

УДК 621.372.82

КРАЕВЫЕ ВОЛНЫ В ПОЛОСКОВЫХ СТРУКТУРАХ

С. В. Зайцев

Рассмотрена ключевая задача для описания сложных полосковых устройств. Методом Винера — Хопфа найдены собственные функции в исследуемой структуре, приведен анализ дисперсионного уравнения краевых волн. Проведено сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными, полученными резонансным методом. Обсуждаются возможные конструкции с краевыми волнами.

Известен подход при описании характеристик полосковых устройств, основанный на использовании ключевых задач [1]. Ключевая задача, как правило, описывает часть устройства с простой геометрией. Необходимо более полного описания таких структур ставит задачу исследования существующих в них волн.

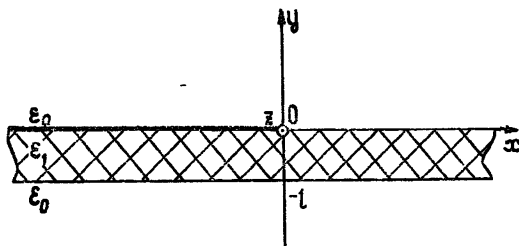


Рис. 1. Обозначение основных размеров исследуемой структуры.

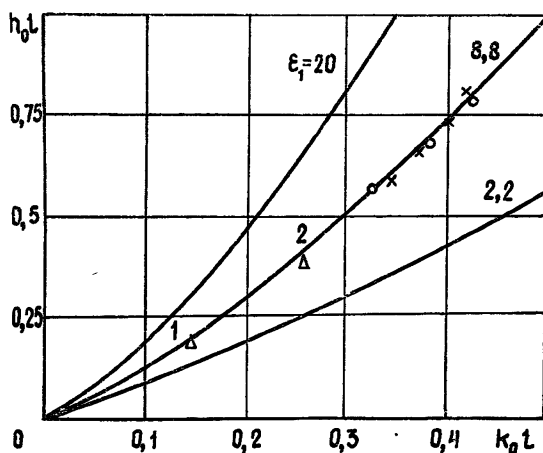


Рис. 2. График зависимости нормированной постоянной распространения h_0l от нормированной частоты k_0l :
 — результаты расчета; + + + — результаты измерений для первого резонатора; o o o — результаты измерений для второго резонатора; Δ Δ — результаты измерений для третьего резонатора.

Рассматриваемая задача (рис. 1) также относится к ключевым, необходимым для описания открытых и экранированных подвешенных

полосковых структур. На диэлектрической пластине толщиной l и проницаемостью ϵ_1 , окруженной средой с проницаемостью $\epsilon_0 < \epsilon_1$, расположена идеально проводящая полуплоскость $x < 0, y = 0$.

Целью работы является исследование собственных колебаний в такой структуре. Требуется найти отличное от нуля электромагнитное поле, удовлетворяющее волновому уравнению, граничным условиям на всех поверхностях, условию излучения на бесконечности и условию конечности энергии поля вблизи острого края при отсутствии внешних источников и падающих волн. Решение проводится методом Винера — Хопфа.

Все компоненты полей E и H выражаются через две скалярные функции — y -компоненты электрического и магнитного векторов Герца:

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x \partial y} + k_n \rho_n h \psi_n, & H_x &= -\frac{k_n}{\rho_n} h \varphi_n + \frac{\partial^2 \psi_n}{\partial x \partial y}, \\ E_y &= k_n^2 \varphi_n + \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial y^2}, & H_y &= k_n^2 \psi_n + \frac{\partial^2 \psi_n}{\partial y^2}, \\ E_z &= jh \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} + jk_n \rho_n \frac{\partial \psi_n}{\partial x}, & H_z &= -j \frac{k_n}{\rho_n} \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} + jh \frac{\partial \psi_n}{\partial y}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\varphi_n = \Pi_y^e(x, y) \exp(jhz - j\omega t)$ и $\psi_n = \Pi_y^m(x, y) \exp(jhz - j\omega t)$, h — волновое число, описывающее распространение волны вдоль оси z ; $k_n = \omega \sqrt{\epsilon_n \mu_n}$ — волновое число и $\rho_n = \sqrt{\mu_n / \epsilon_n}$ — волновое сопротивление n -й среды ($n=0, 1$).

Известным способом находится решение волнового уравнения, удовлетворяющее граничным условиям в плоскости $y = -l$ и условию излучения на бесконечности [2]. Далее, решение задачи упрощается при введении функциональных комбинаций:

$$d = \frac{k_1}{\rho_1} \varphi_1 - \frac{k_0}{\rho_0} \varphi_0, \quad b = \frac{\partial \varphi_1}{\partial y}, \quad q = \frac{\partial \psi_1}{\partial y} - \frac{\partial \psi_0}{\partial y}, \quad p = k_1 \rho_1 \psi_1. \quad (2)$$

Например, граничные условия на плоскости $y = 0$ принимают вид

$$\begin{aligned} d &= -A_1 \exp(-hx) \quad \text{и} \quad q = A_1 \exp(-hx) \quad \text{для} \quad x > 0, \\ b &= -A_2 \exp(hx) \quad \text{и} \quad p = A_2 \exp(hx) \quad \text{для} \quad x < 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где A_1 и A_2 — пока неизвестные константы. Здесь рассматриваемая векторная задача разделилась на две скалярные относительно функций, описывающих электрические $d(x)$, $b(x)$ и магнитные $q(x)$, $p(x)$ волны. Введем преобразования Фурье этих функций $D(\alpha)$, $B(\alpha)$, $Q(\alpha)$, $P(\alpha)$ и сделаем справедливым для каждого из них разложение, аналогичное следующему:

$$D(\alpha) = D_+(\alpha) + D_-(\alpha), \quad (4)$$

где

$$D_+(\alpha) = \int_0^{\infty} d(x) e^{j\alpha x} dx \quad \text{и} \quad D_-(\alpha) = \int_{-\infty}^0 d(x) e^{j\alpha x} dx.$$

Нетрудно показать, что введенные преобразования Фурье связаны между собой соотношениями

$$D(\alpha) = M(\alpha)B(\alpha) \quad \text{и} \quad Q(\alpha) = N(\alpha)P(\alpha), \quad (5)$$

где

$$M(\alpha) = \frac{k_1}{\rho_1 \gamma_1} \frac{k_0 / (\rho_0 \gamma_0) + k_1 \operatorname{th}(\gamma_1 l) / (\rho_1 \gamma_1)}{k_0 \operatorname{th}(\gamma_1 l) / (\rho_0 \gamma_0) + k_1 / (\rho_1 \gamma_1)} + \frac{k_0}{\rho_0 \gamma_0},$$

$$N(\alpha) = \frac{\gamma_1}{\rho_1 k_1} \frac{\gamma_1 \operatorname{th}(\gamma_1 l)/(k_1 \rho_1) + \gamma_0/(k_0 \rho_0)}{\gamma_1/(k_1 \rho_1) + \gamma_0 \operatorname{th}(\gamma_1 l)/(k_0 \rho_0)} + \frac{\gamma_0}{k_0 \rho_0},$$

$$\gamma_n = \sqrt{\alpha^2 - g_n^2}, \quad g_n^2 = k_n^2 - h^2.$$

Подставляя преобразования Фурье условий (3) в разложения (4) и учитывая соотношения (5), получим в итоге два уравнения Винера — Хопфа:

$$D_-(\alpha) + A_1/(j\alpha - h) = M(\alpha)[B_+(\alpha) - A_2/(j\alpha + h)], \quad (6)$$

$$Q_-(\alpha) - A_1/(j\alpha - h) = N(\alpha)[P_+(\alpha) + A_2/(j\alpha + h)].$$

Отметим, что, в отличие от обычной формы записи [2, 3], здесь отсутствуют слагаемые, связанные с амплитудой падающей волны. Решение этих уравнений, так же как и факторизация функций

$$M(\alpha) = M_+(\alpha)M_-(\alpha) \quad \text{и} \quad N(\alpha) = N_+(\alpha)N_-(\alpha),$$

проводится по известной методике [3]:

$$D(\alpha) = M_-(\alpha)V(\alpha), \quad B(\alpha) = V(\alpha)/M_+(\alpha), \quad (7)$$

$$Q(\alpha) = N_-(\alpha)T(\alpha), \quad P(\alpha) = T(\alpha)/N_+(\alpha),$$

где

$$V(\alpha) = A_1/[(j\alpha - h)M_-(-jh)] - A_2 M_+(jh)/(j\alpha + h),$$

$$T(\alpha) = -A_1/[(j\alpha - h)N_-(-jh)] + A_2 N_+(jh)/(j\alpha + h).$$

Все найденные преобразования Фурье зависят от неизвестных констант A_1 и A_2 . Для определения соотношения между ними следует потребовать выполнения условия конечности энергии поля вблизи острого края. Согласно этому требованию [2] ни одна из компонент полей E и H не может расти быстрее, чем $x^{-1+\tau}$ ($\tau > 0$) при $x \rightarrow 0$ в плоскости $y=0$. В принятых здесь обозначениях это эквивалентно условию

$$B(\alpha) \sim \alpha^{-1-\tau} \quad \text{и} \quad Q(\alpha) \sim \alpha^{-1-\tau} \quad \text{при} \quad \alpha \rightarrow \infty$$

и имеет следствием систему уравнений

$$\begin{cases} A_1/M_-(-jh) - A_2 M_+(jh) = 0, \\ A_1/N_-(-jh) - A_2 N_+(jh) = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Полученная однородная система уравнений связывает решения двух скалярных задач, на которые разделилась общая векторная задача при введении комбинаций (2). Система (8) имеет отличное от нуля решение только при условии $\det = 0$:

$$M_+(jh)M_-(-jh) - N_+(jh)N_-(-jh) = 0. \quad (9)$$

Это трансцендентное уравнение имеет действительное решение $h = h_0$, которое определяет продольное волновое число волны, распространяющейся вдоль оси z (см. рис. 1). Уравнение (9) является по сути дисперсионным уравнением этой волны. Амплитуда волны определяется оставшейся независимой константой A_1 или A_2 (см. систему (8)). Распределение полей в плоскости, перпендикулярной к оси z , описывается соотношениями (8), (7), (2) и (1). Найденная волна является краевой волной (КВ), поскольку напряженность ее полей максимальна вблизи края и убывает экспоненциально при удалении от него во всех направлениях.

После простых преобразований уравнение (9) приводится к виду, удобному для вычислений:

$$2 \operatorname{Arsech}(k_0/h) = \int_0^1 \ln \{ J[h^2 \sec^2(\alpha\pi/2)] \} d\alpha, \quad (10)$$

где

$$J(\xi) = \frac{1 + (\eta + \varepsilon_1 \gamma_0 / \varepsilon_0) / (\eta + \gamma_1^2 \varepsilon_0 / (\varepsilon_1 \gamma_0))}{1 + (\eta + \gamma_1^2 / \gamma_0) / (\eta + \gamma_0)}$$

$$\eta = \gamma_1 \operatorname{cth}(\gamma_1 l), \quad \gamma_n = \sqrt{\xi^2 - k_0^2 \varepsilon_n}$$

С помощью формул (10) проведены расчеты значений h_0 и определена их зависимость от параметров задачи. Результаты расчетов даны в виде графиков на рис. 2, где непрерывной кривой показана рассчитанная зависимость постоянной распространения КВ $h_0 l = 2\pi l / \Lambda$ от нормированной частоты $k_0 l = 2\pi l f / c$ для различных значений проницаемости подложки $\varepsilon_1 = 20, 0; 8, 8; 2, 2$. Как видно из графиков, КВ не имеет частоты отсечки. Кроме того, КВ более замедлена по сравнению с электрическими и магнитными поверхностными волнами в областях $x < 0$ и $x > 0$ и поэтому не взаимодействует с ними в однородной по оси z структуре. Исследование различных конструкций с целью определения области существования решения уравнения (9) показывает, что наличие одного или двух плоских экранов, расположенных параллельно на некотором (не равном нулю) расстоянии от диэлектрической пластины, не изменяет качественно описываемых явлений. Однако если расположить один из экранов на свободной поверхности подложки, то КВ в такой структуре существовать не будет, что физически объясняется появлением рядом с острым краем «среды», в которой распространяется ТЕМ-волна, еще более замедленная. КВ не существует также в том случае, если $\varepsilon_0 = \varepsilon_1$.

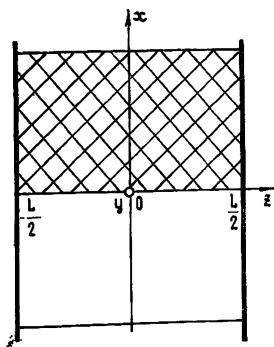


Рис. 3.

Рис. 3. Геометрия и обозначения размеров первого и третьего резонаторов. Отражающие поверхности расположены в плоскостях $z = L/2$ и $z = -L/2$.

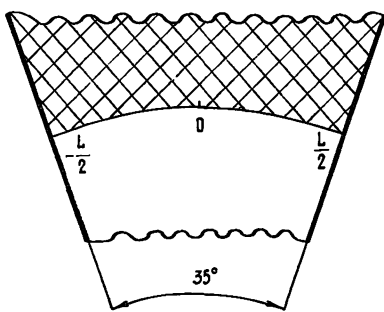


Рис. 4.

Рис. 4. Геометрия и обозначения размеров второго резонатора. Отражающие плоскости расположены под углом.

Для проведения экспериментальных исследований дисперсии КВ было изготовлено два резонатора. В качестве подложки использована диэлектрическая пластина толщиной l и проницаемостью $\varepsilon_1 = 8,8$ (по уточнению величины ε_1 проводились контрольные измерения). Первый резонатор представляет собой часть описанной выше структуры, ограниченной двумя параллельными проводящими плоскостями, перпендикулярными оси z и расположенными на расстоянии L (рис. 3) друг от друга. Второй резонатор отличается от первого формой края проводящей плоскости на поверхности подложки (во втором случае — это дуга окружности), расположением отражающих плоскостей, ограничивающих резонатор (они расположены под углом 35°), а также длиной резонансной области L (рис. 4). Измерения проводились в сантиметровом диапазоне. Длина резонаторов выбиралась достаточно большой для возможности исследования нескольких резонансов на каждом образце. Длина КВ определялась по количеству вариаций поля вдоль острого края $\Lambda = 2L/m$. Для первого резонатора $m = 8, 9, 10, 11$, для второго $m = 9, 11, 13$. Резонаторы исследовались при включении «на

проход». Связь осуществлялась с помощью двух емкостных зондов. Величина добротности резонансов изменялась в пределах от 80 до 160 в зависимости от связи. Погрешность измерения частоты не более трех процентов. Результаты этих измерений отмечены на графике рис. 2 крестиками и кружочками.

На отдельном образце проведено исследование распределения поля КВ. Измерения проводились в дециметровом диапазоне на резонаторе с одной вариацией поля $m=1$ — самое нижнее по частоте колебание. Форма и размеры подложки (рис. 3) выбирались так, чтобы все возможные резонансы не связанных с краем поверхностных волн имели более высокую частоту. Измеренная частота самого нижнего резонанса совпала с рассчитанной f_0 . На графике рис. 2 это соответствует отметке 1. Далее толщина пластины l была удвоена путем размещения на свободной поверхности подложки такой же диэлектрической пластины, но без каких-либо покрытий. КВ при этом замедлилась и резонанс сместился на частоту $0,86 f_0$, что на графике соответствует отметке 2. Перемещая последовательно один из штырей связи над обеими поверхностями подложки и измеряя величину коэффициента передачи на частоте резонанса, было проведено исследование распределения поля КВ для обоих отмеченных колебаний. В результате измерений зафиксировано, во-первых, наличие одной вариации поля вдоль волноведущего края, во-вторых, убывание напряженности поля во всех направлениях в плоскости нормальной к краю, в-третьих, отсутствие поля на другом остром крае проводящей плоскости, совмещенном с краем подложки, в-четвертых, напряженность поля на свободной поверхности подложки больше, чем на поверхности с проводником.

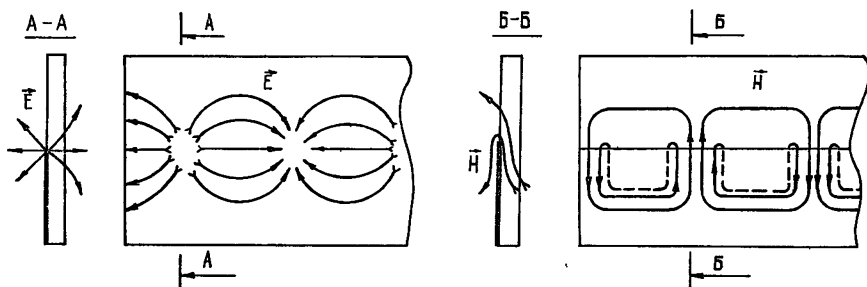


Рис. 5. Распределение полей стоячей краевой волны в открытой резонансной структуре с несколькими вариациями поля вдоль острого края.

На рис. 5 упрощенно показано распределение поля стоячей КВ в резонансной структуре с несколькими вариациями вдоль края. Проведенные теоретические и экспериментальные исследования свидетельствуют о том, что данная электромагнитная гибридная волна существует благодаря наличию особенности распределения продольных токов в окрестности острого края проводящей полуплоскости и свободной поверхности диэлектрической подложки. Последнее обстоятельство позволяет классифицировать ее как поверхностную. В заключение следует подчеркнуть отличие описанной краевой волны как собственного колебания в подвешенной полосковой структуре от краевых волн в физической теории дифракции [4, 5], являющихся неотъемлемой частью полного тока, индуцированного на поверхности тела падающей волной, или «реберных гармоник» [6], вводимых с целью учета краевых особенностей во всех полосковых структурах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вайнштейн Л. А. Теория дифракции и метод факторизации. — М.: Сов. радио, 1966.

2. Митра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. — М.: Мир, 1974.
3. Нобл Б. Метод Винера — Хопфа. — М.: ИЛ, 1962.
4. Уфимцев П. Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. — М.: Сов. радио, 1962.
5. Филиппов В. С. — Изв. вузов — Радиоэлектроника, 1985, 28, № 2, с. 61.
6. Никольский В. В. В кн.: VI Всесоюзный симпозиум по дифракции и распространению волн. — Ереван, 1973, кн. 1, с. 79.

Поступила в редакцию
5 августа 1985 г.

EDGE WAVES IN STRIP STRUCTURES

S. V. Zaitsev

Key problem for a complex strip element is considered. Eigenvalue problem for investigated structures is solved by Wiener — Hopf technique. Dispersion edge waves equation is found and transformed to easily calculated form. Experimental data received by resonance method and computer data is shown in the graph. Possible edge waves application is discussed.

ИНСТРУКЦИЯ ПО СОСТАВЛЕНИЮ РЕФЕРАТОВ

1. В реферате кратко излагается основное содержание статьи. Реферат должен дать читателю представление о характере освещаемой работы, оригинальности постановки вопроса, методике проведения исследования и его основных результатах.

2. Реферату должно предшествовать библиографическое описание в следующем виде: название статьи, фамилия и инициалы автора, название журнала, где помещается статья. Текст реферата начинается непосредственно с изложения существа работы без повторения заголовка. Форма изложения материала не обязательно должна повторять форму изложения оригинальной статьи.

3. Если оригинал содержит большое количество цифровых данных, их следует обобщить и систематизировать.

4. Средний объем реферата 1,5—2 страницы машинописного текста, отпечатанного через два интервала на белой писчей бумаге обычного формата (30×21) в двух экземплярах с полем 4 см с левой стороны.

5. Таблицы, схемы, графики и пр. могут быть включены в том случае, если они отражают основное содержание работы или сокращают текст реферата. Сообщение о наличии в реферируемой работе таблиц, схем, графиков, фотографий, карт, рисунков необходимо давать в конце реферата. Например, табл. 2, ил. 10.

6. Формулы приводятся только в том случае, если они необходимы для понимания статьи. Громоздкие математические выражения помещать не следует. Формулы следует вписывать четко, не изменяя принятых в оригинале обозначений величин. Формулы и буквенные обозначения вписываются черными чернилами во второй экземпляр. Вписывание формул и буквенных обозначений, а также исправление замеченных опечаток в первом экземпляре не делается.

7. В конце реферата в квадратных скобках указывается название учреждения или предприятия, в котором автор реферируемой работы (если эти данные приводятся в статье) провел работу. Подпись автора и дату написания реферата следует ставить в левом нижнем углу на обоих экземплярах реферата.