

УДК 621.378.325

## СТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОВАЯ ДЕФОКУСИРОВКА ЧАСТИЧНО КОГЕРЕНТНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ

*В. В. Колосов, М. Ф. Кузнецов*

Рассмотрено тепловое самовоздействие частично когерентных лазерных пучков на основе решения уравнения переноса яркости излучения. Решение задачи получено в прилучевом приближении, являющимся развитием метода приосевого приближения, сведением к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Обсуждаются условия применимости прилучевого приближения. Рассматривается изменение пространственной когерентности излучения.

Стационарное тепловое самовоздействие частично когерентных лазерных пучков ранее уже исследовалось в работах ряда авторов. Так, в [1,2] решение задачи проводилось аналитически в рамках метода возмущений, численное исследование теплового самовоздействия методом Монте-Карло осуществлено в [3,4]. Работы [5,6] посвящены экспериментальному исследованию данного вопроса. Описание теплового самовоздействия в [7,8] было выполнено на основе численного решения замкнутого нелинейного уравнения для второго момента. Приближенным следствием этого уравнения является уравнение переноса излучения (УПИ). Алгоритм решения УПИ, реализованный в [9,10], достаточно прост и надежен. Границы применимости УПИ исследовались в [10]. Показано, что данное уравнение имеет широкие возможности в описании рефракции как когерентных, так и частично когерентных лазерных пучков.

При тех же физических предположениях, что и в [8], стационарное тепловое самовоздействие интенсивных световых пучков описывается путем совместного решения уравнения переноса для фурье-образа функции когерентности и стационарного уравнения теплопроводности, записанных в нормированных переменных:

$$\frac{\partial J(z, \mathbf{R}_\perp, \mathbf{x})}{\partial z} + \mathbf{x} \nabla_{\mathbf{R}_\perp} J + \frac{E_r}{2} \nabla_{\mathbf{R}_\perp} \varepsilon(z, \mathbf{R}_\perp) \nabla_{\mathbf{x}} J = 0; \quad (1a)$$

$$\frac{\partial^2 T(z, \mathbf{R}_\perp)}{\partial R_\perp^2} + \frac{1}{R_\perp} \frac{\partial T(z, \mathbf{R}_\perp)}{\partial R_\perp} = W(z, \mathbf{R}_\perp), \quad (16)$$

где  $W(z, \mathbf{R}_\perp)$  — интенсивность излучения,  $E_r$  — параметр рефракции, равный квадрату отношения длины дифракции, определяемой с учетом частичной когерентности излучения, к рефракционной длине.

Решение уравнения (1a) для интенсивности может быть записано в виде

$$W(z_0, \mathbf{R}_{\perp 0}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{x}_0 J(z_0, \mathbf{R}_{\perp 0}, \mathbf{x}_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{x}_0 J_0(\tilde{\mathbf{R}}_\perp(z=0), \tilde{\mathbf{x}}(z=0)), \quad (2)$$

где характеристика  $\tilde{\mathbf{R}}_\perp(z)$  является решением уравнения

$$\frac{d^2 \tilde{\mathbf{R}}_\perp(z)}{dz^2} = \frac{E_r}{2} \nabla_{\mathbf{R}_\perp} \varepsilon(z, \tilde{\mathbf{R}}_\perp(z)) \quad (3)$$

с начальными условиями

$$\tilde{R}_{\perp}(z_0) = R_{\perp 0}, \quad d\tilde{R}_{\perp}(z_0)/dz = \alpha_0. \quad (4)$$

При выполнении определенных условий [11] основной вклад в интенсивность в точке приема  $(z_0, R_{\perp 0})$  будет давать пучок лучей, распространяющихся в узком, по сравнению с радиусом пучка, конусе.

Положение конуса определяется характеристикой  $\tilde{r}(z)$ , проходящей через точку  $(z_0, \tilde{R}_{\perp 0})$  и пересекающей плоскость излучения под прямым углом к фазовому фронту. Тогда произвольную характеристику, принадлежащую этому конусу, можем записать в виде  $\tilde{R}(z) = \tilde{r}(z) + \delta\tilde{R}(z)$ , где вариация  $\delta\tilde{R}(z)$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2 \delta\tilde{R}(z)}{dz^2} = \frac{E_r}{2} (\delta\tilde{R}(z) \nabla_{R_{\perp}} \nabla_{R_{\perp}} \varepsilon(z, \tilde{r}(z))) \quad (5)$$

с начальными условиями, заданными в плоскости приема излучения,

$$\delta\tilde{R}(z_0) = 0, \quad d\delta\tilde{R}(z_0)/dz = \alpha_0 - \tilde{\lambda}(z_0) = \Delta\alpha,$$

где  $\tilde{\lambda}(z) = d\tilde{r}(z)/dz$ .

Как следует из (5), решение строится путем разложения диэлектрической проницаемости около характеристики  $\tilde{r}(z)$  в ряд Тейлора до квадратичных членов. На возможность построения решения подобным путем было указано в [12]. Аналогичное разложение около осевого луча используется в широко применяемом методе приосевого (безабберационного) приближения. Ниже на численном примере будет показано, что метод прилучевого (по аналогии с приосевым) приближения позволяет описывать абберации излучения, распространяющегося в рефракционной среде.

Предполагая, что направление градиента диэлектрической проницаемости не меняется вдоль луча и совпадает с направлением оси  $Ox$ , решение (3) можно представить в виде

$$\tilde{X}(z) = \tilde{x}(z) + \Delta\kappa_x(z) u_x(z), \quad \tilde{Y}(z) = \tilde{y}(z) + \Delta\kappa_y(z) u_y(z), \quad (6)$$

где  $\tilde{R}(z) = \{\tilde{X}(z), \tilde{Y}(z)\}$ ,  $\tilde{r}(z) = \{\tilde{x}(z), \tilde{y}(z)\}$ , а  $u_j(z)$  есть решение (5) с начальными условиями  $u_j(z_0) = 0$ ,  $u'_j(z_0) = 1$  ( $j = x, y$ ). Тогда интенсивность в прилучевом приближении будет определяться следующим образом [13]:

$$W(z, x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} d\Delta\kappa_x d\Delta\kappa_y J_0(\tilde{x}(0) + \Delta\kappa_x u_{0x}, \quad (7)$$

$$\tilde{\lambda}_x(0) + \Delta\kappa_x u'_{0x}; \quad \tilde{y}(0) + \Delta\kappa_y u_{0y}, \quad \tilde{\lambda}_y(0) + \Delta\kappa_y u'_{0y}),$$

где

$$u_{0j} = u_j(0), \quad u'_{0j} = u'_j(0) \quad (j = x, y).$$

Выражение (7) совместно с решениями уравнений (3) и (5) позволяет определить интенсивность в плоскости приема для произвольного начального профиля интенсивности. В выражении (7) удобно перейти к функциям  $v_{ij}(z)$  ( $i = 1, 2$ ;  $j = x, y$ ), являющимся решением (5) с начальными условиями вида

$$v_{1j}(0) = 1, \quad v'_{1j}(0) = 0, \quad v_{2j}(0) = 0, \quad v'_{2j}(0) = 1. \quad (8)$$

Тогда для гауссова пучка на входе в среду  $J_0(x, \kappa_x; y, \kappa_y) = (1/\pi) \exp[-x^2 - (\kappa_x - x/F)^2 - y^2 - (\kappa_y - y/F)^2]$  выражение для определения интенсивности запишется следующим образом:

$$W(z, x, y) = \exp \left[ -\frac{x_0^2 v_{1x}^2(z, x, y)}{g_x^2(z, x, y)} - \frac{y_0^2 v_{1y}^2(z, x, y)}{g_y^2(z, x, y)} \right] \times \quad (9)$$

$$\times [g_x(z, x, y) g_y(z, x, y)]^{-1},$$

где  $x_0 = \tilde{x}(0)$ ,  $y_0 = \tilde{y}(0)$ , а эффективная безразмерная ширина пучка имеет вид

$$g_x^2(z, x, y) = \left[ v_{ix}(z, x, y) - \frac{v_{2x}(z, x, y)}{F} \right]^2 + \frac{v_{2x}^2(z, x, y)}{E_r}, \quad (10)$$

$$g_y^2(z, x, y) = \left[ v_{iy}(z, x, y) - \frac{v_{2y}(z, x, y)}{F} \right]^2 + \frac{v_{2y}^2(z, x, y)}{E_r}.$$

В выражениях (9), (10) продольная координата нормирована на длину рефракции.

Таким образом, задача определения интенсивности в плоскости приема, так же как и в приосевом приближении, сводится к нахождению решений следующей системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с начальными условиями (4) и (8):

$$d^2 \tilde{r}(z)/dz^2 = (1/2) \nabla_{R \perp} \varepsilon(z, \tilde{r}(z)),$$

$$\frac{d^2 v_{ix}(z, x, y)}{dz^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varepsilon(z, \tilde{r}(z))}{\partial x^2} v_{ix}(z, x, y), \quad (11)$$

$$\frac{d^2 v_{iy}(z, x, y)}{dz^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varepsilon(z, \tilde{r}(z))}{\partial y^2} v_{iy}(z, x, y) \quad (i=1,2),$$

совместно с материальным уравнением, определяющим возмущение диэлектрической проницаемости.

На оси пучка решения в приосевом и прилучевом приближениях совпадают. Однако в отличие от приосевого приближения, в котором положение конуса лучей, дающего основной вклад в интенсивность, определяется осевым лучом, в прилучевом приближении положение конуса для произвольной точки определяется решением уравнения (3). Подобие в построении обоих приближений определяет и подобие в границах их применимости. Условие применимости этих приближений можно записать в виде [13]

$$(v_{2j}(z)/v_{1j}(z))/E_r^{1/2} \ll 1 \quad (j=x, y). \quad (12)$$

Отсюда следует, что при  $E_r \rightarrow \infty$  последнее неравенство выполняется более точно и, следовательно, решение в прилучевом приближении стремится к точному решению.

В [13] показано, что при  $E_r \rightarrow \infty$  решение уравнения переноса (9) совпадает с решением, даваемым геометрической оптикой. В этом случае для коллимированного пучка выражение (9) и система (11) существенно упрощаются. Однако и в этом случае предельная дистанция  $z_{\text{пр}}$  ограничена условием

$$v_{1j}(z_{\text{пр}}) = 0, \quad (13)$$

которое следует из (12) и является условием образования каустик.

Решение стационарного уравнения теплопроводности (16), выраженное через функцию Грина для данной задачи, запишется следующим образом:

$$T(z, R_{\perp}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\rho W(z, \rho) \ln \frac{1}{|R_{\perp} - \rho|}. \quad (14)$$

Из (14) следует выражение для градиента температуры, определяющего дефокусировку пучка,

$$\partial T(z, R_{\perp}) / \partial R_{\perp} = (1/R_{\perp}) \int_0^{R_{\perp}} \rho W(z, \rho) d\rho. \quad (15)$$

С учетом последнего соотношения система (11) для нахождения интенсивности коллимированного пучка в плоскости  $y=0$  запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned} d^2 \tilde{x}(z) / dz^2 &= 2I(z, x_0) / \tilde{x}(z), \\ \frac{d^2 v_{ix}(z)}{dz^2} &= 2v_{ix}(z) \left\{ \frac{\exp[-(x_0^2 v_{1x}^2(z) / g_x^2(z))]}{g_x(z) g_y(z)} - \frac{I(z, x_0)}{\tilde{x}^2(z)} \right\}, \\ \frac{d^2 v_{iy}(z)}{dz^2} &= \frac{2v_{iy}(z)}{\tilde{x}^2(z)} I(z, x_0) \quad (i=1, 2), \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$I(z, x_0) = \int_0^{x_0} \tilde{x}(z) v_{ix}(z) \frac{\exp[-x_0^2 v_{1x}^2(z) / g_x^2(z)]}{g_x(z) g_y(z)} dx_0.$$

При определении интенсивности на оси пучка (16) сводится к системе двух уравнений:

$$\frac{d^2 v_{ix}(z)}{dz^2} = \frac{v_{ix}(z)}{g_x^2(z)} \quad (i=1, 2). \quad (17)$$

В (16) осуществлен переход от интегрирования в плоскости приема к интегрированию в плоскости излучения с учетом соотношения  $\tilde{\delta x}(z) = v_{ix}(z) \tilde{\delta x}(0)$ , что позволило выполнить вычисления на равномерной сетке и избежать интерполяции значений функций в межузловых точках. Отметим также, что в правых частях выражений (16) отсутствует дифференцирование.

Системы (16), (17) решались методом Рунге—Кутты, а интеграл в правых частях (16) считался методом трапеций. В процессе счета контролировалось выполнение закона сохранения энергии. Время счета задачи для одного значения параметра рефракции на ЭВМ БЭСМ-6 составляло около 8 с.

Результаты расчета профилей интенсивности излучения при различных значениях параметра рефракции  $E_r$  и в приближении геометрической оптики представлены на рис. 1а. Видно, что с ростом параметра рефракции решение уравнения переноса для интенсивности выходит на решение, даваемое геометрической оптикой. На дистанциях, превышающих две длины рефракции, на профиле интенсивности образуется характерное абберационное кольцо. Для сравнения на рис. 1б пунктирной линией приведены результаты работы [8]. Сплошной линией изображены профили интенсивности, полученные в прилучевом приближении при тех же условиях. На больших дистанциях ( $z=0,12 ka^2$ ) отличие существенно лишь в приосевой области пучка. Превышение энергии пучка по сравнению с первоначальным значением, обусловленное приближенностью используемого метода, в нашем случае на этой дистанции составляло около 3%. Существенно также, что профи-

ли интенсивности, полученные в прилучевом приближении, имеют более плавный характер и абберационная структура пучка проявляется на больших дистанциях. Заметим, что для керровской модели нелинейности абберационные изменения на профиле интенсивности проявляются на дистанциях порядка одной длины рефракции. Последнее обстоятельство обусловлено большими значениями градиента диэлектрической проницаемости для сред с кубичной нелинейностью.

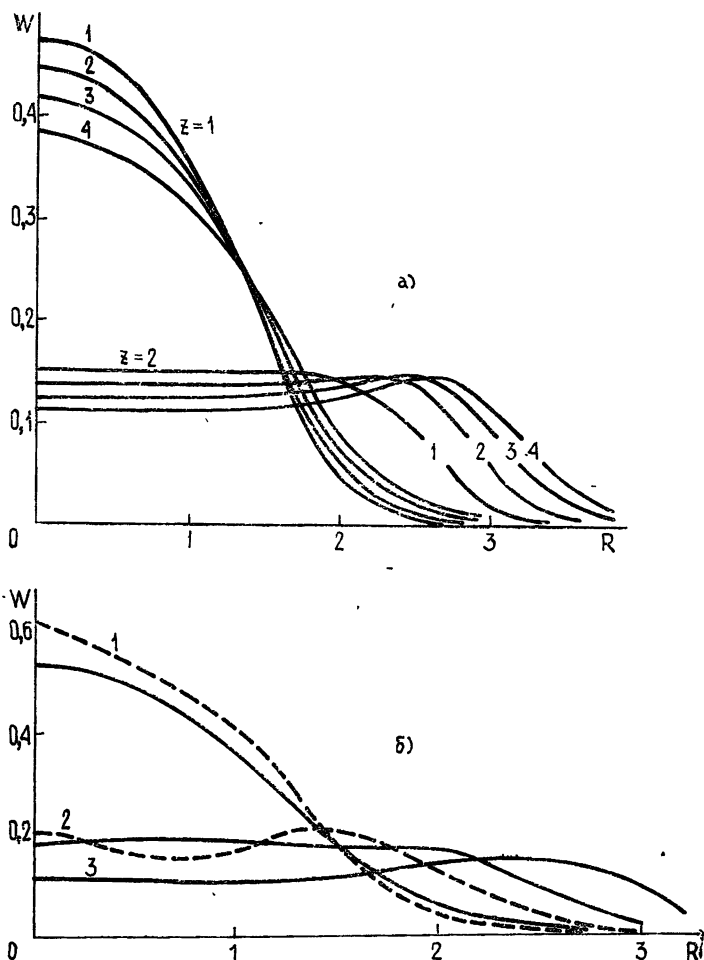


Рис. 1. Эволюция профиля интенсивности пучка с расстоянием при различных значениях параметра рефракции:

а) приближение геометрической оптики (1),  $E_r=10$  (2),  $E_r=4$  (3),  $E_r=2,353$  (4); б)  $E_r=2,353$ , штриховая линия — результаты работы [8], сплошная — прилучевое приближение,  $z=0,12ka_0^2$  (1),  $z=0,24ka_0^2$  (2),  $z=0,3ka_0^2$  (3).

На рис. 2 представлена зависимость интенсивности излучения на оси пучка от расстояния. Как уже отмечалось выше, полученные значения интенсивности совпадают с решением, полученным в приосевом приближении.

Была рассчитана также эффективная ширина пучка, определяемая по формуле:

$$a_{\text{эфф}}^2(z) = (2/\pi) \iint_{-\infty}^{\infty} x^2 W(z, x, y) dx dy.$$

Результаты расчетов представлены на рис. 3.

Исследовалось также изменение пространственной когерентности пучка при тепловом самовоздействии. Используя определение площади когерентности

$$S_k(z, R_{\perp}) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(z, R_{\perp}, \rho) d\rho}{\Gamma(z, R_{\perp}, \rho = 0)} = \frac{(2\pi)^2 J(z, R_{\perp}, \kappa_m)}{W(z, R_{\perp})},$$

где  $\Gamma(z, R_{\perp}, \rho)$  — функция когерентности второго порядка,  $\kappa_m$  — направление максимальной яркости, получим выражение для радиуса пространственной когерентности, нормированного на свое начальное значение:

$$r_k(z, \tilde{R}_{\perp}(z)) = [W(0, \tilde{R}_{\perp}(0))/W(z, \tilde{R}_{\perp}(z))]^{1/2}. \quad (18)$$

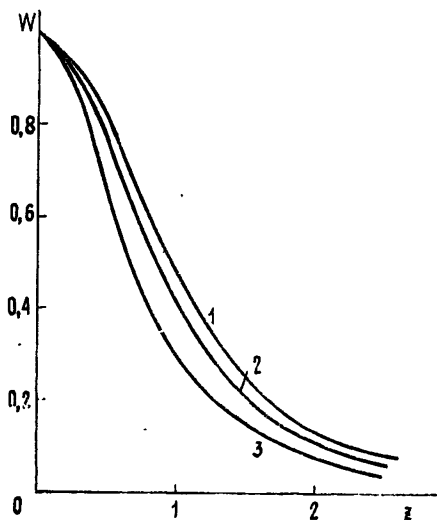


Рис. 2.

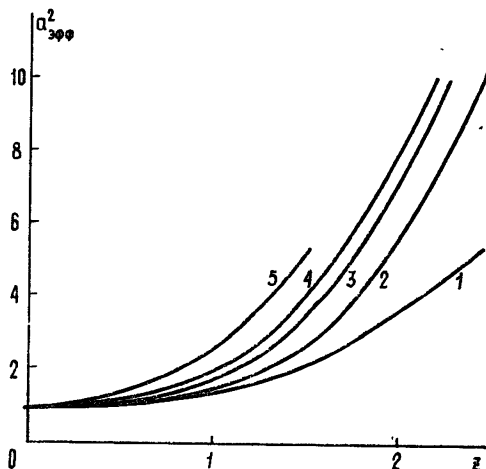


Рис. 3

Рис. 2. Изменение интенсивности на оси пучка с расстоянием (приближение геометрической оптики (1),  $E_r=4$  (2),  $E_r=1$  (3)).

Рис. 3. Зависимость квадрата эффективной ширины от дистанции ( $E_r=1$  (5), остальные обозначения те же, что на рис. 1).

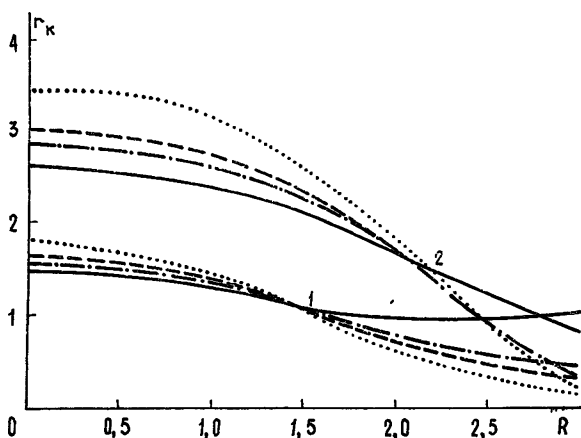


Рис. 4. Изменение нормированного радиуса когерентности с расстоянием ( $z=1$  (1),  $z=2$  (2), сплошная линия — приближение геометрической оптики, штрихпунктирная —  $E_r=4$ , штриховая —  $E_r=2,353$ , пунктирная —  $E_r=1$ ).

Из рис. 4, иллюстрирующего расчеты по формуле (18), видно, что дефокусировка в приосевой области пучка приводит к увеличению

радиуса пространственной когерентности, а на периферии пучка в местах локальных абберационных фокусировок радиус пространственной когерентности уменьшается. При этом на периферии пучка на небольших расстояниях в приближении геометрической оптики изменение радиуса пространственной когерентности незначительно, что обусловлено слабым самовоздействием в этой области.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бабиченко С. М., Кандидов В. П. — Квантовая электроника, 1984, 11, № 7, с. 1372.
2. Гочелашвили К. С., Чашей И. В., Шишов В. И. — Квантовая электроника, 1980, 7, № 10, с. 2077.
3. Алешкевич В. А., Лебедев С. С., Матвеев А. Н. — Квантовая электроника, 11, № 7, с. 1459.
4. Алешкевич В. А., Лебедев С. С., Матвеев А. Н. — Квантовая электроника, 1982, 9, № 10, с. 2066.
5. Мякинин В. А. и др. Тезисы докладов XIV Всесоюзной конференции по распространению радиоволн. — М.: Наука, 1984, ч. 2, с. 170.
6. Сигал Г. Б., Сорокин Ю. М. — ЖТФ, 1980, 50, № 4, с. 832.
7. Алешкевич В. А. и др. — Квантовая электроника, 1982, 9, № 1, с. 134.
8. Алешкевич В. А., Лебедев С. С., Матвеев Л. Н. — Изв. вузов. — Радиофизика, 1982, 25, № 11, с. 1368.
9. Колосов В. В., Кузиковский А. В. — Квантовая электроника, 1981, 8, № 3, с. 490.
10. Колосов В. В., Кузиковский А. В. Тезисы докладов VII Всесоюзного симпозиума по распространению лазерного излучения в атмосфере. — Томск, 1983, с. 172.
11. Колосов В. В., Кузиковский А. В. Тезисы докладов VII Всесоюзного симпозиума по распространению лазерного излучения в атмосфере. — Томск, 1983, с. 168.
12. Землянов А. А., Кузиковский А. В. Тезисы докладов V Всесоюзного симпозиума по распространению лазерного излучения в атмосфере. — Томск, 1979, ч. 3, с. 69.
13. Колосов В. В., Кузнецов М. Ф. Тезисы докладов VIII Всесоюзного симпозиума по лазерному и акустическому зондированию атмосферы. — Томск, 1984, ч. 1, с. 327.

Институт оптики атмосферы  
СО АН СССР

Поступила в редакцию  
1 октября 1985 г.

#### STATIONARY THERMAL DEFOCUSING OF PARTIALLY COHERENT LASER BEAMS

*V. V. Kolosov, M. F. Kuznetsov*

The thermal self-action of partially coherent laser beams is considered based on the solution of the irradiance-transfer equation. The problem is solved in the near-ray approximation which develops the method of near-axis approximation. In contrast to the near-axis approximation in the near-ray one the substitution of a real profile of dielectric constant by a parabolic one is carried out not only for an axial beam but also for a random one. In the given approximation the solution of the problem has been reduced to the solution of the set of conventional differential equations. The problems on applicability of the near-ray approximation are discussed. The variation of the beam spatial coherence is considered.