

УДК 621.396.67:538.56

АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК АДАПТИВНЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК С УЧЕТОМ БЫСТРЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ПАРАМЕТРОВ

A. A. Мальцев

Рассмотрено влияние быстрых произвольных по величине флюктуаций параметров входных нерегулируемых элементов адаптивной антенной решетки на ее характеристики. Получены выражения для диаграммы направленности и отношения сигнал/шум на выходе системы. Показано, что при компенсации мощных помех даже относительно небольшие флюктуации параметров входных каскадов могут существенно уменьшить отношение сигнал/шум на выходе адаптивной антенны. Предложена схема адаптивной антенной решетки с фазовой компенсацией случайных движений измерителей и рассмотрены ее характеристики.

1. В настоящее время достаточно хорошо разработана статистическая теория обычных (неадаптивных) антенн [1, 2]. Анализ статистических характеристик адаптивных антенных систем с учетом малых флюктуаций автоматически настраиваемых весовых коэффициентов проводился в работах [3–6]. В настоящей работе рассматривается влияние на характеристики адаптивной антенной решетки быстрых произвольных по величине флюктуаций параметров входных нерегулируемых элементов системы (случайного движения элементарных приемников, изменения коэффициента усиления антенно-фидерного тракта). Предполагается, что время настройки адаптивной системы существенно больше, чем характерное время изменения параметров, и весовые коэффициенты настраиваются к некоторым усредненным значениям. В этом случае флюктуации параметров входных элементов приводят к случайному «дрожанию» диаграммы направленности, «замазывающему» нули, выставляемые адаптивной антенной решеткой в направлениях на помехи. Как будет показано ниже, из-за этого при воздействии достаточно мощных внешних помех даже относительно небольшие флюктуации параметров входных каскадов могут существенно уменьшить отношение сигнал/шум на выходе адаптивной антенны.

2. Рассмотрим N -элементную адаптивную антеннную решетку, на которую воздействует L внешних некоррелированных узкополосных помех, представляющих плоские волны. Собственные шумы приемных элементов решетки $\eta_n(t)$ будем полагать взаимонезависимыми и имеющими одинаковую мощность $\langle |\eta_n(t)|^2 \rangle = \eta_0^2$. Пусть элементы антенной системы расположены в точках с радиусом-вектором $\mathbf{r}_n = \mathbf{r}_n(x_n, y_n, z_n)$ ($n = 1, 2, \dots, N$) вблизи начала координат. Пренебрегая запаздыванием огибающих узкополосных помех на апертуре антенны, компоненты вектора напряжений на приемных элементах решетки $V \equiv \{v_1, v_2, \dots, v_N\}^T$ (знак « T » означает транспонирование) можно записать в следующем виде:

$$v_n(t) = \eta_n(t) + \sum_{l=1}^L a_l(t) \exp[-i\omega_l(t - t_n^{(l)})]. \quad (1)$$

Здесь $a_l(t)$ — комплексная амплитуда l -й помехи в начале координат (в центре антенной системы), $t_n^{(l)} = \mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r}_n / kc$ — время запаздывания напряжения l -й помехи на n -м измерителе, ω_l , \mathbf{k}_l — частота и волновой вектор l -й помехи, k — волновое число, c — скорость распространения волн в среде.

Известно (см., например, [7, 8]), что стационарное значение вектора весовых коэффициентов $\mathbf{W}_{\text{ст}}$, максимизирующее выходное отношение сигнал/шум, определяется из выражения

$$\mathbf{M} \mathbf{W}_{\text{ст}} = \eta_0^2 \mathbf{S}^*, \quad (2)$$

где $\mathbf{M} = \langle \mathbf{V}^* \mathbf{V} \rangle$ — корреляционная матрица шумовых и помеховых напряжений в различных каналах системы, \mathbf{S} — вектор напряжений полезного сигнала. Для определенности в дальнейшем будем полагать, что полезный сигнал на апертуре антенной системы имеет вид плоской волны с волновым вектором \mathbf{k}_s . Поэтому вектор полезного сигнала зададим в виде

$$\mathbf{S} = \{\exp(i\mathbf{k}_s \mathbf{r}_1), \exp(i\mathbf{k}_s \mathbf{r}_2), \dots, \exp(i\mathbf{k}_s \mathbf{r}_N)\}^T. \quad (3)$$

Учитывая, что помехи, приходящие с разных направлений, некоррелированы между собой, для корреляционной матрицы \mathbf{M} несложно получить следующее известное [8] представление:

$$\mathbf{M} = \eta_0^2 [\mathbf{I} + \sum_{l=1}^L v_l \mathbf{M}_l], \quad (4)$$

где \mathbf{I} — единичная матрица, $v_l = \langle |a_l(t)|^2 \rangle / \eta_0^2$ — отношение мощности l -й помехи к собственному шуму приемных элементов, $\mathbf{M}_l = \mathbf{S}_l^* \mathbf{S}_l^T$ — корреляционная матрица, $\mathbf{S}_l = \{\exp(i\mathbf{k}_l \mathbf{r}_1), \exp(i\mathbf{k}_l \mathbf{r}_2), \dots, \exp(i\mathbf{k}_l \mathbf{r}_N)\}^T$ — вектор сигналов l -й помехи.

3. Будем теперь считать, что элементарные измерители антенной системы совершают случайные колебания около некоторых средних положений

$$\mathbf{r}_n = \mathbf{r}_n(t) = \langle \mathbf{r}_n \rangle + \delta \mathbf{r}_n(t),$$

а их сигналы из-за флюктуаций параметров различных устройств в каналах решетки дополнительными модулируются по амплитуде и фазе. Тогда напряжение $v_n(t)$ на выходе n -го канала (на входе схемы обработки) запишется в следующем виде:

$$v_n(t) = (1 + \delta_n) \exp(i\phi_n) [\eta_n(t) + \sum_{l=1}^L a_l(t) \exp(-i(\omega_l t - \mathbf{k}_l \mathbf{r}_n))]. \quad (5)$$

Здесь $\delta_n = \delta_n(t)$ и $\phi_n = \phi_n(t)$ — относительные флюктуации модуля и фазы коэффициента усиления в n -м канале решетки. Полагая для простоты, что флюктуации δ_n , ϕ_n , $\delta \mathbf{r}_n$ ($n = 1, 2, \dots, N$) взаимно независимы, стационарны и имеют нулевые средние значения, а время их корреляции много меньше времени настройки весовых коэффициентов, и проводя по ним дополнительное усреднение, получаем для корреляционной матрицы $\mathbf{M}_{\text{ср}} = \langle \mathbf{M} \rangle_{\delta_n, \phi_n, \delta \mathbf{r}_n}$ следующее выражение*:

$$\mathbf{M}_{\text{ср}} = \eta_0^2 \mathbf{E} + \sum_{l=1}^L \langle |a_l(t)|^2 \rangle \mathbf{M}_{l \text{ср}}, \quad (6)$$

где элементы матриц \mathbf{E} и $\mathbf{M}_{l \text{ср}} = \langle \mathbf{S}_l^* \mathbf{S}_l^T \rangle$ равны

$$(\mathbf{E})_{nm} = \begin{cases} 0 & \text{при } n \neq m \\ 1 + \sigma_{\delta_n}^2 & \text{при } n = m \end{cases}, \quad (7)$$

* Заметим, что, используя модель корреляций, предложенную в [2], не испытывающая принципиальных затруднений, можно рассмотреть и взаимно зависимые флюктуации параметров, но это приведет к существенно более громоздким выражениям. Учет же конечного времени корреляции флюктуаций требует рассмотрения уравнения настройки вектора весовых коэффициентов и может быть проведен методами, рассмотренными, например, в работах [3–6].

$$(M_{lcp})_{nm} = \begin{cases} \Theta_{\varphi_n}^*(1) \Theta_{r_n}^*(k_l) \Theta_{\varphi_m}(1) \Theta_{r_m}(k_l) & \text{при } n \neq m \\ 1 + \sigma_{\delta_n}^2 & \text{при } n = m \end{cases}$$

Здесь $\sigma_{\delta_n}^2 = \langle \delta_n^2 \rangle$ — дисперсии относительных флюктуаций модулей коэффициентов усиления,

$$\begin{aligned} \Theta_{\varphi_n}(1) &\equiv \langle e^{i\varphi_n} \rangle, \quad \Theta_{r_n}(k_l) \equiv \langle \exp(i k_l r_n) \rangle_{r_n} = \\ &= \langle \exp[-ik(x_n \cos \varphi_{lx} + y_n \cos \varphi_{ly} + z_n \cos \varphi_{lz})] \rangle_{x_n, y_n, z_n} \end{aligned} \quad (8)$$

— значения характеристических функций флюктуаций фаз $\Theta_{\varphi_n}(u)$ при $u=1$ и пространственных координат n -го приемника $\Theta_{r_n}(u_1, u_2, u_3)$ в точке $u_1 = -k \cos \varphi_{lx}$, $u_2 = -k \cos \varphi_{ly}$, $u_3 = -k \cos \varphi_{lz}$, φ_{lx} , φ_{ly} , φ_{lz} — углы между осями координат и направлением на источник l -й помехи.

Вводя вектор характеристических функций

$$\Theta_l = \{\Theta_{l1}, \Theta_{l2}, \dots, \Theta_{lN}\}^T \quad (9)$$

с компонентами $\Theta_{ln} = \Theta_{\varphi_n}(1) \Theta_{r_n}(k_l)$, запишем выражение для корреляционной матрицы M_{lcp} в виде

$$M_{lcp} = P_l + \Theta_l^* \Theta_l^T, \quad (10)$$

$$P_l = \begin{bmatrix} 1 + \sigma_{\delta_l}^2 - |\Theta_{l1}|^2 & 0 & \dots \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ \dots & \ddots & 1 + \sigma_{\delta_N}^2 - |\Theta_{lN}|^2 \end{bmatrix}$$

— диагональная матрица с положительными элементами. Подставляя (10) в (6), получим представление для корреляционной матрицы M_{cp} в виде суммы диагональной и факторизованных матриц $\Theta_l^* \Theta_l^T$:

$$M_{cp} = \eta_0^2 [A_0 + \sum_{l=1}^L \gamma_l \Theta_l^* \Theta_l^T], \quad (11)$$

$$A_0 = E + \sum_{l=1}^L \gamma_l P_l. \quad (12)$$

Выражение (11) позволяет для нахождения стационарного значения вектора весовых коэффициентов W_{ct} (2) воспользоваться, например, матричным тождеством

$$(A + BCD^T)^{-1} \equiv A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + D^T A^{-1}B)^{-1}D^T A^{-1}, \quad (13)$$

где A, B, C, D — произвольные прямоугольные матрицы согласованной размерности (см., например, [9]), или другими известными методами [8].

4. Чтобы пояснить механизм воздействия флюктуаций коэффициентов усиления и случайных движений элементарных приемников на характеристики адаптивной антенны, дополнительно предположим, что во всех каналах решетки эти флюктуации имеют одинаковые функции распределения. Тогда $\sigma_{\delta_n} = \sigma_\delta$, $\Theta_{\varphi_n}(1) = \Theta_\varphi$,

$$\Theta_{r_n}(k_l) = \exp(i k_l \langle r_n \rangle) \langle \exp(i k_l \delta r_n) \rangle_{\delta r_n} = \exp(i k_l \langle r_n \rangle) \Theta_{\delta r}(k_l)$$

и вектор Θ_l можно представить в виде

$$\Theta_l = \Theta_\varphi \Theta_{\delta r}(k_l) S_{lcp}, \quad (14)$$

где

$$S_{lcp} = \{\exp(i k_l \langle r_1 \rangle), \exp(i k_l \langle r_2 \rangle), \dots, \exp(i k_l \langle r_N \rangle)\}^T \quad (15)$$

— фазор напряжений l -й помехи для средних координат приемников. Например, при гауссовых флуктуациях фаз и независимых по разным координатам гауссовых флуктуациях положений измерителей будем иметь

$$\Theta_\varphi = \exp\left(-\frac{1}{2}\sigma_\varphi^2\right), \quad \Theta_{\delta r}(\mathbf{k}_l) = \exp\left[-\frac{k^2}{2}(\sigma_x^2 \cos \varphi_{lx} + \sigma_y^2 \cos \varphi_{ly} + \sigma_z^2 \cos \varphi_{lz})\right], \quad (16)$$

где $\sigma_\varphi^2 = \langle \varphi^2 \rangle$, $\sigma_x^2 = \langle \delta x^2 \rangle$, $\sigma_y^2 = \langle \delta y^2 \rangle$, $\sigma_z^2 = \langle \delta z^2 \rangle$ — дисперсии флуктуаций фаз и координат приемных элементов соответственно. Если случайные движения элементов изотропны, $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = \sigma_r^2$, то значение характеристической функции $\Theta_{\delta r}(\mathbf{k}_l)$ перестает зависеть от направления прихода помехи:

$$\Theta_{\delta r}(\mathbf{k}_l) = \exp\left(-\frac{1}{2}k^2\sigma_r^2\right). \quad (17)$$

Подставляя (14)–(17) в (11), (12), получим

$$\mathbf{M}_{cp} = \eta_0^2 [\mathbf{A}_0 + \sum_{l=1}^L v_l \exp[-(\sigma_\varphi^2 + k^2\sigma_r^2)] \mathbf{S}_{lcp}^* \mathbf{S}_{lcp}^T]; \quad (18)$$

$$\mathbf{A}_0 = [1 + \sigma_\delta^2 + \sum_{l=1}^N v_l (1 + \sigma_\delta^2 - \exp[-(\sigma_\varphi^2 + k^2\sigma_r^2)])] \mathbf{I}. \quad (19)$$

Для удобства проведения расчетов выражение для корреляционной матрицы \mathbf{M}_{cp} (18) перепишем в виде, аналогичном (4):

$$\mathbf{M}_{cp} = \eta_{eqv}^2 [\mathbf{I} + \sum_{l=1}^L v_{l eqv} \mathbf{S}_{l cp}^* \mathbf{S}_{l cp}^T]. \quad (20)$$

Здесь

$$\eta_{eqv}^2 = \eta_0^2 [1 + \sigma_\delta^2 + D \sum_{l=1}^L v_l] \quad (21)$$

— мощность «эквивалентного» собственного шума системы,

$$v_{l eqv} \equiv \frac{v_l \exp[-(\sigma_\varphi^2 + k^2\sigma_r^2)]}{1 + \sigma_\delta^2 + D \sum_{l=1}^L v_l} \quad (22)$$

— «эквивалентная» относительная мощность l -й помехи,

$$D \equiv 1 + \sigma_\delta^2 - \exp[-(\sigma_\varphi^2 + k^2\sigma_r^2)] \quad (23)$$

— безразмерный коэффициент, зависящий от величины дисперсий флуктуаций параметров входных элементов системы.

Из сравнения выражений (20)–(23) с (4) непосредственно видно, что флуктуации параметров входных элементов системы, с точки зрения воздействия на стационарное значение вектора весовых коэффициентов (2), эквивалентны увеличению мощности собственных шумов приемников пропорционально суммарной мощности действующих внешних помех и уменьшению мощности самих внешних помех. При этом мультиплексные флуктуации параметров в каналах антенной решетки и случайные независимые движения приемных элементов как бы «перекачивают» внешние помехи во внутренние шумы системы.

5. Рассмотрим задачу определения диаграммы направленности (ДН) адаптивной антенны со случайно флюктуирующими параметрами. Несмотря на то, что в силу инерционности системы адаптации значение вектора $\mathbf{W}_{\text{ст}}$ будет постоянным (при заданной помеховой обстановке), из-за флюктуаций параметров в каналах и движения приемных элементов ДН антенной решетки будет случайной.

Усредненная ДН по мощности $G_{\text{ср}}(\mathbf{k})$ может быть найдена из выражения

$$G_{\text{ср}}(\mathbf{k}) = \langle |\mathbf{s}^T \mathbf{W}_{\text{ст}}|^2 \rangle = \mathbf{W}_{\text{ст}}^+ \langle \mathbf{s}^* \mathbf{s}^T \rangle \mathbf{W}_{\text{ст}}, \quad (24)$$

где

$$\mathbf{s} = \{(1 + \delta_1) \exp [i(\varphi_1 + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_1)], \dots, (1 + \delta_N) \exp [i(\varphi_N + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_N)]\}^T$$

— вектор сигналов (фазор) на выходе каналов решетки от пробной волны единичной амплитуды, \mathbf{k} — ее волновой вектор, «+» — знак эрмитова сопряжения. Матрица $\langle \mathbf{s}^* \mathbf{s}^T \rangle$ выражается через характеристические функции флюктуаций параметров аналогично матрице $\mathbf{M}_{\text{ср}}$ путем замены в формулах (7) — (10) вектора \mathbf{k}_l на \mathbf{k} . Например, при гауссовых флюктуациях параметров и изотропных колебаниях приемных элементов матрица $\langle \mathbf{s}^* \mathbf{s}^T \rangle$ будет равна

$$\langle \mathbf{s}^* \mathbf{s}^T \rangle = D \mathbf{I} + \exp [-(\sigma_\varphi^2 + k^2 \sigma_r^2)] \mathbf{s}_{\text{ср}}^* \mathbf{s}_{\text{ср}}^T, \quad (25)$$

где $\mathbf{s}_{\text{ср}} = \{\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_1), \dots, \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_N)\}^T$ — фазор пробной волны по отношению к средним положениям приемных элементов. Средняя ДН (24) в этом случае представляется в следующем простом виде:

$$G_{\text{ср}}(\mathbf{k}) = D |\mathbf{W}_{\text{ст}}|^2 + \exp [-(\sigma_\varphi^2 + k^2 \sigma_r^2)] G_0(\mathbf{k}). \quad (26)$$

Здесь

$$G_0(\mathbf{k}) \equiv \mathbf{W}_{\text{ст}}^+ \mathbf{s}_{\text{ср}}^* \mathbf{s}_{\text{ср}}^T \mathbf{W}_{\text{ст}} \quad (27)$$

имеет смысл стационарной ДН адаптивной антенной решетки без флюктуаций параметров с вибраторами, расположенными в точках $\langle \mathbf{r}_n \rangle$, и с весовым вектором $\mathbf{W}_{\text{ст}}$.

Из (23), (26) видно, что средние диаграммы направленности адаптивной антенны с флюктуирующими параметрами представляются формально точно так же, как и ДН обычной (неадаптивной) антенной системы с флюктуирующими параметрами (см., например, [1, 2]). Так, например, усредненная ДН по мощности имеет вид взвешенной суммы ДН антенной системы без флюктуаций параметров $G_0(\mathbf{k})$ и некоторой добавочной изотропной ДН (первый член в (26)), обусловленной флюктуациями параметров и случайными движениями элементов и маскирующей нули в направлениях на помехи. Поэтому с увеличением дисперсий флюктуаций параметров глубина подавления внешних помех адаптивной системой уменьшается. Однако в отличие от неадаптивных антенных систем в адаптивной решетке флюктуации параметров оказывают влияние на среднюю ДН еще и через $G_0(\mathbf{k})$ (27), поскольку стационарное значение весового вектора $\mathbf{W}_{\text{ст}}$ находится теперь уже для «эквивалентной» помеховой обстановки с помощью (20) — (23).

6. Чтобы количественно проиллюстрировать полученные результаты, найдем основные характеристики линейной адаптивной антенной решетки с флюктуирующими параметрами и приемными элементами, расположенными в среднем вдоль оси Ox на расстоянии d друг от друга ($\langle \mathbf{r}_1 \rangle = \{0, 0, 0\}^T$, $\langle \mathbf{r}_2 \rangle = \{d, 0, 0\}^T, \dots, \langle \mathbf{r}_N \rangle = \{(N-1)d, 0, 0\}^T$).

Пусть на антенную систему действует одна помеха ($L=1$) под углом Φ_1 к нормали к линии решетки, а направление на полезный сигнал задается углом Φ_s . Тогда фазоры напряжений сигнала и помехи для средних координат приемников будут соответственно равны

$$\mathbf{s}_{\text{ср}} = \{1, \exp(iu_s), \dots, \exp[i(N-1)u_s]\}^T,$$

$$S_{1cp} = \{1, \exp(iu_1), \dots, \exp[i(N-1)u_1]\}^T, \quad (28)$$

где $u_s = (2\pi d/\lambda) \sin \theta_s$, $u_i = (2\pi d/\lambda) \sin \theta_i$. Применяя для решения уравнения

$$M_{cp} W_{ct} = \eta_0^2 S_{cp}^*$$

матричное тождество (13) и формулы (20)–(23), найдем стационарное значение весового вектора W_{ct} в явном виде:

$$W_{ct} = \frac{\eta_0^2}{\eta_{ekb}^2} \left[S_{cp}^* - \frac{\nu_{ekb} N f_s(u_1)}{1 + \nu_{ekb} N} S_{1cp}^* \right], \quad (29)$$

где

$$f_s(u) \equiv \frac{\sin(N/2)(u - u_s)}{N \sin(1/2)(u - u_s)} \exp \left[i \frac{N-1}{2}(u - u_s) \right]$$

— нормированная ДН равноамплитудной антенной решетки, сфазированной на полезный сигнал.

Используя (28), (29), можно найти среднюю ДН (26) и все другие характеристики адаптивной антенны. Наиболее информативной характеристикой, с точки зрения эффективности работы антенной системы, является отношение мощности полезного сигнала P_c к суммарной мощности помехи и собственного шума P_{n+sh} (отношение сигнал/шум) на выходе системы:

$$\rho \equiv \frac{P_c}{P_{n+sh}} = \frac{|\alpha|^2 W_{ct}^+ \langle S^* S^T \rangle W_{ct}}{W_{ct}^+ M_{cp} W_{ct}} = \frac{|\alpha|^2 G_{cp}(k)}{W_{ct}^+ M_{cp} W_{ct}}, \quad (30)$$

где $|\alpha|^2$ — мощность полезного сигнала на одном приемном элементе. Подставляя (20), (26) и (29) в (30), найдем отношение сигнал/шум для адаптивной антенны с флюктуирующими параметрами

$$\begin{aligned} \rho_{rad, sl} &= \rho_0 \frac{\eta_0^2}{\eta_{ekb}^2} \left\{ \frac{D}{N} \left[1 - \frac{\nu_{ekb} N (2 + \nu_{ekb} N)}{(1 + \nu_{ekb} N)^2} |f_s(u_1)|^2 \right] \times \right. \\ &\times \left[1 - \frac{\nu_{ekb} N}{1 + \nu_{ekb} N} |f_s(u_1)|^2 \right]^{-1} + \exp[-(\sigma_\varphi^2 + k^2 \sigma_r^2)] \times \\ &\times \left. \left[1 - \frac{\nu_{ekb} N}{1 + \nu_{ekb} N} |f_s(u_1)|^2 \right] \right\} \simeq \rho_0 \frac{\eta_0^2}{\eta_{ekb}^2} \left\{ D \frac{1}{N} + \exp[-(\sigma_\varphi^2 + k^2 \sigma_r^2)] \times \right. \\ &\times \left. [1 - |f_s(u_1)|^2] \right\}, \end{aligned} \quad (31)$$

где $\rho_0 \equiv |\alpha|^2 N / \eta_0^2$ имеет смысл отношения сигнал/шум для антенной решетки без флюктуаций параметров в отсутствие внешних помех. Последнее приближенное равенство в (31) справедливо при большой «эквивалентной» мощности помехи $\nu_{ekb} N \gg 1$. Для адаптивной антенны без флюктуаций параметров ($\sigma_\delta = \sigma_\varphi = \sigma_r = 0$) из (31) получаем хорошо известную [7–9] формулу

$$\rho_{rad} = \rho_0 \left[1 - \frac{\nu_1 N}{1 + \nu_1 N} |f_s(u_1)|^2 \right] \simeq \rho_0 [1 - |f_s(u_1)|^2]. \quad (32)$$

Для сравнения приведем также соответствующие (31) и (32) выражения для отношения сигнал/шум антенной решетки, согласованной с полезным сигналом, с фиксированными весами ($W_{ct} = S_{cp}^*$):

$$\rho_{congr, sl} = \rho_0 \frac{\eta_0^2}{\eta_{ekb}^2} \left[\frac{D(1/N) + \exp[-(\sigma_\varphi^2 + k^2 \sigma_r^2)]}{1 + \nu_{ekb} N |f_s(u_1)|^2} \right]; \quad (33)$$

$$\rho_{\text{согл}} = \frac{\rho_0}{1 + v_1 N |f_s(u_1)|^2}. \quad (34)$$

На рис. 1 сплошными линиями показаны зависимости отношений сигнал/шум (31), (33) от угла прихода помехи ϑ_1 для 20-элементной антенной решетки со случайно колеблющимися элементами ($N=20$, $d=\lambda/2$, $\sigma_\delta=\sigma_\phi=0$, $k\sigma_r=10^{-2}$, $v_1=50$ дБ, $\vartheta_s=0$). Штриховыми линиями показаны соответствующие характеристики (32), (34) антенной системы без флюктуаций ($\sigma_\delta=\sigma_\phi=\sigma_r=0$). За нулевой уровень взята величина ρ_0 . Из сравнения кривых и анализа формул (31)–(34) можно сделать следующие достаточно общие выводы.

При отсутствии внешних помех ($v_1=0$) малые флюктуации параметров

$$\sigma_\delta^2 + \sigma_\phi^2 + k^2 \sigma_r^2 \ll 1 \quad (35)$$

практически не влияют на отношение сигнал/шум адаптивной и согласованной антенны (при $v_1=0$ формулы (31), (33) совпадают и отличаются от (32), (34) на величину первого порядка малости (35)):

$$\rho_{\text{ад. сл}} = \rho_{\text{согл. сл}} \approx \rho_{\text{ад}} = \rho_{\text{согл}} = \rho_0.$$

При наличии мощных, по сравнению с собственным аддитивным шумом приемников, внешних помех ($v_1=50$ дБ) для неадаптивной согласованной с сигналом антенны малые флюктуации параметров приводят к «проигрышу» (по сравнению с согласованной антенной без флюктуаций параметров) только при углах прихода помех, близких к нулям стационарной ДН (ср. кривые 3 и 4 на рис. 1 при $\sin \vartheta_1 \approx 0,1; 0,2; \dots$).

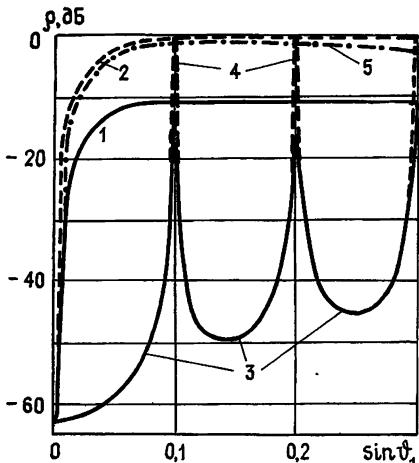


Рис. 1.

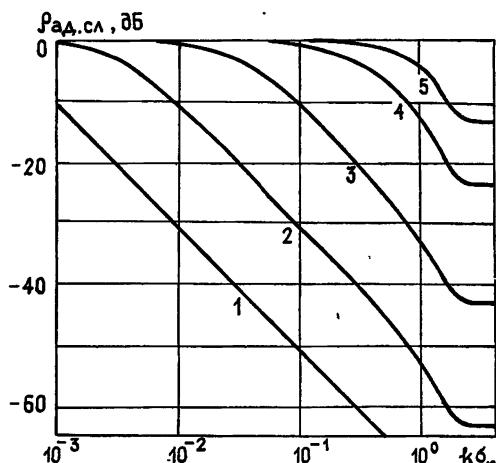


Рис. 2.

Рис. 1. Отношение сигнал/шум на выходе антенной решетки в зависимости от угла прихода мощной помехи ($v_1=50$ дБ).

Кривая 1 — адаптивная антenna при $k\sigma_r=10^{-2}$; 2 — адаптивная антenna при $k\sigma_r=0$; 3 — согласованная антenna при $k\sigma_r=10^{-2}$; 4 — согласованная антenna при $k\sigma_r=0$; 5 — адаптивная антenna с фазовой компенсацией случайных движений при $k\sigma_r=10^{-2}$.

Рис. 2. Зависимость отношения сигнал/шум на выходе адаптивной антенной решетки от величины среднеквадратичного отклонения ее элементов при различных мощностях внешней помехи.

Кривая 1 — $v_1=70$ дБ; 2 — $v_1=50$ дБ; 3 — $v_1=30$ дБ; 4 — $v_1=10$ дБ; 5 — $v_1=0$.

Поэтому практические влияние малых флюктуаций параметров на неадаптивную согласованную антенну и при наличии внешних помех также незначительно. Для адаптивной антены даже при малых флюктуациях параметров ($k\sigma_r=10^{-2}$) имеет место существенное уменьшение отношения сигнал/шум (~ -10 дБ по сравнению с адаптивной антенной без флюктуаций) почти для всех углов прихода помехи, за исключением направления, совпадающего с направлением на полезный сиг-

нал (ср. кривые 1 и 2). (При $\vartheta_1 \approx 0$ все рассмотренные антенны имеют приблизительно одинаковую низкую эффективность

$$\rho_{\text{ад. сл}} = \rho_{\text{согл. сл}} \approx \rho_{\text{ад}} = \rho_{\text{согл}} = \rho_0 / (1 + v_1 N), \quad (36)$$

поскольку помеха суммируется когерентно, как и сигнал.) Из анализа формулы (31) следует, что при мощных помехах ($v_1 \geq 10$) флюктуации параметров начинают уменьшать отношение сигнал/шум (более чем на 3 дБ) при

$$\sigma_\delta^2 + \sigma_\varphi^2 + k^2 \sigma_r^2 \geq 1/v_1. \quad (37)$$

Это условие позволяет просто оценить интенсивность флюктуаций параметров и относительную мощность помех, для которых отношение сигнал/шум следует рассчитывать с их учетом по формуле (31), а не (32). При одновременном выполнении неравенств (35) и (37) величина $\rho_{\text{ад. сл}}$ уменьшается обратно пропорционально мощности «эквивалентного» собственного шума (21):

$$\eta_{\text{экв}}^2 \approx \eta_0^2 [1 + v_1 (\sigma_\delta^2 + \sigma_\varphi^2 + k^2 \sigma_r^2)].$$

На рис. 2 приведены зависимости $\rho_{\text{ад. сл}}$ для произвольных $k\sigma_r$ ($\sigma_\delta = \sigma_\varphi = 0$) при различных мощностях внешней помехи (предполагается, что помеха действует вне главного лепестка стационарной ДН). Из приведенных кривых видно, что при больших флюктуациях координат элементарных приемников ($k\sigma_r \geq 1$) отношение сигнал/шум резко уменьшается до уровня $\rho_0 / (1 + v_1) N$ (ср. с (36)) и далее остается постоянным. При этом помеха и сигнал с различных измерителей складываются одинаково некогерентно.

7. Проведенный выше анализ показал, что при воздействии мощных, по сравнению с собственным шумом системы, внешних помех адаптивные антенны весьма чувствительны даже к малым флюктуациям параметров. Использование больших подвижных антенных решеток (например в гидрофизических измерениях) делает поэтому актуальным рассмотрение различных схем, устраняющих вредное влияние случайных взаимных движений элементарных измерителей на работу антенны.

При наличии неподвижного источника опорного пилот-сигнала, в принципе, может быть осуществлена автоматическая фазировка антенной системы путем компенсации случайных (или детерминированных) движений измерителей в наперед заданном направлении за счет введения соответствующих фазовых сдвигов в каналы приемников при обработке сигналов. Например, это может быть сделано с помощью «второго кольца адаптации» — адаптивного алгоритма, минимизирующего среднеквадратичную ошибку на выходе системы и работающего на высокой частоте пилот-сигнала со временем настройки, много меньшее времени корреляции случайных движений измерителей.

Пусть в направлении на полезный сигнал работает система быстрой фазовой компенсации случайных движений элементов с помощью введения фазовых сдвигов

$$\Delta\varphi_n = -k_s \delta r_n \quad (38)$$

в приемные каналы решетки. Предполагая для простоты, что коэффициенты усиления в каналах не флюктуируют ($\delta_n = \varphi_n = 0$), n -ю компоненту фазора l -й помехи после компенсирующего фазовращателя запишем в виде

$$s_{ln} = \exp [i(k_l r_n + \Delta\varphi_n)] = \exp (ik_l \langle r_n \rangle) \exp [i(k_l - k_s) \delta r_n]. \quad (39)$$

Используя (39), найдем выражение для элементов корреляционной матрицы l -й помехи $M_{l \text{ср}}^{\Phi}$ в системе с фазовой компенсацией случайных движений элементов:

$$(M_{l \text{ cp}}^{\Phi, k})_{nm} = \begin{cases} \exp [ik_l(\langle r_m \rangle - \langle r_n \rangle)] \Theta_{\delta r_n}^*(k_l - k_s) \Theta_{\delta r_m}(k_l - k_s) \text{ при } n \neq m \\ 1 \text{ при } n = m \end{cases} \quad (40)$$

Отсюда видно, что, вводя вектор

$$\Theta_l^{\Phi, k} \equiv \{\exp(ik_l \langle r_1 \rangle) \Theta_{\delta r_1}(k_l - k_s), \dots, \exp(ik_l \langle r_N \rangle) \Theta_{\delta r_N}(k_l - k_s)\}^T, \quad (41)$$

выражения для корреляционных матриц $M_{l \text{ cp}}^{\Phi, k}$ и $M_{\text{cp}}^{\Phi, k}$ можно записать в виде, полностью аналогичном (10)–(12).

При одинаковых, независимых по разным координатам и изотропных гауссовых флуктуациях положений элементов решетки для значений характеристических функций $\Theta_{\delta r_n}(k_l - k_s)$ получим следующее выражение:

$$\Theta_{\delta r_n}(k_l - k_s) \equiv \langle \exp[i(k_l - k_s) \delta r_n] \rangle_{\delta r_n} = \exp[-k^2 \sigma_r^2 (1 - \cos \varphi_{ls})], \quad (42)$$

где φ_{ls} — угол между волновыми векторами полезного сигнала и l -й помехи. Подставляя (42) в (41), получим

$$\Theta_l^{\Phi, k} = \exp[-k^2 \sigma_r^2 (1 - \cos \varphi_{ls})] S_{l \text{ cp}}, \quad (43)$$

где вектор $S_{l \text{ cp}}$ определяется формулой (15). Используя (40)–(43), найдем выражение для корреляционной матрицы помех $M_{\text{cp}}^{\Phi, k}$ в рассматриваемом случае:

$$M_{\text{cp}}^{\Phi, k} = \gamma_0^2 [\mathbf{A}_0^{\Phi, k} + \sum_{l=1}^L \nu_l \exp[-2k^2 \sigma_r^2 (1 - \cos \varphi_{ls})] S_{l \text{ cp}}^* S_{l \text{ cp}}^T]; \quad (44)$$

$$\mathbf{A}_0^{\Phi, k} = [1 + \sum_{l=1}^L \nu_l (1 - \exp[-2k^2 \sigma_r^2 (1 - \cos \varphi_{ls})])] \mathbf{I}. \quad (45)$$

Из сравнения формул (44), (45) с соответствующими формулами (18), (19) для системы без фазовой компенсации видно, что формулы (44), (45) получаются из (18), (19) (при $\sigma_\delta = \sigma_\phi = 0$) путем замены дисперсии изотропных флуктуаций элементов σ_r^2 на эквивалентные «анизотропные» дисперсии

$$(\sigma_r^{\Phi, k})^2 = 2\sigma_r^2 (1 - \cos \varphi_{ls}), \quad (46)$$

зависящие от направления прихода l -й помехи. Таким образом, в адаптивной системе с фазовой компенсацией «перекачка» мощности внешних помех во внутренние шумы системы происходит анизотропно, тем меньше, чем ближе направление внешней помехи к направлению опорного сигнала.

Используя (24), (44) и (45), несложно получить для средней ДН по мощности $G_{\text{cp}}^{\Phi, k}(k)$ адаптивной антенной решетки с фазовой компенсацией следующее выражение:

$$G_{\text{cp}}^{\Phi, k}(k) = W_{\text{ct}}^{\Phi, k+} \langle s^* s^T \rangle^{\Phi, k} W_{\text{ct}}^{\Phi, k} = (1 - \exp[-2k^2 \sigma_r^2 (1 - \cos \varphi_k)]) \times \times |W_{\text{ct}}^{\Phi, k}|^2 + \exp[-2k^2 \sigma_r^2 (1 - \cos \varphi_k)] G_0^{\Phi, k}(k), \quad (47)$$

где $\cos \varphi_k = k^T k_s / k^2$, а $G_0^{\Phi, k}(k) \equiv W_{\text{ct}}^{\Phi, k+} s_{\text{cp}}^* s_{\text{cp}}^T W_{\text{ct}}^{\Phi, k}$ имеет смысл стационарной ДН адаптивной антенной решетки без флуктуаций параметров с вибраторами, расположенными в точках $\langle r_n \rangle$, и весовым вектором $W_{\text{ct}}^{\Phi, k}$, находимым с учетом случайных движений и компенсирующих фазовых сдвигов с помощью матрицы $M_{\text{cp}}^{\Phi, k}$. Заметим, что «шумовая» ДН (первый член в (47)) в системе с фазовой компенсацией имеет кардиоидную форму с нулем в направлении на полезный сигнал.

Отношение сигнал/шум на выходе адаптивной антенны с фазовой компенсацией $\rho_{\text{ад.сл}}^{\Phi, k}$ может быть найдено непосредственно из (30), (31) с помощью замены (46). Например, на рис. 1 штрихпунктирной линией показана зависимость $\rho_{\text{ад.сл}}^{\Phi, k}$ от угла прихода помехи для линейной антенны, рассмотренной в п. 6. Из сравнения кривых 1, 2, и 5 видно, что фазовая компенсация случайных движений вибраторов позволяет существенно улучшить отношение сигнал/шум для нескольких первых боковых лепестков.

При одновременном выполнении неравенств (35) и (37) (т. е. на линейных участках зависимостей, представленных на рис. 2) выигрыш в отношении сигнал/шум системы с фазовой компенсацией по сравнению с адативной системой без компенсации легко находится:

$$\rho_{\text{ад.сл}}^{\Phi, k} / \rho_{\text{ад.сл}} \approx (\sigma_r^{\Phi, k} / \sigma_r)^2 = -10 \lg 2(1 - \cos \vartheta_1) [\text{дБ}].$$

Отсюда следует, что увеличение выходного отношения сигнал/шум имеет место при $\vartheta_1 < 60^\circ$ (увеличение более чем на 6 дБ в секторе $\vartheta_1 \leq 30^\circ$). В то же время для помех, приходящих с «тыла», отношение сигнал/шум уменьшается.

Таким образом, рассмотренная схема фазовой компенсации случайных движений вибраторов может быть использована для повышения эффективности адативных антенных решеток при компенсации мощных помех, приходящих с направлений, близких к направлению полезного (опорного) сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шифрин Я. С. Вопросы статистической теории антенн. — М.: Сов. радио, 1970.
2. Содин Л. Г. — Радиотехника и электроника, 1964, 9, № 7, с. 1179.
3. Вгеппап L., Pugh E., Reed I. — IEEE Trans., 1971, AES-7, № 2, р. 254.
4. Мальцев А. А., Музычук О. В., Позументов И. Е. — Радиотехника и электроника, 1978, 23, № 7, с. 1401.
5. Позументов И. Е. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 1, с. 56.
6. Мальцев А. А., Позументов И. Е. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 5, с. 577.
7. Applebaum S. R. — IEEE Trans., 1976, AP-24, № 5, р. 585.
8. Пистолькорс А. А., Литвинов О. С. — Сб. научно-методических статей по прикладной электродинамике. — М.: Высшая школа, 1980, вып. 4, с. 3.
9. Ширман Я. Д., Манжос В. Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1981.

Горьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
4 октября 1985 г.,
после доработки
20 февраля 1986 г.

A CHARACTERISTIC OF ADAPTIVE ANTENNA ARRAYS WITH TAKING INTO ACCOUNT FAST PARAMETER FLUCTUATIONS

A. A. Mal'tsev

The influence of the fast arbitrary value parameter fluctuations on the adaptive antenna array characteristics is considered. Expressions for the steady-state antenna patterns and the output signal-to-noise ratio of the array are derived. It is shown that in the presence of the powerful jammer signal even relatively small parameter fluctuations can substantially reduce the output signal-to-noise ratio of the adaptive antenna. A scheme with phase compensation of the receiving elements random motions is suggested and its characteristics are investigated.