ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXX, № 9 РАДИОФИЗИКА 1987

УДК 533.951

О ВОЗБУЖДЕНИИ ПЛАЗМЕННОГО РЕЗОНАНСА СТОРОННИМ ИСТОЧНИКОМ В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ. II. ИСТОЧНИК В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

Е. А. Мареев, Ю. В. Чугунов

Найдены потери энергии и структура квазистационарного поля дипольного источника, возбуждающего резонансные колебания в неоднородном слое замагниченной плазмы. Показано, что величина потерь существенно зависит от геометрии системы (расстояния от источника до резонансной области, взаимной ориентации градиента неоднородности, дипольного момента и магнитного поля) и степени неоднородности среды.

В первой части настоящей работы [1] исследовалась структура поля стороннего источника, эффективно возбуждающего электростатические колебания в однородной магнитоактивной плазме. Во второй части рассматривается задача о пространственном распределении поля и энергии излучения источника в аналогичных (резонансных) условиях с учетом неоднородности среды. В данном случае собственные колебания плазмы могут возбуждаться источником не только вблизи характеристической поверхности типа резонансного конуса, но и в других областях пространства, появление которых обусловлено неоднородностью среды. Задачи подобного рода, рассмотренные ранее [2–6], далеко не исчерпывают круга относящихся сюда вопросов. Так, требуют дальнейшего изучения вопросы о величине резонансных потерь источника в неоднородной среде, о распределении областей поглощения излучаемой энергии по объему плазмы, окружающей источник, и ряд других.

Некоторые особенности, которыми характеризуется влияние неоднородности на структуру поля и резонансные потери источника, рассматриваются в настоящей работе на примере плоскослоистой замагниченной плазмы ($\omega_{He} \gg \omega_{pe}$, ω, где ω_{pe} и ω_{He} — ленгмюровская и гирочастота электронов, ω — частота излучения). Всюду в дальнейшем используется квазиэлектростатическое приближение, что предполагает малость всех характерных масштабов задачи по сравнению с длиной волны электромагнитной моды λ. В этом приближении электрическое поле $\boldsymbol{E} = -\nabla\psi$, где ψ — потенциал, комплексная амплитуда которого удовлетворяет уравнению

$$\Delta_{\perp}\psi + \frac{\partial}{\partial z}\,\varepsilon\,\frac{\partial\psi}{\partial z} = -4\pi\rho_{\text{ст}}(\boldsymbol{r}). \tag{1}$$

Здесь $\rho_{\text{ст}}(\boldsymbol{r})$ — распределение стороннего заряда, $\varepsilon = \varepsilon_{zz}$ — продольная компонента тензора диэлектрической проницаемости плазмы, ось z направлена вдоль внешнего магнитного поля $\boldsymbol{H}_0$. В зависимости от знака ε тип уравнения (1) может меняться в пространстве: случай $\varepsilon<0$ соответствует гиперболическому, а $\varepsilon>0$ — эллиптическому типу уравнения. Особый интерес представляет поведение поля вблизи поверхности $\varepsilon=0$, которая является параболической границей уравнения (1). В плоскослоистой плазме существенную роль играет взаимная ориентация векторов внешнего магнитного поля и градиента диэлектрической проницаемости. Здесь подробно рассматривается случай

$\Delta\varepsilon \parallel H_0$, когда поле резонансно возрастает в окрестности параболической границы, представляющей собой особую характеристику уравнения (1). В данном случае, на наш взгляд, особенно ярко проявляется специфика задачи об источнике в плоскослоистой неоднородной магнитоактивной плазме.

Рассмотрим вначале слой плазмы с линейным профилем концентрации электронов $N_e = -N_0(z/L)\, 1\,(-z)$. Используя преобразование Фурье по поперечным координатам, легко найти функцию Грина уравнения (1), т. е. потенциал точечного источника $\rho_{\text{ст}}(r) = q(\delta(r_\perp)/2\pi r_\perp) \times \times \delta(z - z_0)$ $(z_0 < 0)$:

$$\psi = \frac{iq}{2\pi\sqrt{z_0' z'}\,(u^2 - 1)^{1/2}}\,[\ln(u + \sqrt{u^2 - 1}) - i\pi], \qquad (2)$$

где $u = (r_\perp^2 + 4l(z' + z_0'))/8l(z_0' z')^{1/2}$, $z' = z + l$, $l = (N_c/N_0)L$, $N_c = = m\omega^2/4\pi e^2$, $|z_0|$, $l \ll \lambda$. Из полученного выражения следует, что независимо от знака z_0' потенциал имеет логарифмическую особенность при $z' \to 0$, что соответствует в бесстолкновительном пределе сингулярности нормальной компоненты электрического поля на параболической границе $E_z \sim (z')^{-1}$. Если источник находится в эллиптической области $(z_0' > 0)$, то указанная особенность в электрическом поле является единственной. В случае, когда источник расположен в гиперболической области $(z_0' < 0)$, имеется также особенность поля на характеристиках, проходящих через точку нахождения источника (т. е. на поверхности $u = 1$), в то время как на отраженных от границы $z' = 0$ характеристиках (поверхность $u = -1$) особенности нет. Данное обстоятельство указывает на то, что возбужденные источником плазменные волны не отражаются от параболической границы. Следует также отметить, что при нахождении источника в нерезонансной области пространства $(z_0' > 0)$ вдоль характеристик $u = \text{const}$ при $z' \to -\infty$ поле убывает медленнее, чем квазиэлектростатическое поле источника в вакууме $(\psi \sim |z'|^{-1/2})$. Указанные выше особенности структуры поля сохраняются для достаточно широкого класса распределений стороннего заряда, в чем можно убедиться, пользуясь функцией Грина (2) и принципом суперпозиции.

Как уже отмечалось, наличие особенностей поля свидетельствует о существовании потерь энергии источника на возбуждение собственных колебаний плазмы, т. е. резонансных потерь. Их можно найти, вычисляя поток квазиэлектростатического вектора Пойнтинга. В рассматриваемой задаче такие вычисления проводятся сравнительно просто, когда источник обладает аксиальной симметрией по z. При этом отличны от нуля только E_r-, E_z- и H_φ-компоненты электрического и магнитного полей, а значит, Π_r- и Π_z-компоненты вектора Пойнтинга. Задавая электростатические выражения для E_r и E_z, магнитное поле вне источника можно представить в виде

$$H_\varphi = \frac{i\omega}{2\pi c}\int_0^\infty \varepsilon\,\frac{\partial\psi_\varkappa(z)}{\partial z}\,J_1(\varkappa r_\perp)\,d\varkappa, \qquad (3)$$

где $\psi_\varkappa(z)$ — фурье-образ потенциала. Если сторонний заряд сосредоточен в ограниченной области пространства в окрестности точки z_0', то для нахождения его потерь удобно вычислять поток вектора Пойнтинга через поверхность, состоящую из двух плоскостей $z = z_0' \pm \xi$ $(0 < \xi < |z_0'|)$ и цилиндрической поверхности ширины 2ξ радиуса $r_\text{ц} \to \infty$. Через указанную цилиндрическую поверхность, как легко убедиться, поток энергии равен нулю, поэтому задача сводится к вычислению потока через плоскость

$z=\mathrm{const}$. Этот поток записывается через фурье-образ потенциала следующим образом:

$$\Pi_z = \mathrm{Im}\,\frac{\omega}{16\pi^2}\,\varepsilon \int_0^\infty \psi_\varkappa(z)\,\frac{\partial\psi_\varkappa^*(z)}{\partial z}\,\varkappa d\varkappa. \tag{4}$$

Результаты вычислений существенно зависят от того, где расположен источник — в гиперболической (резонансной) или эллиптической области квазистатики. Если $z_0' < 0$, то модель точечного источника приводит, при $\nu_e \to 0$ (ν_e — частота столкновений электронов), к бесконечному значению для резонансных потерь и необходим, например, учет конечных размеров источника. Наиболее просто рассматривается случай, когда характерный размер источника h много меньше масштаба неоднородности. Легко проверить, что в окрестности источника в этом случае поле имеет такой же вид, как в однородной плазме с $\varepsilon = z_0'/l$. Следовательно, здесь могут быть использованы соответствующие результаты работы [1]. Так, для тонкой дипольной антенны, ориентированной вдоль магнитного поля (см. выражение (7) в статье [1]),

$$\Pi_z = \frac{\omega P^2}{16h^3}\,\mathrm{sgn}\,(z' - z_0')\,1\,(-z'), \tag{5}$$

где P — дипольный момент. Из выражения (5) видно, что половина энергии источника уносится на $-\infty$, а половина поглощается в области плазменного резонанса.

Диссипация энергии вблизи поверхности плазменного резонанса, как уже отмечалось, обусловлена особенностью нормальной компоненты электрического поля при $z'=0$ в бесстолкновительном пределе. Величину этой диссипации можно определить, вычисляя потери энергии в единицу времени,

$$W = \frac{\omega}{8\pi}\,\mathrm{Re}\int E_\alpha\,\varepsilon_{\alpha\beta}^a\,E_\beta^*\,d\boldsymbol{r}, \tag{6}$$

где $\varepsilon_{\alpha\beta}^a$ — антиэрмитова часть тензора диэлектрической проницаемости.

В обсуждаемом нами случае для поля тонкой антенны интеграл (6) легко вычисляется при $\varepsilon_{\alpha\beta}^a \to 0$: $W = \omega P^2/16h^3$. Этот результат согласуется с вычислением потока квазиэлектростатического вектора Пойнтинга (5). На основании результатов, полученных в работе [1], можно утверждать также, что изменение геометрии источника, даже при $h \ll |z_0'|$, способно приводить к перераспределению областей поглощения ВЧ энергии в неоднородной плазме. Если, например, $\rho_{\text{ст}} = (P/2\pi)(z' - z_0' - ih)^{-2}$, $h \ll |z_0'|$, то вся энергия, излучаемая источником, поглощается в области плазменного резонанса. Если же $\rho_{\text{ст}} = (P/2\pi)(z' - z_0' + ih)^{-2}$, то вся излучаемая энергия в пренебрежении диссипацией уносится на бесконечность.

Более сложным является вопрос о резонансных потерях источника, характерный размер которого сравним с величиной $|z_0'|$. Рассмотрим, например, дипольное распределение стороннего заряда в плоскости $z = z_0' < 0$:

$$\rho_{\text{ст}}(\boldsymbol{r}) = -PF(\boldsymbol{r}_\perp)\,\delta'(z' - z_0'). \tag{7}$$

Поток вектора Пойнтинга через поверхность $z=\mathrm{const}$ в данном случае равен

$$\Pi_z = A\,\mathrm{sgn}\,(z' - z_0')\,1\,(-z'), \tag{8}$$

где

$$A = \frac{\omega P^2 l^2 \pi}{4|z_0'|}\int_0^\infty |F(\varkappa)|^2\,|H_1^{(1)}(2\varkappa\sqrt{l|z_0'|})|^2\,\varkappa^3\,d\varkappa,$$

$H_1^{(1)}$ — функция Ханкеля; $F(\varkappa)=2\pi\int\limits_0^\infty F(r_\perp)J_0(\varkappa r_\perp)r_\perp dr_\perp$ — фурье-образ функции $F(r_\perp)$; A является конечной величиной при условии, что $F(\varkappa)$ достаточно быстро убывает на бесконечности: для сходимости интеграла (8) необходимо, чтобы функция $F(\varkappa)$ убывала быстрее, чем $\varkappa^{-3/2}$. Пусть, для определенности, $F(r_\perp)=\pi^{-1}H^{-2}\exp(-r_\perp^2/H^2)$. Тогда интеграл (8) легко оценить для интересующего нас случая $H\gg(l|z_0'|)^{1/2}$, $A\simeq\omega P^2l/H^2|z_0'|^2$. Для сравнения отметим, что в противоположном предельном случае $H_0\ll(l|z_0'|)^{1/2}$ $A\simeq\omega P^2 l^{3/2}/H_0^3|z_0'|^{3/2}$. Следовательно, отношение резонансных потерь в этих двух случаях $[H_0/(|z_0'|l)^{1/2}](H_0/H)^2\ll1$.

Если источник находится в эллиптической области квазистатики, то в неоднородном случае его потери на возбуждение собственных колебаний плазмы, вообще говоря, также отличны от нуля. Это обстоятельство легко проиллюстрировать для линейного слоя. В самом деле, как видно из выражения (2), при $z_0'>0$ наличие особенности поля на поверхности плазменного резонанса должно приводить к поглощению здесь ВЧ энергии. С другой стороны, медленное убывание поля в гиперболической области (при $z\to-\infty$) приводит к оттоку энергии на бесконечность. В качестве примера найдем поток вектора Пойнтинга через плоскость $z=\mathrm{const}$ для точечного диполя, помещенного в точку $z_0'>0$:

$$\Pi_z=A^e\{\mathrm{sgn}(z'-z_0')-1(z')\}. \tag{9}$$

Величина A^e зависит от ориентации диполя. Так, для диполя, ориентированного параллельно магнитному полю, $A_\parallel^e=\omega P^2/24\pi z_0'^3$. Если же $\boldsymbol{p}\perp\boldsymbol{H}_0$, то $A_\perp^e=\omega P^2/96\pi z_0'^2 l$. Следовательно, диполь, ориентированный вдоль поля, отдает больше энергии: $A_\parallel^e/A_\perp^e=4L/z_0'\gg1$. Далее, из выражений для A^e следует, что частотные зависимости потерь энергии для диполей разной ориентации существенным образом отличаются: $W_\parallel\propto(z_0+(m\omega^2L/4\pi e^2N_0))^{-3}$ при $\boldsymbol{p}\parallel\boldsymbol{H}_0$ и $W_\perp\propto\omega^{-2}(z_0+$ $+(m\omega^2L/4\pi e^2N_0))^{-2}$ в случае $\boldsymbol{p}\perp\boldsymbol{H}_0$. Отметим также, что при фиксированной частоте в случае $\boldsymbol{p}\parallel\boldsymbol{H}_0$ потери определяются лишь расстоянием от источника до поверхности плазменного резонанса, а от градиента концентрации явно не зависят.

Таким образом, для вычисления резонансных потерь излучателя, находящегося в эллиптической области, может быть использована модель точечного источника. Фактически величина потерь определяется в этом случае размерами той области на параболической границе («пятна засветки»), которая возбуждается диполем и служит эффективным источником плазменных волн.

Как следует из выражений для полей и величины вектора Пойнтинга в окрестности параболической границы, точечный заряд, например, освещает пятно с характерным размером $L_c=2\sqrt{lz_0'}$ (при $z'\to0$ $\Pi_z=\omega q^2l\pi^{-2}(r_\perp^2+4lz_0')^{-2}\ln(1+r_\perp^2/4lz_0')$).

Из формулы (9) видно, что потери источника распределены в пространстве следующим образом: половина этой энергии диссипируется на поверхности $\omega=\omega_{pe}$, а остальная часть потерь связана с оттоком энергии на бесконечность вследствие возбуждения плазменных волн при $z'<0$. Тот факт, что диссипируется ровно половина теряемой источником энергии, становится понятным, если учесть, что при наличии сколь угодно малого угла β между ∇N_e и $\boldsymbol{H}_0$ особая характеристика, являющаяся асимптотой одного из семейств регулярных характеристик уравнения (1), не совпадает с параболической границей: если параболическая граница задается уравнением $z+\beta x=0$, то уравнение особой характеристики $z+\beta x=\beta^2$. Для рассматриваемых нами источников потоки энергии плазменных волн, которые распространяются вдоль двух семейств характеристик, отходящих от параболической границы, одинаковы, поэтому диссипируется ровно половина суммарной энергии. Изменяя геометрию источника, можно управлять относительной величиной диссипируемой энергии подобно тому, как это делалось для источника, расположенного в гиперболической области.

Формула (9) справедлива при условии $z_0' \ll l$. Не рассматривая промежуточный случай, приведем формулы для потерь точечных диполей, находящихся в вакууме достаточно далеко от начала слоя: $W_{\parallel} = 4W_{\perp} = 3\pi\omega P^2 l/16 z_0^4$, $l \ll z_0 \ll \lambda$. В указанных выражениях для потерь (по сравнению со случаем $z_0' \ll l$) содержится фактор ослабления l/z_0, отражающий то обстоятельство, что пятно засветки формируется в основном в вакууме.

В рассмотренных выше пределах область возбуждения плазменных колебаний была инфинитной вдоль направления магнитного поля. Если же область финитна, причем градиент $\nabla\varepsilon$ по-прежнему направлен вдоль магнитного поля, вся энергия, излучаемая источником, диссипируется в окрестности параболических границ. Вследствие этого, несмотря на то, что область, где возбуждаются колебания, финитна, спектр поля не содержит дискретной части.

Пусть, например, концентрация электронов в слое меняется по параболическому закону $N_e = N_0(1 - z^2/L^2)$. Тогда $\varepsilon = 1 - N_0/N_c + N_0/N_c \cdot z^2/L^2 = z^2/l^2 - \gamma^2$, так что гиперболическая область квазистатики ограничена плоскостями $z = \pm\gamma l$. Резонансные потери точечного диполя, находящегося в точке $z_0 > \gamma l$, определяются выражениями:

$$W_{\parallel} = \frac{2\omega P^2}{\pi(\gamma l)^3} \int_0^\infty Q_\nu'^2\left(\frac{z_0}{\gamma l}\right)(2\nu + 1)\,d\nu; \tag{10}$$

$$W_{\perp} = \frac{\omega P^2}{\pi\gamma l^3} \int_0^\infty Q_\nu^2\left(\frac{z_0}{\gamma l}\right)\nu(2\nu + 1)(\nu + 1)\,d\nu. \tag{11}$$

Здесь Q_ν — функция Лежандра 2-го рода. При этом половина энергии, теряемой источником, поглощается в окрестности границы $z = \gamma l$, а другая половина — при $z = -\gamma l$, что объясняется такими же рассуждениями, как в задаче с линейным слоем. Формулы (10), (11) упрощаются, если $z_0 \gg \gamma l$:

$$W_{\parallel} = \frac{\omega P^2}{\pi}\left[z_0^3\left(\frac{z_0}{\gamma l}\right)\ln\left(\frac{2z_0}{\gamma l}\right)\right]^{-1}; \tag{12}$$

$$W_{\perp} = \frac{\omega P^2}{4\pi l^2}\left[z_0\left(\frac{z_0}{\gamma l}\right)\ln^2\left(\frac{2z_0}{\gamma l}\right)\right]^{-1}. \tag{13}$$

Следовательно, диполь, ориентированный вдоль магнитного поля, теряет больше энергии ($W_{\parallel}/W_{\perp} \sim (l/z_0)^2 \gg 1$), причем величина его потерь определяется расстоянием до гиперболической области и шириной последней, так как параметры γ и l входят в формулу для $W_{\parallel}$ только в виде произведения.

Выше был подробно рассмотрен случай, когда градиент электронной концентрации параллелен внешнему магнитному полю. При другой ориентации градиента относительно H_0 распределение поля и локализация областей поглощения ВЧ энергии источника могут быть существенно иными *, однако вышеприведенное рассмотрение позволяет понять основные закономерности и в этом случае, анализируя поведение характеристик в гиперболической области квазистатики. Опуская подробный анализ, укажем, например, что в случае $\nabla N_e \perp H_0$ поле точечного диполя, расположенного в гиперболической области, имеет

* См., например, работы [4, 6], где исследовалось квазистационарное поле двумерного источника в неоднородной магнитоактивной плазме.

особенность как на характеристиках, проходящих через источник, так и на отраженных от параболической границы. На самой границе поле регулярно. Если в данной геометрии резонансная область финитна, то поле излучения источника имеет дискретный спектр. Когда же угол α между ∇N_e и $\boldsymbol{H}_0$ не равен нулю или $\pi/2$, то при наличии финитной резонансной области в плоскослоистой геометрии (пусть, например, $\varepsilon=\Delta^2/l^2-\gamma^2$, где $\Delta=z\sin\alpha-x\cos\alpha$) спектр поля излучения источника является дискретным, если $\alpha>\alpha_0=\operatorname{arctg}\gamma$, но при переходе через $\alpha=\alpha_0$ структура поля качественным образом меняется. Характеристики одного из семейств при $\alpha\to\alpha_0$ сгущаются вблизи прямой $\Delta=0$, и при $\alpha=\alpha_0$ эта прямая превращается в асимптоту данного семейства характеристик, что свидетельствует о поглощении вблизи нее энергии плазменных волн в пределе $\nu_e\to 0$. В области углов $\alpha<\alpha_0$ существуют две особые характеристики $\Delta_{1,2}=\pm l(1+\gamma^2-\cos^{-2}\alpha)^{1/2}$, которые при $\alpha\to 0$ (см. выше) сливаются с параболическими границами.

Таким образом, неоднородность среды оказывает существенное влияние на распределение квазистационарного поля и потери энергии источника в магнитоактивной плазме. При этом основное значение имеют структура гиперболической (резонансной) области квазистатики и геометрические факторы, характеризующие масштабы и взаимное расположение источника и резонансной области.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мареев Е. А., Чугунов Ю. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1987, **30**, № 8, с. 961.
2. Пилия А. Д., Федоров В. И. — ЖЭТФ, 1971, **60**, № 1, с. 389.
3. Андронов А. А., Чугунов Ю. В. — УФН, 1975, **16**, вып. 1, с. 79.
4. Галушко Н. П., Ерохин Н. С., Моисеев С. С. — ЖЭТФ, 1975, **69**, № 1(7), с. 142.
5. Фелсен Л, Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. — М.: Мир, 1978, **2**, с. 374.
6. Ерохин Н. С., Кузелев М. В., Моисеев С. С., Рухадзе А. А., Шварцбург А. Б. Неравновесные и резонансные процессы в плазменной радиофизике.— М.. Наука, 1982, с. 106.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию 16 мая 1986 г.

EXCITATION OF PLASMA RESONANCE BY AN EXTERNAL SOURCE IN MAGNETOACTIVE PLASMA. II. THE SOURCE IN INHOMOGENEOUS PLASMA

E. A. Mareev, Yu. V. Chugunov

Energy losses and the structure of quasi-stationary field of a dipole source excited the resonance oscillations in an inhomogeneous layer of marnetized plasma have been found. It is shown that the value of losses essentially depends on the system geometry (the distance from the source up to the resonance region, mutual orientation of the inhomogeneity gradient, the dipole moment and the magnetic field) and the degree of the medium inhomogeneity.