

солютной системе единиц имеем $\lambda^* = 2,1 \cdot 10^7 N_0^{-1/2}$. Если $N_0 = 10^5 \text{ см}^{-3}$, то $\lambda^* \approx 600 \text{ м}$. Этот масштаб соизмерим с толщиной слоя E_s .

Таким образом, при условии (1) вихревые поля могут влиять на нестабильность только в плотных слоях E_s с максимальными значениями $N_0 \geq 10^5 \text{ см}^{-3}$. При этом поперечные размеры неоднородностей должны быть соизмеримы с размерами самого слоя E_s . Можно отметить, что неоднородности с большими масштабами играют при возникновении плазменной турбулентности в слое E определяющую роль [5]. Следует ожидать, что в плотных слоях E_s турбулентность будет эффективно развиваться даже при невыполнении условия нестабильности по Фали, $u_{0ez} > \sqrt{2} v_{Ti}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершман Б. Н., Понятов А. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1987, 30, № 6, с. 711.
2. Гершман Б. Н., Каменецкая Г. Х., Игнатьев Ю. А. Механизмы образования ионосферного спорадического слоя E на различных широтах. — М.: Наука, 1976.
3. Фаткуллин М. Н., Зеленова Т. И., Козлов В. К., Легенька А. Д., Соболева Т. Н. Эмпирические модели среднеширотной ионосферы — М.: Наука, 1981.
4. Докучаев В. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1960, 3, № 1, с. 50.
5. Suda P. N. — J. Geophys. Res., 1983, 88, № А6, p. 4853.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
11 марта 1986 г

УДК: 621.378.325

МОДАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В АДАПТИВНЫХ СИСТЕМАХ АПЕРТУРНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

А. В. Куренков, С. С. Чесноков, О. И. Шанин

Поиск эффективных алгоритмов управления волновым фронтом световых пучков занимает одно из центральных мест при разработке и проектировании адаптивных оптических систем [1]. Важными показателями эффективности являются как достигаемые в процессе управления значения критерия качества пучка в плоскости наблюдения, так и быстродействие адаптивной системы. Широко применяемый в настоящее время принцип зонального апертурного зондирования обладает рядом недостатков. В частности, многоканальная фазовая модуляция, служащая для настройки отдельных субапертур, требует большого частотного диапазона следящей системы. При этом весьма значительными оказываются затраты времени на поиск экстремума целевой функции управления. Поэтому привлекает большое внимание применение модальных фазовых корректоров, для которых каждая динамическая координата соответствует какой-либо из простейших оптических аберраций. Например, в [2] показано, что эффективная коррекция тепловой дефокусировки в движущейся среде может быть осуществлена модальным корректором с тремя степенями свободы (углом наклона пучка и двумя радиусами фокусировки во взаимно перпендикулярных плоскостях). В настоящей работе исследовано дополнительное влияние сферической аберрации четвертого порядка на качество адаптивной фокусировки, а также предложен новый алгоритм управления, позволяющий сократить число итераций при поиске экстремума целевой функции.

1. Распространение светового пучка в движущейся слабо поглощающей среде описывается системой безразмерных уравнений

$$2i \frac{\partial E}{\partial z} = \Delta_{\perp} E + R E, \quad \Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = E E^*, \quad (1)$$

где поперечные координаты x, y нормированы на начальный радиус пучка a_0 , продольная координата z — на дифракционную длину $z_d = k a_0^2$, комплексная амплитуда электрического поля E отнесена к максимуму модуля амплитуды E_0 на входе в среду. Параметр нелинейности

$$R = \frac{2k^2 a_0^3 \alpha (\partial n / \partial T)}{n_0^2 c_p V} E_0^2, \quad (2)$$

где k — волновое число, α , n_0 , ρC_p , V — соответственно коэффициент поглощения, невозмущенный показатель преломления, теплоемкость единицы объема и скорость движения среды; производная $\partial n/\partial T$ характеризует зависимость показателя преломления от температуры среды T .

На входе в среду (при $z = 0$) задано начальное условие для поля

$$E(x, y, 0) = A(x, y) \exp(iU(x, y)). \quad (3)$$

Фазовый профиль пучка является управляемым и выбирается из условия максимума критерия фокусировки

$$J_f = \iint \kappa(x, y) |E(x, y, z_0)|^2 dx dy, \quad (4)$$

определяемого в плоскости наблюдения $z = z_0$. Апертурная функция κ , задающая область концентрации поля в плоскости $z = z_0$, выбрана в виде

$$\kappa(x, y) = \exp(-(x^2 + y^2)).$$

В работе исследовано распространение пучков гауссова амплитудного профиля $A(x, y)$ на трасах длиной $z_0 = 0,5$.

2. Работа адаптивной системы в режиме медленных пробных вариаций может быть представлена следующим образом. При некотором фазовом профиле

$$U_n = \sum_{i=1}^N b_i^{(n)} F_i(x, y)$$

в результате решения стационарной задачи (1) определяется поле $E_n(x, y, z_0)$. Затем управляемым координатам $b_i^{(n)}$ поочередно придаются малые приращения и после N -кратного решения уравнений (1) находятся компоненты градиента ∇J_f в пространстве управлений: $\partial J_f / \partial b_i$ ($i = 1, \dots, N$). Полученное направление градиента используется для вычисления значений координат $b_i^{(n+1)}$ на следующем шаге.

В качестве базисных функций (мод корректора) F_i здесь выбраны полиномы Цернике

$$F_1 = x, \quad F_2 = 2(x^2 + y^2) - 1, \quad F_3 = x^2 - y^2, \quad (5)$$

$$F_4 = 6(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2) + 1.$$

3. При исследовании влияния сферической аберрации $F_4(x, y)$ на качество коррекции представляет интерес в первую очередь изучить структуру целевой функции в пространстве управлений b_i . В качестве примера на рис. 1 изображены линии равнозначения критерия фокусировки J_f на плоскости переменных b_2 , b_4 (параметр нелинейности $R = -14$). Поскольку изменение кривизны волнового фронта пучка влечет изменение его наветренного смещения, при вычислениях критерия J_f предусмотрено отслеживание энергетического центра пучка. Из рисунка видно, что структура целевой функции имеет характерный «гребневой» вид. Для таких функций алгоритм наискорейшего подъема, обычно реализуемый в системах апертурного зондирования, оказывается малоэффективным. В самом деле, если проанализировать зависимость критерия J_f от номера итерации n при оптимизации методом наискорейшего подъема (рис. 2а, штриховые линии), то видно, что на некоторых участках ломаная $J_f(n)$ существенно замедляет свой рост. Это связано с осциллирующим характером изменения управляемых координат при отслеживании гребня (рис. 2б, штриховые линии). В связи с этим представляется целесообразным заменить процедуру управления, применив метод сопряженного градиента [8]. Обозначая компоненты вектора сопряженного градиента на n -й итерации через $v_i^{(n)}$, имеем

$$v_i^{(n+1)} = \left(\frac{\partial J_f}{\partial b_i} \right)^{(n+1)} + \beta^{(n)} v_i^{(n)}, \quad i = 1, \dots, 4, \quad (6)$$

где $\beta^{(n)} = \sum_{i=1}^4 \left[\left(\frac{\partial J_f}{\partial b_i} \right)^{(n+1)} \right]^2 / \sum_{i=1}^4 \left[\left(\frac{\partial J_f}{\partial b_i} \right)^{(n)} \right]^2$. Формулы (6) определяют направление,

в котором предлагается проводить одномерный поиск максимума J_f . Видно, что это-

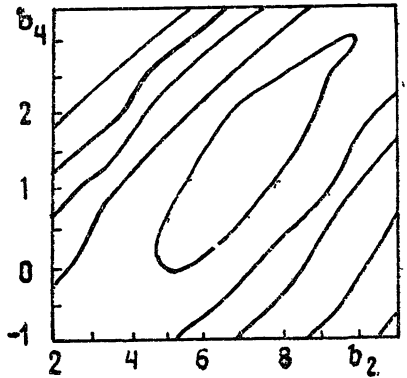


Рис. 1.

направление отличается от направлений обоих векторов $\nabla J_f^{(n+1)}$ и $\nabla J_f^{(n)}$, причем его нахождение практически не требует дополнительных затрат времени. Результаты моделирования алгоритма сопряженного градиента приведены на рис. 2а, б сплошными линиями. Как легко видеть, этот алгоритм сокращает время поиска экстремума J_f примерно вдвое. Сравнение полученных результатов с данными работы [2] показывает, что включение в базис управления сферической аберрации повышает предельно достижимое значение J_f на 7—10%.

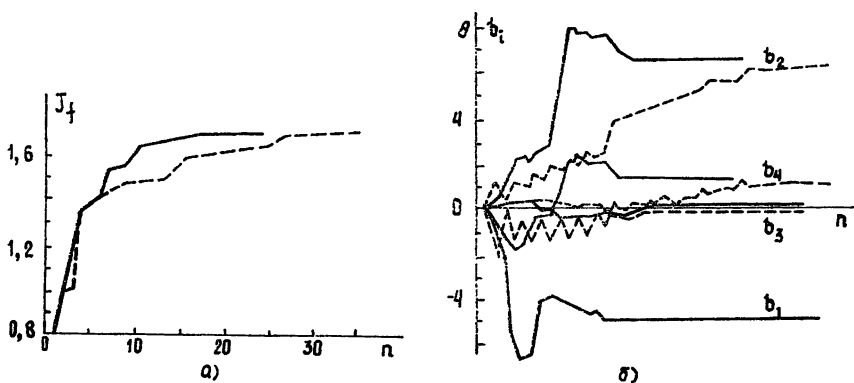


Рис. 2.

Таким образом, введение сферической аберрации четвертого порядка приводит к заметному повышению концентрации поля на объекте, а использование алгоритма сопряженного градиента — к существенному сокращению затрат времени при оптимизации фокусировки. Аппаратурное обеспечение адаптивной системы при этом практически не усложняется.

ЛИТЕРАТУРА

1. Адаптивная оптика / Под ред. Д. Фрида. — М.: Мир, 1980.
2. Чесноков С. С. — Квантовая электроника, 1983, 10, № 6, с. 1160.
3. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ — М.: Мир, 1982.

Московский государственный
университет

Поступила в редакцию
14 мая 1986 г.

УДК 621.37:519.21

ЭВОЛЮЦИЯ МОМЕНТНЫХ И КУМУЛЯНТНЫХ ФУНКЦИЙ В ОБОБЩЕННОМ УРАВНЕНИИ ФОККЕРА — ПЛАНКА — КОЛМОГОРОВА

В. А. Казаков

1. Настоящая работа является продолжением [1], так что система обозначений [1] сохраняется в силе. Ниже для обобщенного уравнения Фоккера — Планка — Колмогорова (ФПК) [2], используя методику [3], приводятся уравнения эволюции моментных и кумулянтных функций, а также даются примеры их использования.

Для обобщенного уравнения ФПК [2]

$$\frac{\partial w(x, t | X, T)}{\partial t} = L(x, t, X, T) w(x, t | X, T); \quad (1)$$

$$L(x, t, X, T) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \frac{\partial^n}{\partial x^n} A_n(x, t, X, T); \quad (2)$$

$$A_n(x, t, X, T) = \frac{\partial}{\partial t} \overset{\wedge}{\alpha}_n(t | x, t, X, T) \Big|_{t=T}^{\wedge}, \quad (3)$$

где $\overset{\wedge}{\alpha}_n(\cdot)$ — условная моментная функция приращения случайного процесса, применим метод сопряженного оператора [3], в результате получим уравнения эволюции