достигается возможность сохранять сгустки компактными сколь угодно долго и передать

\* В дальнейшем, говоря об энергообмене электронов с волной, мы подразумеваем, основываясь на известных аналогиях [6], что качественно одинаковые процессы имеют место как в линейных ускорителях (или «замедлителях» типа ЛБВ) с прямолинейными пучками и переменной амплитудой и фазовой скоростью волны, так и в убитронах и скаттронах (ускорителях и генераторах) с переменными параметрами комбинационной волны.

значительную долю энергии частиц (а при соответствующих условиях и часть энергии низкочастотной волны) высокочастотной волне даже при очень слабой связи последней с пучком и при нулевом начальном значении ее амплитуды\*.

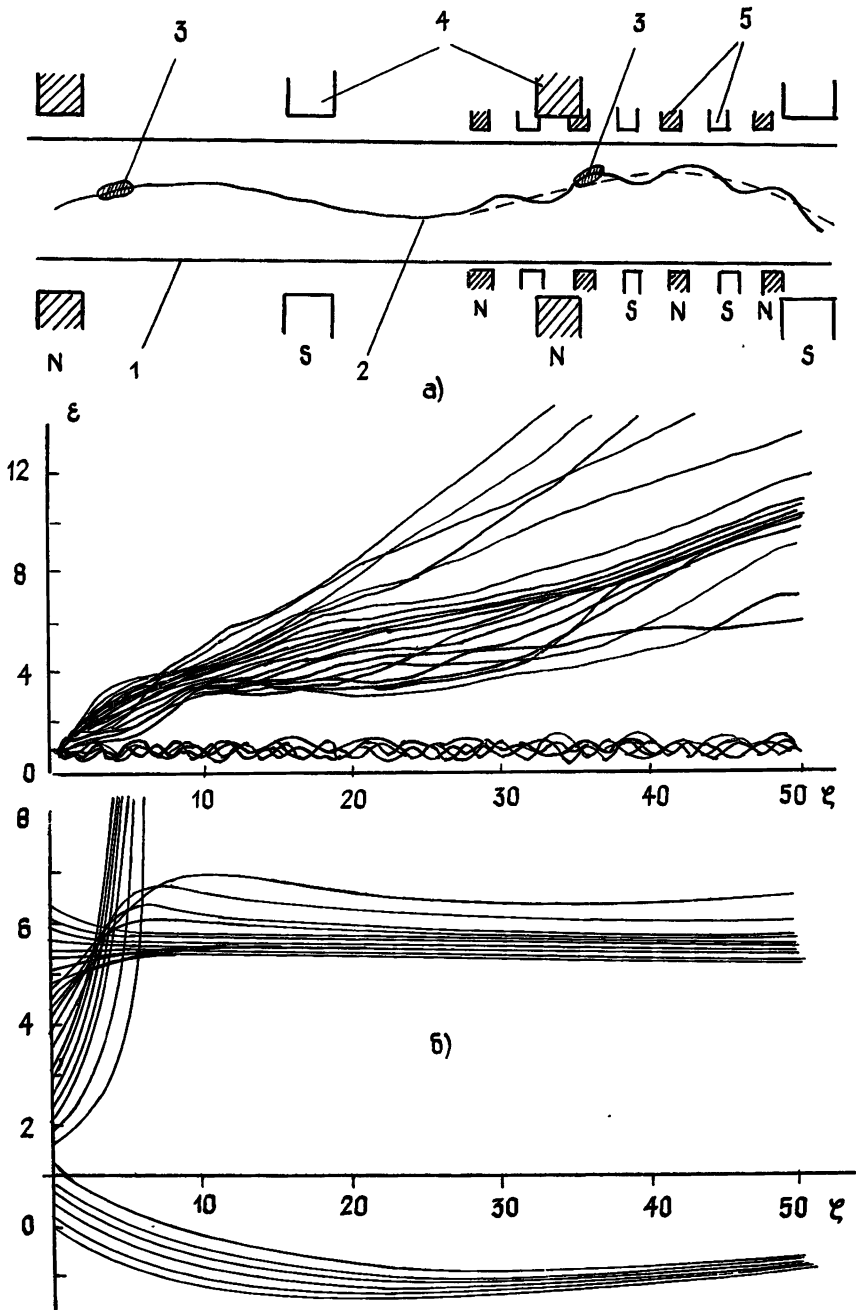


Рис. 1. а) Схематическое изображение двухсекционного ЛСЭ убитронного типа: 1 — электродинамическая система прибора, 2 — траектория электронного пучка, 3 — электронный сгусток, 4 — периодическая система магнитов, обеспечивающая синхронизм пучка и низкочастотной волны, 5 — периодическая система, обеспечивающая синхронизм с волной высокочастотной;

б) изменение энергии и фазы электронов относительно низкочастотной волны на участке ускорения.

\* Следует отметить, что близкая идея «замораживания» сгустков в потенциальном рельефе одной волны для усиления другой была недавно высказана в [7]. Однако автор этой работы предложил довольно сложную для реализации схему, включающую синфазную «переброску» сгустков из одной волны в другую, причем вторая волна должна быть возбуждена заранее и с большой амплитудой.

2. Итак, ускоряя электронный пучок мощной электромагнитной волной, можно получать электронные густки, фазовый размер которых составляет  $(0,1 \div 0,01) \cdot 2\pi$  [8]. Поскольку процесс формирования таких густков хорошо известен из теории линейных ускорителей, то, не останавливаясь на нем подробно, приведем лишь один конкретный результат (рис. 1б), полученный численным методом и относящийся к волне, в которой энергия синхронного электрона линейно нарастает вдоль области ускорения  $\mathcal{E}_s = 1 + A_0 \zeta \cos \theta_s$ , а фаза его (относительно волны) остается постоянной  $\theta_s = 13\pi/8$  (здесь  $A_0 = 0,5$  — ускорительный параметр, пропорциональный амплитуде поля,  $\zeta$  — нормированная продольная координата). Во всех дальнейших расчетах полагается, что именно такой пучок, ускоренный в среднем в 10 раз, и подается на вход второй секции, где возможно возбуждение высокочастотной волны.

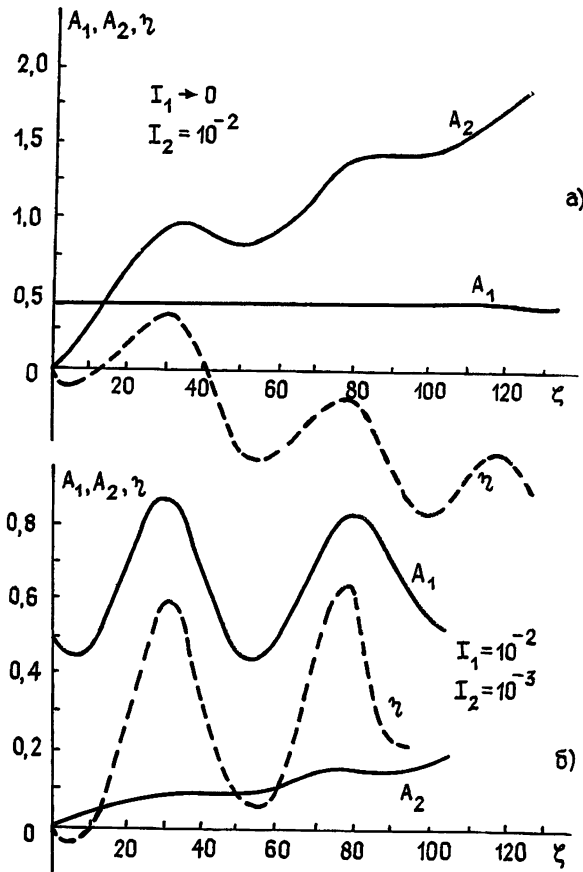


Рис. 2. Процесс нарастания высокочастотной волны ( $A_2$ ):  
 а) при заданной низкочастотной волне ( $A_1$ );  
 б) при сильной связи пучка с низкочастотной волной.

Уравнения возбуждения (или затухания) волн следует писать для каждой из них отдельно, поскольку согласно схеме, приведенной на рис. 1, величины сопротивления связи и расстройки синхронизма для каждой волны могут меняться независимо. Более того, в принципе, при несколько иной конструкции прибора и электродинамическая система для каждой из волн может быть своя. Необходимо лишь помнить, что электронный пучок является общим, так что движение составляющих его частиц описывается единой системой уравнений (П.3), (П.4), в которой в выражение для силы входит сумма низкочастотной и высокочастотной волн (см. Приложение).

В задаче имеется целый ряд свободных функций. Однако для

простоты ограничимся рассмотрением случая постоянных (вдоль пространства взаимодействия) сопротивлений связи ( $I_1, I_2$ ) и постоянной отстройки одной волны относительно другой ( $\delta$ ), а фазовую скорость низкочастотной волны во второй секции будем считать стремящейся к некоторой постоянной величине. Как показывают проведенные расчеты, даже в рамках этих ограничений возможна эффективная передача энергии от пучка и низкочастотной волны в волну высокочастотную.

3. При наличии сформированных и удерживаемых низкочастотной волной ( $A_1$ ) компактных электронных сгустков добиться возбуждения высокочастотной волны ( $A_2$ ) (по крайней мере вплоть до частот  $\omega_2 = n \omega_1 \leq \mathcal{E}_e \omega_1$ ) весьма несложно — достаточно положить фазовую скорость последней немного меньше средней скорости пучка ( $\delta < 0$ ). Если кроме того допустить, что низкочастотная волна задана (пучок не оказывает на нее заметного влияния), то можно обеспечить фактически непрерывную перекачку ее энергии в высокочастотную волну (рис. 2а)\*.

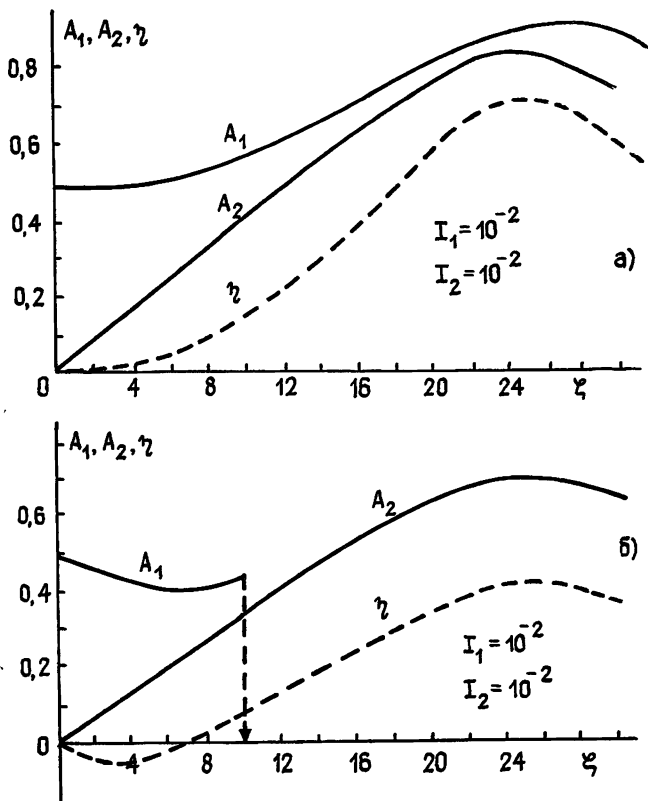


Рис. 3. Энергообмен между электронным пучком и разночастотными электромагнитными волнами: а) при одинаковой связи волн с пучком; б) при «отклонении» низкочастотной волны.

Вопрос о максимальной передаче энергии высокочастотной волне становится несколько сложнее в случае, когда пучок оказывает заметное влияние на амплитуду и фазу низкочастотной волны. Так, при слабой связи высокочастотной волны с пучком (что обычно и имеет

\* В связи с получением этого результата хотелось бы обратить внимание на некоторую аналогию между рассматриваемым прибором и ЛСЭ с электростатическим подпором электронного пучка, где постоянное электрическое поле также является «неисчерпаемым» источником энергии для усиливаемой волны [9, 10]. Преимущество рассматриваемой нами схемы заключается, как уже отмечалось выше, в элементарности решения вопроса о возбуждении волны, в то время как для ЛСЭ с электростатическим подпором эта проблема по крайней мере столь же остра, как и для «обычного» (без подпора) ЛСЭ с переменными параметрами.

Место в эксперименте) весь процесс будет определяться в основном взаимодействием пучка с низкочастотной волной (баунс-колебания), рабочая же (высокочастотная) волна при соответствующем знаке расстройки  $\delta$  будет медленно нарастать, почти не влияя на их энергообмен (рис. 2б). Однако даже здесь доля энергии, переданная этой волне, может составлять десятки процентов по отношению к энергии ускоренного пучка.

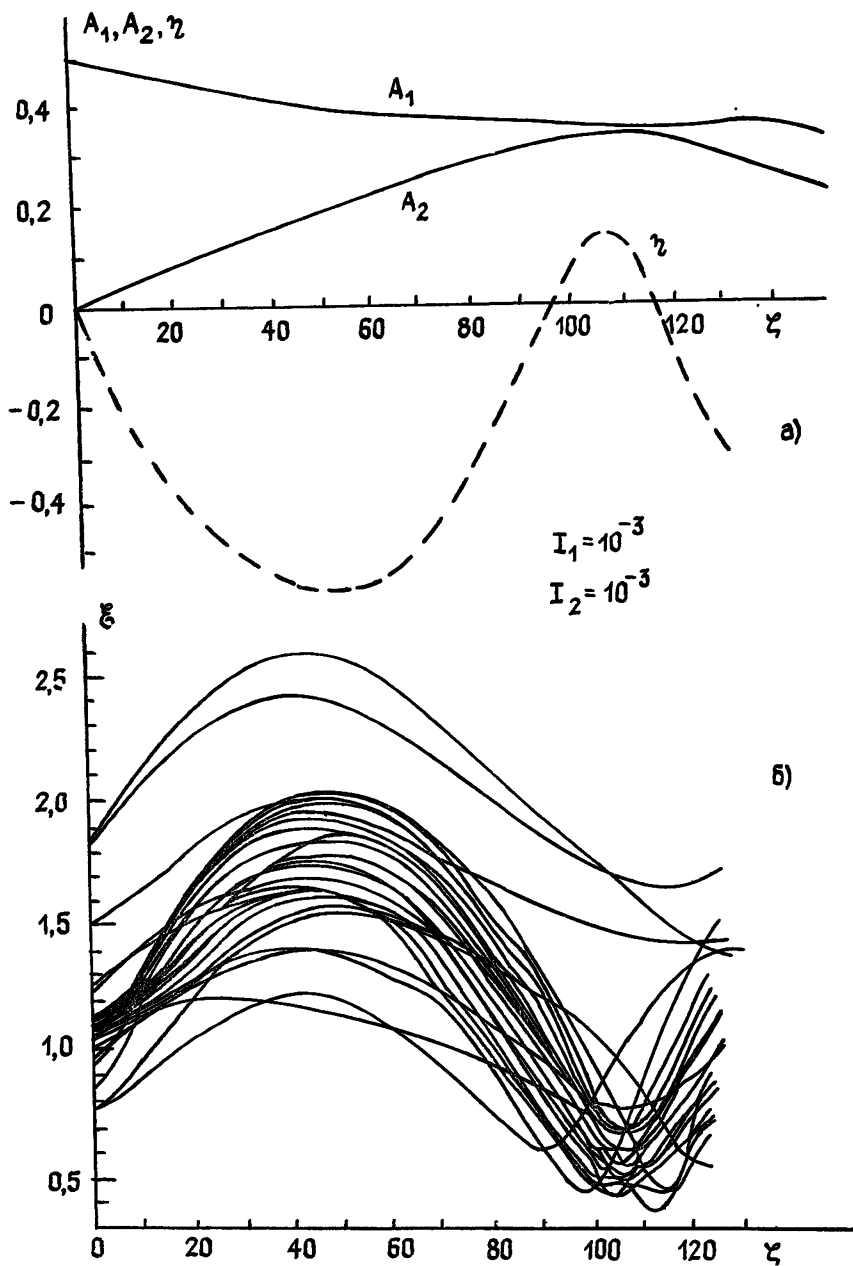


Рис. 4. а) Передача энергии высокочастотной волне от низкочастотной волны и электронного пучка;  
 б) изменение энергии частиц при энергообмене. Характерно, что ни один захваченный электрон из синхронизма с волнами не выходит.

Если считать, что обе волны связаны с пучком одинаково, то при торможении частиц волной  $A_2$  пучок может так перестроить фазу низкочастотной волны, что будет передавать энергию примерно поровну им обеим (рис. 3а). Улучшить процесс энергообмена можно несколь-

кими путями. Заметим, например, что волна  $A_1$  вначале отдает энергию пучку, а расти начинает лишь тогда, когда волна  $A_2$  уже достигает сравнимой с ней величины и, следовательно, способна сама удерживать внутри своего потенциала компактные сгустки. При этом можно «отключить» (вывести из синхронизма) низкочастотную волну, передавая почти вдвое больше энергии в волну высокочастотную (рис. 3б). Однако гораздо более сильного результата можно добиться, регулируя степень доускорения пучка низкочастотной волной во второй секции (т. е. меняя то асимптотическое значение, к которому стремится «холодная» фазовая скорость низкочастотной волны при  $\xi \rightarrow \infty$ ). Этот параметр можно выбрать так, что по мере роста волны  $A_2$  ускорение пучка сменяется его торможением, а волна  $A_1$  все еще продолжает отдавать энергию пучку (рис. 4а, б). В этом случае питание высокочастотной волны происходит как бы из двух источников, в результате чего доля переданной ей энергии может быть весьма велика. Так, для приведенных на последнем рисунке условий она составляет около 120% от энергии пучка в начале второй секции (после ускорения).

Таким образом, полученные численные результаты фактически продемонстрировали принципиальную возможность возбуждения ЛСЭ с переменными параметрами от нулевого значения амплитуды волны в нем и доказали высокую эффективность этого процесса. Несомненно, что при отказе от введенных выше (для простоты рассмотрения) весьма жестких ограничений на допустимый класс управляющих функций (большинство из них было выбрано постоянными) КПД прибора в целом может быть значительно повышен, так что работы в этом направлении требуют, по-видимому, дальнейшего развития.

Что же касается качественного анализа рассмотренной задачи, то результаты его дают еще одно (на взгляд авторов) интересное направление для исследований. А именно, если обратить внимание на тот факт, что в расчетах, приведенных, например, на рис. 4, доля энергии, переданная высокочастотной волне волной низкочастотной ( $\approx 105\%$ ), превышает полную энергию пучка (принятую за 100%) и значительно больше доли энергии, переданной самим пучком ( $\eta \approx 15\%$ ), а также учесть, что пучок может вообще продолжать ускоряться, тем не менее передавая энергию ВЧ волне, то становится ясным, что пучок играет здесь в некотором смысле вспомогательную роль. Он призван служить при такого рода взаимодействии лишь «передаточным механизмом» для энергии, идущей от волны низкочастотной к волне высокочастотной. Таким образом, становится возможным создание своеобразного умножителя частоты, где электронный пучок малой мощности, предварительно ускоренный низкочастотной волной, порождает волну высокочастотную и передает ей энергию, значительно превышающую его собственную, черпая ее из низкочастотной волны\*.

Авторы выражают благодарность Э. Б. Абубакирову за помощь в проведении некоторых предварительных расчетов.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Уравнения движения ультрарелятивистских частиц в поле электромагнитной волны в убитроне и скаттроне могут быть записаны в виде [6, 11]

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\zeta} = \frac{A(\zeta)}{\mathcal{E}} \cos \theta; \quad (\text{П.1})$$

$$\frac{d\theta}{d\zeta} = \frac{1}{\mathcal{E}^2} - B(\zeta), \quad (\text{П.2})$$

где  $\mathcal{E}$  — энергия частиц, нормированная на ее начальное значение,  $A$  — безразмерная амплитуда рабочей (синхронной или комбинацион-

\* С этой точки зрения ЛСЭ с электростатическим подпором можно рассматривать как умножитель с бесконечной кратностью (см., впрочем, предыдущую сноску).

ной) волны,  $B$  — параметр расстройки синхронизма волны и пучка, меняющийся при изменении фазовой скорости рабочей волны. (Для приборов с прямолинейными пучками множитель  $\mathcal{E}^{-1}$  в правой части уравнения (П.1) отсутствует.)

Одна из наиболее плодотворных идей по торможению пучка в ЛСЭ связана с хорошо известным в теории ускорителей понятием синхронного электрона, для которого  $d\theta_s/d\zeta = 0$ . (В более общем случае эта производная может являться медленной функцией координаты.) Из этого равенства и уравнения (П.2) следует связь  $B(\zeta) = \mathcal{E}_s^{-2}$ , а из уравнения (П.1)  $A(\zeta) = \mathcal{E}_s \frac{d\mathcal{E}_s}{d\zeta} / \cos \theta_s$ . Любая из трех функций ( $\mathcal{E}_s(\zeta)$ ,  $B(\zeta)$ ,  $A(\zeta)$ ) может быть задана, после чего две другие определяются однозначно, если считать  $d\theta_s/d\zeta$  заданной. Выбор режима ускорения или торможения частиц осуществляется заданием значения  $\theta_s$ . Электроны, соседние с синхронным, совершают так называемые синхротронные колебания, амплитуда которых убывает при ускорении частиц («захваченные» электроны образуют компактный сгусток) и возрастает при их торможении (часть электронов при этом может покидать яму — выходить из синхронизма и прекращать в среднем обмениваться энергией с волной) [3, 4].

Для первой части прибора была выбрана линейная зависимость нарастания энергии синхронного электрона, что достигалось заданием соответствующих функций  $A(\zeta) = A_0(1 + A_0 \zeta \cos \theta_s)$  и  $B(\zeta) = (1 + A_0 \zeta \times \cos \theta_s)^{-2}$  (или  $\dot{A}(\zeta) = A_0 = \text{const}$  — для ускорителя с прямолинейным пучком). Во второй секции учитывалось возбуждение высокочастотной волны и влияние пучка на низкочастотную волну, а также их совместное воздействие на электронный пучок:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\zeta} = \text{Re} \left( \frac{A_1}{\mathcal{E}} e^{i\theta} + \frac{A_2}{\mathcal{E}} e^{i(n\theta + \delta)} \right); \quad (\text{П.3})$$

$$\frac{d\theta}{d\zeta} = \frac{1}{\mathcal{E}^2} - B(\zeta); \quad (\text{П.4})$$

$$\frac{dA_1}{d\zeta} = -I_1 \int_0^{2\pi} \frac{e^{-i\theta}}{\mathcal{E}} d\theta_0; \quad (\text{П.5})$$

$$\frac{dA_2}{d\zeta} = -I_2 \int_0^{2\pi} \frac{e^{-i(n\theta + \delta)}}{\mathcal{E}} d\theta_0. \quad (\text{П.6})$$

Система уравнений (П.3) — (П.6) интегрировалась при постоянных (вдоль  $\zeta$ ) значениях параметров связи  $I_1$ ,  $I_2$ , при постоянном и одинаковом во всех расчетах значении отстройки волн  $\delta = -10^{-2}$  для  $n=10$  и  $n=5$  (при изменении кратности умножения частоты вид графиков качественно сохранялся, менялся лишь темп нарастания высокочастотной волны). Функция  $B(\zeta)$  выбиралась в виде

$$B(\zeta) = \frac{1}{[\mathcal{E}_{s0} + \Delta \mathcal{E} (1 - e^{-\alpha \zeta})]^2} + \frac{\alpha^2 \Delta \mathcal{E} e^{-\alpha \zeta}}{A_0 \sqrt{1 - (\alpha \Delta \mathcal{E} e^{-\alpha \zeta} / A_0)^2}},$$

где  $\alpha = 0,0382$ ,  $\Delta \mathcal{E} = 5$  во всех расчетах, кроме приведенного на рис. 4, где  $\Delta \mathcal{E} = 2$ ,  $\alpha = 0,096$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Kroll N. M., Morton P. L., Rosenbluth M. N. In: Physics of Quantum Electronics, v. 7, Free Electron Generators of Coherent Radiation. / Edited by St. F. Jacobs et al., Massachusetts, Addison—Wesley Publishing Company, 1980, p. 113.

2. Brau C. A., Cooper R. K. In: Physics of Quantum Electronics, v. 7, Free Electron Generators of Coherent Radiation. / Edited by St. F. Jacobs et al., Massachusetts, Addison—Wesley Publishing Company, 1980, p. 647.
3. Гинзбург Н. С. В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: ИПФ АН СССР, 1983, вып. 3, с. 26.
4. Коломенский А. А. Физические основы методов ускорения заряженных частиц. — М.: Гос. ун-т, 1980, с. 150.
5. Коломенский А. А., Лебедев А. Н. — ЖЭТФ, 1966, 50, № 4, с. 1101.
6. Братман В. Л. и др. В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: ИПФ АН СССР, 1979, с. 249.
7. Yu. L. H. — Phys. Rev. Lett., 1984, 53, № 3, p. 254.
8. Жилейко Г. И. Высоковольтные электронные пучки. — М.: Энергия, 1968.
9. Белявский Е. Д. — Радиотехника и электроника, 1971, 16, № 1, с. 208; Белявский Е. Д. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, 27, № 1, с. 123.
10. Gover A., Tang C. M., Sprangle P. In: Physics of Quantum Electronics, v. 9, Free Electron Generators of Coherent Radiation. / Edited by St. F. Jacobs et al., Massachusetts, Addison—Wesley Publishing Company, 1982, p. 795.
11. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Петелин М. И., Сморгонский А. В. В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. — Горький: ИПФ АН СССР, 1979, с. 217.

Институт прикладной физики  
АН СССР

Поступила в редакцию  
13 ноября 1985 г.

## TO THE THEORY OF FREE ELECTRON LASERS WITH VARIABLE PARAMETERS

*A. S. Sergeev, A. V. Smorgonskij*

The problem of FEL excitation by compact electron bunches formed in advance is considered. These bunches are produced in the first section of the device as a result of beam acceleration by powerful low-frequency wave. The beam is accompanied by this wave in the second section, where the high-frequency wave is excited at the multiple frequency. This permits to keep the bunches compact for a long time. Numerical calculations yield the conditions under which a considerable part of both the beam energy and the low-frequency wave is transferred to the high-frequency one. Thus, it is possible to create a specific FEL frequency multiplier, where a rather low-frequency beam «transfers» the low-frequency wave energy to the high-frequency wave energy.

---