

УДК 537.8; 621.37

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ПОЛУПЛОСКОСТИ В ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЕ

В. Н. Красильников, А. В. Тюхтин

Рассматривается дифракция плоских электромагнитных волн различных поляризаций на полуплоскости, расположенной в движущейся недиспергирующей среде. Исследованы досветовой и сверхсветовой режимы движения среды.

В электродинамике движущихся сред подробно изучалось взаимодействие волн с плоскими границами раздела, но задачи дифракции затрагивались сравнительно редко [1-5]. В работах [3, 4] исследовалась дифракция на движущихся в вакууме полуплоскости и клине. В [5] изучалась дифракция на полуплоскости в движущейся замагниченной плазме, причем при таких условиях, когда поле подчиняется уравнению эллиптического типа независимо от скорости движения среды. Дифракционные задачи с уравнениями иных типов, которые возможны в электродинамике движущихся сред, в [5] не затрагивались.

1. Постановка задачи. Для изучения важнейших особенностей дифракции на идеально проводящей полуплоскости $z=0$, $x>0$, связанных с движением среды, целесообразно использовать простейшую модель последней. Пусть среда является недиспергирующей, не поглощающей, однородной и изотропной в системе покоя и характеризуется в этой системе показателем преломления $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ (ϵ , μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости). Постоянная во времени и пространстве скорость движения среды \mathbf{u} параллельна (или антипараллельна) оси x : $\mathbf{u} = u_x \mathbf{e}_x$.

Пусть падающее поле $\mathbf{E}^{(i)}$ представляет собой плоскую гармоническую ($\exp(-i\omega t)$) волну, волновой вектор $\mathbf{k}^{(i)}$ которой ортогонален ребру полуплоскости. Целесообразно рассматривать отдельно дифракцию волн E -поляризации ($E_{x,z} = D_{x,z} = H_y = B_y = 0$) и H -поляризации ($E_y = D_y = H_{x,z} = B_{x,z} = 0$), задавая соответственно $E_y^{(i)}$ или $H_y^{(i)}$ в виде

$$\{E_y^{(i)}, H_y^{(i)}\} = \exp(ik_x^{(i)} x + ik_z^{(i)} z), \quad (1)$$

Связанные друг с другом дисперсионным уравнением [6] компоненты $k_x^{(i)}$, $k_z^{(i)}$ предполагаются вещественными. Ориентация групповой скорости падающей волны $\mathbf{v}_g^{(i)}$ характеризуется углом $\theta_g^{(i)}$, отсчитываемым от положительного направления оси x . Будем считать, что $\pi < \theta_g^{(i)} < 2\pi$.

Для гармонического поля E -поляризации из уравнений Максвелла—Минковского [6, 7] вытекают соотношения

$$\begin{aligned} H_x &= \mu^{-1} B_x = ic(\omega\mu)^{-1} \partial E_y / \partial z, \\ H_z &= -i\mu^{-1} \gamma^2 [c\omega^{-1}(1-n^2\beta^2) \partial E_y / \partial x + i\beta_x(n^2-1) E_y], \\ B_x &= ic\omega^{-1} \partial E_y / \partial z, \quad B_z = -ic\omega^{-1} \partial E_y / \partial x, \\ D_y &= \mu^{-1} \gamma^2 [(n^2-\beta^2) E_y + ic\omega^{-1}(n^2-1)\beta_x \partial E_y / \partial x], \end{aligned} \quad (2)$$

где c — скорость света в вакууме, $\beta = u/c$, $\gamma^2 = 1 - \beta^2$. Аналогичные формулы для H -поляризации, согласно принципу перестановочной двойственности [7], получаются из (2) после замен: $E \rightarrow H$, $H \rightarrow -E$, $D \rightarrow B$, $B \rightarrow -D$, $\epsilon \rightleftharpoons \mu$.

Компоненты E_y , H_y вне полуплоскости подчиняются уравнению

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + (1 - n^2 \beta^2) \gamma^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2i \frac{\omega}{c} (n^2 - 1) \gamma^2 \beta_x \frac{\partial}{\partial x} + \omega^2 c^{-2} (n^2 - \beta^2) \gamma^2 \right] \times \{E_y, H_y\} = 0, \quad (3)$$

а на экране имеют место условия

$$E_y = \partial H_y / \partial z |_{z=0, x>0} = 0. \quad (4)$$

В качестве условия на бесконечности используем принцип излучения Мандельштама, применяя его к дифракционному полю $E^{(s)} = E - E^{(i)}$. В соответствии с ним в любой точке при $z \rightarrow +\infty$ проекция на ось z групповой скорости волны $E^{(s)}$ должна быть положительна, а при $z \rightarrow -\infty$ — отрицательна.

2. О применении принципа Мандельштама. Для того чтобы использовать принцип Мандельштама, нужно знать, какие из плоских волн, подчиняющихся (3), имеют положительную проекцию групповой скорости на ось z , а какие — отрицательную.

Решения вытекающего из (3) дисперсионного уравнения имеют вид

$$k_z = k_{z0,1}(k_x) = \mp \gamma \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} (n^2 - \beta^2) - 2 \frac{\omega}{c} (n^2 - 1) \beta_x k_x - (1 - n^2 \beta^2) k_x^2} \quad (5)$$

(радикал считаем положительным при положительном подкоренном выражении). Описываемая уравнением (5) кривая представляет собой эллипс при $n\beta < 1$, параболу при $n\beta = 1$ и гиперболу при $n\beta > 1$, а направления групповых скоростей ортогональны этой кривой [6]. Пользуясь данным фактом, легко найти $\text{sgn } v_{g0z}$ и $\text{sgn } v_{g1z}$ (v_{g0} и v_{g1} — групповые скорости волн, у которых $k_z = k_{z0}$ и $k_z = k_{z1}$ соответственно). Результаты приведены в табл. 1, где $k_{x1,2} = \omega(\beta_x \mp n) / [c(1 \mp n\beta_x)]$. Не указанным в таблице значениям k_x соответствуют неоднородные волны.

Таблица 1

$n\beta$	$\text{sgn } \beta_x$	k_x	$\text{sgn } v_{g0z}$	$\text{sgn } v_{g1z}$
< 1	любой	$k_{x1} < k_x < k_{x2}$	—	+
		$k_x < k_{x2}$	—	+
		$k_x > k_{x1}$	+	—
> 1	—	$k_x < k_{x2}$	+	—
		$k_x > k_{x1}$	—	+

Простейшим примером применения сведений из табл. 1 служит задача об отражении плоской волны от безграничного экрана $z = 0$. Если $k_x = k_x^{(i)}$, то одно из решений (5) дает $k_z^{(i)}$, а другое — $k_z^{(r)}$ ($k^{(i)}$, $k^{(r)}$ — волновые вектора падающей и отраженной волн соответственно). Поскольку, по предположению, $v_{gz}^{(i)} < 0$, а, согласно принципу Мандельштама, $v_{gz}^{(r)} > 0$, то соответствие между $k_z^{(i)}$, $k_z^{(r)}$, с одной стороны, и $k_{z0}(k_x^{(i)})$, $k_{z1}(k_x^{(i)})$, с другой, легко устанавливается с помощью табл. 1. Отметим, что направления групповых скоростей падающей и отраженной волн характеризуются углами $\theta_g^{(i)}$, $\theta_g^{(r)}$, для которых на базе результатов [6] можно получить

$$\text{ctg } \theta_g^{(r)} = v_{gx}^{(r)} / v_{gz}^{(r)} = [k_x^{(i)} + (n^2 - 1) \gamma^2 (\omega c^{-1} - \beta_x k_x^{(i)})] / k_z^{(r)}, \quad (6)$$

$$\theta_g^{(i)} = 2\pi - \theta_g^{(r)}$$

Если падающая волна взаимодействует с полуплоскостью $z=0$, $x>0$, то табл. 1 позволяет установить вид разложения по плоским волнам для дифракционного поля: в области $z>0$ в это разложение должны входить только те из распространяющихся волн, у которых $v_{gz}>0$, а в области $z<0$ — только те, у которых $v_{gz}<0$. Неоднородные волны, входящие в подобное разложение, должны экспоненциально убывать при $|z|\rightarrow\infty$.

3. Дифракция при досветовом движении среды. Прежде, чем решать задачу, целесообразно упростить (3), ликвидировав производную $\partial/\partial x$ с помощью введения функций

$$\{U, V\} = \{E_y, H_y\} \exp(i\omega c^{-1}\kappa\beta_x x), \quad (7)$$

где $\kappa = (n^2 - 1)/(1 - n^2\beta^2)$. Тогда вместо (3) получим уравнение

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\operatorname{sgn}(1 - n\beta)}{a^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + k^2 \operatorname{sgn}(1 - n\beta) \right] \{U, V\} = 0, \quad (8)$$

где $a = \sqrt{(1 - \beta^2)|1 - n^2\beta^2|^{-1}}$, $k = \omega nac^{-1}$. На полуплоскости должны выполняться условие Дирихле для U и Неймана для V , или условия

$$U^{(s)}|_{z=0, x>0} = -\exp(ik_x^{(i)} x + i\omega c^{-1}\kappa\beta_x x); \quad (9)$$

$$\partial V^{(s)} / \partial z|_{z=0, x>0} = -ik_z^{(i)} \exp(ik_x^{(i)} x + i\omega c^{-1}\kappa\beta_x x) \quad (10)$$

для дифракционных полей $U^{(s)} = U - U^{(i)}$, $V^{(s)} = V - V^{(i)}$ ($U^{(i)}$, $V^{(i)}$ связаны с $E_y^{(i)}$, $H_y^{(i)}$ соотношением (7)).

Если среда движется со скоростью, меньшей скорости света в неподвижной среде ($n\beta < 1$), то уравнение (8) после замены $x' = ax$ сводится к уравнению Гельмгольца. На основании результатов разд. 2 нетрудно видеть, что при $n\beta < 1$ для любой плоской волны $\operatorname{sgn} v_{gz} = \operatorname{sgn} v_{fz}$, где v_f — фазовая скорость, и, следовательно, можно использовать принцип Зоммерфельда. В качестве условий на ребре поставим обычные требования интегрируемости $|U|^2$, $|\nabla U|^2$, $|V|^2$, $|\nabla V|^2$ [8]. Таким образом, в координатном пространстве x' , z мы имеем обычные дифракционные задачи для волн обеих поляризации. Их решения представимы в виде [9]:

$$\begin{Bmatrix} U \\ V \end{Bmatrix} = \frac{\exp(ik\rho - i\pi/4)}{\sqrt{\pi}} \begin{Bmatrix} G(v_-) - G(v_+) \\ G(v_-) + G(v_+) \end{Bmatrix}, \quad (11)$$

где

$$G(v) = \exp(-iv^2) \int_v^\infty \exp(i\mu^2) d\mu, \quad v_{\mp} = -\sqrt{2k\rho} \cos[(\varphi \mp \varphi^{(i)})/2],$$

$$\rho = \sqrt{a^2 x'^2 + z^2}, \quad \cos \varphi = ax'/\rho, \quad \sin \varphi = z/\rho, \quad (12)$$

$$\cos \varphi^{(i)} = -(k_x^{(i)} + \omega c^{-1}\kappa\beta_x)/(ak), \quad \sin \varphi^{(i)} = -k_z^{(i)}/k.$$

Приведем асимптотики полученных решений при условиях $|v_{\mp}| \gg 1$, фактически означающих, что

$$\sqrt{k\rho} |\theta - \theta_g^{(i)(r)}| \gg 1, \quad (13)$$

где θ — угол, отсчитываемый от положительного направления оси x , а $\theta_g^{(i)(r)}$ определяются формулами (6). При этом $E_y = E_{gy} + E_{dy}$, $H_y = H_{gy} + H_{dy}$, где

$$\left\{ \begin{matrix} E_{gy} \\ H_{gy} \end{matrix} \right\} = \exp(ik_x^{(i)} x) \begin{cases} \exp(ik_z^{(i)} z) \mp \exp(ik_z^{(r)} z) & \text{при } 0 \leq \theta < \theta_g^{(r)} \\ \exp(ik_z^{(i)} z) & \text{при } \theta_g^{(r)} < \theta < \theta_g^{(i)}; \\ 0 & \text{при } \theta_g^{(i)} < \theta \leq 2\pi \end{cases} \quad (14)$$

$$\{E_{dy}, H_{dy}\} = \{U_d, V_d\} \exp(-i\omega c^{-1} \kappa \beta_x x); \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{matrix} U_d \\ V_d \end{matrix} \right\} \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k \rho}} \begin{cases} \sin(\varphi/2) \sin(\varphi^{(i)}/2) \\ -\cos(\varphi/2) \cos(\varphi^{(i)}/2) \end{cases} \frac{\exp(ik \rho + i\pi/4)}{\cos \varphi + \cos \varphi^{(i)}}. \quad (16)$$

В верхней строке (14) знак «—» относится к E_{gy} , а знак «+» — к H_{gy} . Выражения E_{gy}, H_{gy} представляют собой геометрикооптические приближения для E_y, H_y , а E_{dy}, H_{dy} — дифракционные поправки. Как видим, геометрикооптические границы $\theta = \theta_g^{(i)}, \theta = \theta_g^{(r)}$ расположены в соответствии с направлениями групповых скоростей падающей волны и волны, отраженной от безграничного экрана.

Как видно из (13), полученные асимптотики неприменимы вблизи от геометрикооптических границ, т. е. в областях полутени, характеризующихся угловой шириной

$$\Delta\theta \sim (\sqrt{\kappa r} \sqrt{a^2 \cos^2 \theta_g^{(i)} + \sin^2 \theta_g^{(i)}})^{-1}, \quad (17)$$

где $r = \sqrt{x^2 + z^2}$. Из (11) следует, что на самих границах выполняется «правило среднего арифметического»: полное поле на каждой из них равно среднему арифметическому от его геометрикооптических значений по обе стороны от границы.

Отметим качественно поведение полей в окрестности ребра. Если $k\rho \rightarrow 0$, то E_y обращается в нуль как $\sqrt{k\rho}$, а H_y стремится к $H_y^{(i)}$. Пользуясь (2), а также принципом перестановочной двойственности, легко показать, что все остальные компоненты полей и индукций обращаются в бесконечность как $1/\sqrt{k\rho}$. Таким образом, наиболее радикальные отличия от случая неподвижной среды обнаруживаются в поведении D_y, B_y (если $\beta = 0$, то на ребре $D_y = 0, B_y = B_y^{(i)}$).

Не выписывая выражений для поверхностных плотностей индуцируемых на экране тока I и заряда σ , укажем, что их поведение в окрестности ребра такое же, как и в неподвижной среде: $I_x \sim x^{1/2}, I_y \sim x^{-1/2}, \sigma \sim x^{-1/2}$.

4. Дифракция при сверхсветовом натекании среды на полуплоскость. Если среда движется со скоростью, превышающей скорость света в неподвижной среде ($n\beta > 1$), то (8) является уравнением Клейна—Гордона. Дифракционные поля $U^{(s)}, V^{(s)}$ должны удовлетворять кроме него граничным условиям (9), (10) и принципу Мандельштама.

Решения дифракционных задач будем искать в виде разложений по плоским волнам. Для распространяющихся волн, входящих в эти разложения, должно выполняться требование $z v_{gz} > 0$, а для неоднородных волн — требование экспоненциального убывания с ростом $|z|$. Пользуясь табл. 1 и соотношением (7), связывающим $E_y^{(s)}, H_y^{(s)}$ с $U^{(s)}, V^{(s)}$, нетрудно показать, что в режиме сверхсветового натекания ($n\beta > 1, \beta_x > 0$) разложения $U^{(s)}, V^{(s)}$ должны иметь вид

$$\left\{ \begin{matrix} U^{(s)} \\ V^{(s)} \end{matrix} \right\} = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{matrix} F_{\pm}(v) \\ G_{\pm}(v) \end{matrix} \right\} \exp[ik(axv \mp z\sqrt{v^2-1})] dv, \quad (18).$$

где верхний знак относится к области $z > 0$, нижний — к области $z < 0$. Здесь $\sqrt{v^2-1} > 0$ при $v > 1$, а разрез на комплексной плоскости v соединяет точки $v = -1$ и $v = 1$ (при этом $\sqrt{v^2-1} < 0$, если $v < -1$). Контур интегрирования в (18) обходит разрез снизу (рис. 1), что

обусловлено требованием убывания неоднородных волн с ростом $|z|$.
Остается найти $F_{\pm}(v)$ и $G_{\pm}(v)$. Рассмотрим сначала E -поляризацию. Граничное условие (9) означает, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} F_{\pm}(v) \exp(ika_x v) dv|_{x>0} = -\exp(ika_x v_i), \quad (19a)$$

где $v_i = (k_x^{(i)} + \omega c^{-1} \kappa \beta_x) / (ak)$. Из вида уравнения (8) и условия (9) вытекает четность $U^{(s)}$ по z и, следовательно, нечетность $\partial U^{(s)} / \partial z$. Однако так как $\partial U^{(s)} / \partial z$ должна быть непрерывна при $z=0$, $x<0$ (вследствие непрерывности $H_x^{(s)}$), то $\partial U^{(s)} / \partial z = 0$ на этой части плоскости, или

$$\int_{-\infty}^{\infty} F_{\pm}(v) \sqrt{v^2 - 1} \times \exp(ika_x v) dv|_{x<0} = 0. \quad (19b)$$

Решение парных интегральных уравнений (19a), (19b) легко «угадать»: $F_{\pm}(v) = -[2\pi i (v - v_i - i0)]^{-1}$. Окончательно получаем

$$U^{(s)}(x, z) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[ik(axv - |z|\sqrt{v^2 - 1})]}{v - v_i} dv, \quad (20)$$

причем контур интегрирования обходит разрез и полюс снизу (рис. 1).

В случае H -поляризации граничное условие (10) приводит к уравнению

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{v^2 - 1} G_{\pm}(v) \exp(ika_x v) dv|_{x>0} = \pm \sqrt{v_i^2 - 1} \exp(ika_x v_i). \quad (21a)$$

Вследствие нечетности $V^{(s)}$ по z (вытекающей из вида уравнения (8) и условия (10)) и непрерывности $V^{(s)}$ при $z=0$, $x<0$ (вытекающей из непрерывности $H_y^{(s)}$), получаем

$$V^{(s)}(x, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} G_{\pm}(v) \exp(ika_x v) dv|_{x<0} = 0. \quad (21b)$$

Решениями системы (21a), (21b) являются функции

$$G_{\pm}(v) = \pm \frac{1}{2\pi i} \frac{\sqrt{v_i^2 - 1}}{\sqrt{v^2 - 1} (v - v_i - i0)}.$$

Таким образом,

$$V^{(s)}(x, z) = \frac{\operatorname{sgn} z}{2\pi i} \sqrt{v_i^2 - 1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[ik(axv - |z|\sqrt{v^2 - 1})]}{(v - v_i) \sqrt{v^2 - 1}} dv, \quad (22)$$

где разрез и полюс обходятся снизу (рис. 1), а $\sqrt{v_i^2 - 1}$ определен так же, как и $\sqrt{v^2 - 1}$.

Поскольку $\sqrt{v^2 - 1} \rightarrow v$ при $|v| \rightarrow \infty$, то контур интегрирования в (20), (22) следует замыкать в область $\operatorname{Im} v < 0$, если $ax > |z|$, и в область $\operatorname{Im} v > 0$, если $ax < |z|$. Следовательно, $U^{(s)} = V^{(s)} = 0$ при $ax < |z|$, и полуплоскость влияет на падающее поле лишь в области $ax > |z|$

(рис. 2). Этот результат вполне естествен, ибо дифракционное поле индуцируется источниками, расположенными на экране, а поле любого точечного источника в сверхсветовом потоке отлично от нуля лишь в конической области с осью симметрии, параллельной β , и углом раствора $2 \arctg a$ [6].

Решения (20), (22) можно представить в ином виде. Заметим, что выражения для $\partial [U^{(s)} \times \exp(-ikaxv_i)]/\partial x$ и $\partial [V^{(s)} \times \exp(-ikaxv_i)]/\partial x$ являются известными интегралами [10]. После их интегрирования по x с учетом зануления $U^{(s)}, V^{(s)}$ при $ax < |z|$ получим

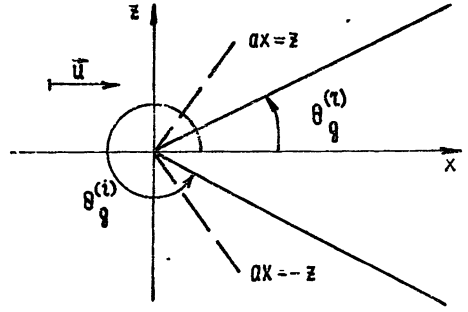


Рис 2.

$$U^{(s)} = \left\{ -\exp [ikv_i(ax - |z|)] + ak|z| \exp (ikav_ix) \times \right. \\ \left. \times \int_{a^{-1}|z|}^x \frac{J_1(k\sqrt{a^2x'^2 - z^2})}{\sqrt{a^2x'^2 - z^2}} \exp (-ikav_ix') dx' \right\} \eta(ax - |z|); \quad (23)$$

$$V^{(s)} = iak\sqrt{v_i^2 - 1} \exp (ikav_ix) (\operatorname{sgn} z)\eta (ax - |z|) \times \\ \times \int_{a^{-1}|z|}^x J_0(k\sqrt{a^2x'^2 - z^2}) \exp (-ikav_ix') dx', \quad (24)$$

где $\eta(\xi)$ — единичная функция Хевисайда.

Выражения (23), (24) удобны для исследования полей в окрестности границ области влияния экрана. При $k\sqrt{a^2x^2 - z^2} \ll 1$

$$U^{(s)} \approx -[1 + ikv_i(ax - |z|)] \eta (ax - |z|), \quad (25)$$

$$V^{(s)} \approx ik\sqrt{v_i^2 - 1} (ax - |z|) \eta (ax - |z|).$$

Таким образом, в случае E -поляризации решение разрывно: $U^{(s)}$ (а с нею и $E_y^{(s)}$) терпит разрыв при $ax = |z|$, а остальные компоненты ($H_{x,z}^{(s)}, B_{x,z}^{(s)}, D_y^{(s)}$) имеют особенности типа δ -функции. В случае H -поляризации $V^{(s)}$ (и $H_y^{(s)}$) непрерывна, а компоненты $E_{x,z}^{(s)}, D_{x,z}^{(s)}, B_y^{(s)}$ терпят разрыв при $ax = |z|$.

Отметим, что в случае E -поляризации в выражениях для плотности энергии и плотности потока энергии возникают неинтегрируемые особенности типа $\delta^2(ax - |z|)$. Это связано с идеализированными модельными представлениями, заложенными в постановке задачи. Как и в теории черенковского излучения, подобные трудности могут быть преодолены с помощью учета какого-либо фактора, «размазывающего» особенности при $ax = |z|$, например, частотной дисперсии или теплового движения. Подробное обсуждение этой проблемы выходит за рамки настоящей работы.

Асимптотическое исследование построенных решений удобно провести методом перевала на базе разложений (20), (22), сделав предварительно замену $v = \operatorname{ch} \chi$, ликвидирующую ветвящуюся функцию в подынтегральных выражениях. Не останавливаясь на выкладках, приведем асимптотики, справедливые при условии

$$k\sqrt{a^2x^2 - z^2} (\theta - \theta_g^{(i)(r)})^2 \gg 1, \quad (26)$$

где $\theta_g^{(l)(r)}$ определяются формулами (6).

Геометрооптическое приближение имеет вид (14), причем компоненты $k_z^{(l)}$, $k_z^{(r)}$ определяются согласно табл. 1 (иначе, нежели при $n\beta < 1$). Вывод о совпадении геометрооптических границ с направлениями групповых скоростей падающей и отраженной волн остается в силе, однако в отличие от случая $n\beta < 1$ эти границы могут лежать лишь в секторе $ax > |z|$ (рис. 2).

Асимптотики дифракционных поправок при условии (26) имеют вид

$$U_d = U_d^{(0)} + U_d^{(1)}, \quad V_d = V_d^{(0)} + V_d^{(1)}; \quad (27)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U_d^{(0)(1)} \\ V_d^{(0)(1)} \end{array} \right\} \approx \frac{i}{\sqrt{2\pi k}} \left\{ \begin{array}{l} \pm |\sin \varphi| \\ -\operatorname{sgn} z \sqrt{v_i^2 - 1} \sqrt{\cos 2\varphi} \end{array} \right\} \times \\ \times \frac{\exp(\pm ik \sqrt{a^2 x^2 - z^2} \pm i\pi/4)}{(\cos \varphi \mp \sqrt{\cos 2\varphi} v_i) \sqrt[4]{a^2 x^2 - z^2}}, \quad (28)$$

где φ определено согласно (12).

В окрестности геометрооптических границ $\theta = \theta_g^{(l)}$, $\theta = \theta_g^{(r)}$ существуют области полутени, в которых (28) неприменимо. Они характеризуются угловой шириной

$$\Delta\theta \sim (kr \sqrt{a^2 \cos^2 \theta_g^{(l)} - \sin^2 \theta_g^{(l)}})^{-1/2}. \quad (29)$$

Можно показать, что на самих границах выполняется «правило среднего арифметического» (см. разд. 3).

В заключение данного раздела отметим, что поведение поверхностного тока I и заряда σ в окрестности ребра совершенно отлично от случая $n\beta < 1$: I_y имеет на ребре особенность типа δ -функции, I_x стремится к нулю пропорционально расстоянию до ребра, а σ на ребре конечно.

5. Дифракция при сверхсветовом стекании среды с полуплоскости.

В данном режиме, т. е. при $n\beta_x < -1$, задачу дифракции для обеих поляризаций можно решать также, как и в разд. 4, только согласующиеся с принципом Мандельштама разложения по плоским волнам должны выглядеть иначе. Другим путем построения решения является использование теоремы Бабиня, которую легко обобщить на случай движущейся среды. Приведем ее без доказательства.

Пусть V_I — полное поле в задаче дифракции H -волны на дополнительном экране $z=0$, $x < 0$, а $U^{(s)}$ — дифракционное поле в задаче дифракции E -волны на основном экране $z=0$, $x > 0$, и пусть в обеих задачах одинаковы как падающие поля ($V_I^{(i)} = U^{(i)}$), так и скорости движения среды. Тогда в области $z < 0$ $U^{(s)} = -V_I$. Идентичное утверждение имеет место для $V^{(s)}$ и U_I . После нахождения $U^{(s)}$ и $V^{(s)}$ при $z < 0$ их легко определить и в области $z > 0$, воспользовавшись четностью $U^{(s)}$ и нечетностью $V^{(s)}$.

Приведем основные результаты для случая $n\beta_x < -1$.

Дифракционные поля представимы в виде следующих разложений по плоским волнам:

$$U^{(s)} = - \frac{\sqrt{v_i^2 - 1}}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp [ik(axv + |z| \sqrt{v^2 - 1})]}{\sqrt{v^2 - 1} (v - v_i)} dv; \quad (30)$$

$$V^{(s)} = \frac{\operatorname{sgn} z}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp [ik(axv + |z| \sqrt{v^2 - 1})]}{v - v_i} dv, \quad (31)$$

где контур интегрирования обходит разрез сверху, а полюс снизу (рис. 3). Радикалы $\sqrt{v^2-1}$, $\sqrt{v_i^2-1}$ определены так же, как и в разд. 4. Точные решения (30), (31) можно представить также в виде

$$\begin{aligned}
 U^{(s)} = & -\exp [ik(av_i x + \\
 & + \sqrt{v_i^2-1} |z|)] + iak \sqrt{v_i^2-1} \times \\
 & \times \exp (ikav_i x) \eta (-ax - |z|) \times \\
 & \int_{-a^{-1}|z|}^x J_0(k\sqrt{a^2x'^2 - z^2}) \times \\
 & \times \exp (-ikav_i x') dx';
 \end{aligned} \quad (32)$$

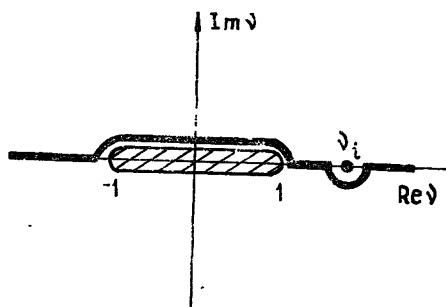


Рис. 3.

$$\begin{aligned}
 V^{(s)} = & \operatorname{sgn} z \exp (ikav_i x) \left\{ \exp (ik\sqrt{v_i^2-1} |z|) - \right. \\
 & - \left[\exp (ikv_i |z|) + ak |z| \int_{-a^{-1}|z|}^x \frac{J_1(k\sqrt{a^2x'^2 - z^2})}{\sqrt{a^2x'^2 - z^2}} \times \right. \\
 & \left. \left. \times \exp (-ikav_i x') dx' \right] \eta (-ax - |z|) \right\}.
 \end{aligned} \quad (33)$$

Отсюда видно, что в области $ax > -|z|$ решения такие же, как и в случае безграничного экрана. В частности, при $ax > z$, $z < 0$, полное поле точно равно нулю (зона абсолютной тени). Влияние края экрана сказывается только при $ax < -|z|$ (рис. 4).

На границах области влияния края $ax = -|z|$ в случае E -поляризации компонента $E_y^{(s)}$ непрерывна, а остальные компоненты терпят разрыв. В случае H -поляризации $H_y^{(s)}$ терпит разрыв, а остальные компоненты имеют особенности типа $\delta(ax + |z|)$.

Геометрооптическое приближение имеет вид (14), где $k_z^{(l)}$, $k_z^{(r)}$ определяются согласно табл. 1. При $ax > -|z|$ оно совпадает с точным решением. Дифракционные поправки при условии (26) в области $ax < -|z|$ приближенно равны:

$$U_a = U_a^{(0)} + U_a^{(1)}, \quad (34)$$

$$V_a = V_a^{(0)} + V_a^{(1)};$$

$$\begin{aligned}
 \cdot \left\{ \frac{U_a^{(0,1)}}{V_a^{(0,1)}} \right\} \approx & \frac{i}{\sqrt{2\pi k}} \left\{ \frac{\sqrt{v_i^2-1} \sqrt{\cos 2\varphi}}{\mp \sin \varphi} \right\} \times \\
 \times & \frac{\exp (\pm ik\sqrt{a^2x^2 - z^2} \pm i\pi/4)}{(|\cos \varphi| \pm v_i \sqrt{\cos 2\varphi})^4 \sqrt{a^2x^2 - z^2}}.
 \end{aligned} \quad (35)$$

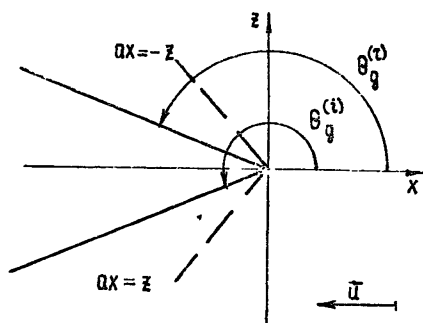


Рис. 4.

На геометрооптических границах $\theta = \theta_g^{(l)}$, $\theta = \theta_g^{(r)}$ (лежащих в пределах области $ax < -|z|$), как обычно, выполняется «правило среднего арифметического».

Индукцируемый на полуплоскости ток при любой поляризации неотличим от тока, наводимого тем же падающим полем на безграничном экране. Поверхностная плотность заряда, который возникает только при H -поляризации, отличается от случая безграничного экрана δ -образной особенностью на ребре.

Полученные в настоящей работе результаты свидетельствуют о своеобразии дифракции на полуплоскости в движущейся среде, особенно при сверхсветовом движении последней, когда поле подчиняется уравнению гиперболического типа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Solimeno S — Alta Frequenza, 1974, 43, № 12, p. 1005.
2. Solimeno S. — Alta Frequenza, 1974, 43, № 12, p. 1010.
3. Айвазян Ю. М., Мергелян О. С. — Изв. АН АрмССР. Сер. Физика, 1970, № 5, с. 88.
4. Tsandoulas G. N. — Radio Sci., 1968, 3, № 9, p. 887.
5. Тапп Н. С. — Int. J. Electronics, 1976, 40, № 2, p. 137.
6. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. — Эйнштейновский сборник — 1974. — М.: Наука, 1976. — с. 179.
7. Столяров С. Н. — Эйнштейновский сборник. — 1975—1976. — М.: Наука, 1978. — с. 152.
8. Ваганов Р. Б., Каценеленбаум Б. З. Основы теории дифракции. — М.: Наука, 1982.
9. Борн М., Вольф В. Основы оптики. — 2-е изд. — М.: Наука, 1973.
10. Морс Ф. М. К., Фешбах Г. Методы теоретической физики. — М.: ИЛ, 1958, т. 1, с. 790.

Ленинградский государственный университет

Поступила в редакцию
10 июня 1986 г.

DIFFRACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY A HALF-PLANE IN MOVING MEDIUM

V. N. Krasil'nikov, A. V. Tyukhtin

Diffraction of plane electromagnetic waves of both polarisations by a half-plane placed in a moving nondispersive medium has been considered. Sub- and super-light cases of medium motion have been investigated.
