

4. Карапетян В. Р., Нагдалян Э. А. Тезисы XVII Всесоюзной конференции «Радиоастрономическая аппаратура». — Ереван, 1985, с. 255.
5. Гольнев В. Я. и др. — Изв. САО, 1981, 13, с. 53.
6. Вегнер J. — IEEE Trans. Instr. Measurement, 1979, 28, № 1, p. 46.
7. Thomsen F. — IEEE MTT, 1984, 32, № 2, p. 145.

Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР

Поступила в редакцию
28 мая 1986 г.

УДК 538.574.3

ГАШЕНИЕ ВОЛН В НЕЛИНЕЙНОЙ ИНТЕГРИРУЕМОЙ СИСТЕМЕ

В. К. Мельников

В известном приближении взаимодействие длинной волны с пакетом коротких волн, распространяющихся в плоскости xu под углом друг к другу, описывается системой уравнений

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial y} + 2k \frac{\partial}{\partial x} |v|^2 = 0, \quad i \frac{\partial v}{\partial t} = uv + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где u — амплитуда длинной волны, v — комплексная огибающая пакета коротких волн, t — время, x, y — координаты на плоскости, параметр k удовлетворяет условию $k^2 = 1$.

Система (1) обладает двумя типами решений, описывающих уединенные волны. Волны первого типа имеют вид

$$u = \frac{2\mu_1^2}{\text{ch}^2 [\mu_1 x + 2\mu_1 \nu_1 (y+t)]}, \quad v = 0,$$

где параметры μ_1, ν_1 принимают любые вещественные значения. Волны второго типа имеют вид

$$u = \frac{2\mu_2^2}{\text{ch}^2 [\mu_2 (x + 2\nu_2 t)]}, \quad v = c_0 \frac{\exp [i\nu_2 (x + 2\nu_2 t)]}{\text{ch} [\mu_2 (x + 2\nu_2 t)]} \exp [-i(\mu_2^2 + \nu_2^2) t],$$

где вещественные параметры μ_2, ν_2 и комплексная величина c_0 удовлетворяют соотношению $|c_0|^2 + 2k\mu_2^2\nu_2 = 0$, и, следовательно, для существования волн этого типа необходимо выполнение условия $k\nu_2 < 0$.

С помощью метода обратной задачи рассеяния [1, 2] может быть найдено точное решение системы (1), описывающее взаимодействие волны первого типа с волной второго типа. С этой целью возьмем функции D и V вида

$$D = 1 + \alpha_0 \exp[2\mu_1 x + 4\mu_1 \nu_1 (y+t)] + \beta_0 \exp[2\mu_2 (x + 2\nu_2 t)] + \\ + \gamma_0 \exp[2\mu_1 x + 4\mu_1 \nu_1 (y+t) + 2\mu_2 (x + 2\nu_2 t)], \\ V_1 = - \left\{ 1 + \alpha_0 \frac{\omega_3 - \omega_1}{\omega_3 + \omega_1} \exp [2\mu_1 x + 4\mu_1 \nu_1 (y + t)] \right\} \times \\ \times 2c_0 \exp[\mu_2 (x + 2\nu_2 t)] \exp [i\nu_2 (x + 2\nu_2 t) - i(\mu_2^2 + \nu_2^2) t],$$

где $\alpha_0 > 0$, $\beta_0 = -k|c_0|^2/2\mu_2^2\nu_2$, $\gamma_0 = \alpha_0\beta_0|(\omega_3 - \omega_1)/(\omega_3 + \omega_1)|^2$, $\omega_1 = \mu_1 + i\nu_1$, $\omega_3 = \mu_2 + i\nu_2$ и $\omega_1 + \omega_3 \neq 0$. Согласно результатам работы [2] функции

$$u = 2(\partial^2/\partial x^2) \ln D, \quad v = V/D$$

являются решением системы (1). Очевидно, что если $k\nu^2 < 0$, то найденное решение не имеет особенностей при любых вещественных x, y, t .

Выясним теперь поведение полученного выше решения. Рассмотрим сначала случай $\omega_1 \neq \omega_3$. С помощью несложных вычислений находим, что если $\mu_1 \nu_1 > 0$, то при $y \rightarrow \infty$ наше решение имеет асимптотику

$$u \sim \frac{2\mu_2^2}{\text{ch}^2 [\mu_2 (x + 2\nu_2 t + x_0^+)]}, \\ v \sim c_0^+ \frac{\exp [i\nu_2 (x + 2\nu_2 t)]}{\text{ch} [\mu_2 (x + 2\nu_2 t + x_0^+)]} \exp [-i(\mu_2^2 + \nu_2^2) t], \quad (2)$$

где

$$x_0^+ = \frac{1}{2\mu_2} (\ln \gamma_0 - \ln \alpha_0), \quad c_0^+ = -c_0 \exp(-\mu_2 x_0^+) \frac{\omega_3 - \omega_1}{\omega_3 + \omega_1}$$

а при $y \rightarrow -\infty$ справедлива асимптотика

$$u \sim \frac{2\mu_2^2}{\text{ch}^2 [\mu_2 (x + 2\nu_2 t + x_0^-)]},$$

$$v \sim c_0^- \frac{\exp [i\nu_2 (x + 2\nu_2 t)]}{\text{ch} [\mu_2 (x + 2\nu_2 t + x_0^-)]} \exp [-i(\mu_2^2 + \nu_2^2) t],$$

(3)

где $x_0^- = (1/2\mu_2) \ln \beta_0$, $c_0^- = -c_0 \exp(-\mu_2 x_0^-)$. Согласно определению величин x_0^+ , x_0^- , c_0^+ и c_0^- имеем

$$x_0 = x_0^+ - x_0^- = \frac{1}{\mu_2} \ln \left| \frac{\omega_1 - \omega_3}{\omega_1 + \omega_3} \right|, \quad |c_0^+| = |c_0^-|.$$

Заметим, что если $\mu_1 \nu_1 < 0$, то асимптотика (2) имеет место при $y \rightarrow -\infty$, а при $y \rightarrow \infty$ справедлива асимптотика (3).

Посмотрим теперь, как ведут себя функции u , v в окрестности прямой $y = ax$ при $a \in (-\infty, \infty)$. Нетрудно убедиться, что при удалении на бесконечность вдоль прямой $y = ax$ функция $u \rightarrow 0$ при любом значении $a \neq -(1/2\nu_1)$. Наоборот, при $a = -(1/2\nu_1)$ функция u имеет ненулевую асимптотику. Пусть для определенности $\mu_2 > 0$. Тогда при $x \rightarrow \infty$ имеем

$$u \sim \frac{2\mu_1^2}{\text{ch}^2 [\mu_1 x + 2\mu_1 \nu_1 (y+t) + \delta_+]},$$

где $\delta_+ = (1/2) (\ln \gamma_0 - \ln \beta_0)$, а при $x \rightarrow -\infty$ справедлива асимптотика

$$u \sim \frac{2\mu_1^2}{\text{ch}^2 [\mu_1 x + 2\mu_1 \nu_1 (y+t) + \delta_-]},$$

(5)

где $\delta_- = (1/2) \ln \alpha_0$. Заметим, что если $\mu_2 < 0$, то асимптотика (4) имеет место при $x \rightarrow -\infty$, а при $x \rightarrow \infty$ справедлива асимптотика (5). Далее, легко проверить, что при удалении на бесконечность вдоль прямой $y = ax$ при любом $a \in (-\infty, \infty)$ имеем $v \rightarrow 0$.

Таким образом, при $\omega_1 \neq \omega_3$ рассматриваемое нами решение действительно описывает взаимодействие волн первого типа с волной второго типа. Нелинейный характер взаимодействия приводит к сильному искажению этих волн в окрестности точки

$$x + 2\nu_1 (y+t) + (1/2\mu_1) (\delta_+ + \delta_-) = 0, \quad x + 2\nu_2 t + (1/2) (x_0^+ + x_0^-) = 0.$$

Однако при удалении на бесконечность вдоль гребня любой из взаимодействующих волн профиль этих волн приобретает указанный ранее характер. Вдали от области взаимодействия результат взаимодействия выражается в фазовом сдвиге обеих волн.

Ситуация меняется коренным образом, если $\omega_1 = \omega_3$, т. е. $\mu_1 = \mu_2 = \mu$, $\nu_1 = \nu_2 = \nu$. В этом случае при $\mu\nu > 0$ и $y \rightarrow \infty$ имеем $u \rightarrow 0$, $v \rightarrow 0$, а при $y \rightarrow -\infty$ справедлива асимптотика

$$u \sim \frac{2\mu^2}{\text{ch}^2 [\mu (x + 2\nu t + x_0^-)]},$$

$$v \sim c_0^- \frac{\exp [i\nu (x + 2\nu t)]}{\text{ch} [\mu (x + 2\nu t + x_0^-)]} \exp [-i(\mu^2 + \nu^2) t],$$

(6)

где $x_0^- = (1/2\mu) \ln \beta_0$, $c_0^- = -c_0 \exp(-\mu x_0^-)$. Наоборот, при $\mu\nu < 0$ и $y \rightarrow -\infty$ имеем $u \rightarrow 0$, $v \rightarrow 0$, а при $y \rightarrow \infty$ справедлива асимптотика (6). Далее при удалении в бесконечность вдоль прямой $y = ax$ имеем $u \rightarrow 0$, $v \rightarrow 0$ при любом значении $a \neq -(1/2\nu)$. При $a = -(1/2\nu)$ и $\mu > 0$ имеем $u \rightarrow 0$, $v \rightarrow 0$, если $x \rightarrow \infty$, а при $x \rightarrow -\infty$ справедлива асимптотика

$$u \sim \frac{2\mu^2}{\text{ch}^2 [\mu x + 2\mu\nu (y+t) + \delta_-]}, \quad v \rightarrow 0, \quad \delta_- = (1/2) \ln \alpha_0.$$

(7)

Наоборот, при $a = -(1/2\nu)$ и $\mu < 0$ имеем $u \rightarrow 0$, $v \rightarrow 0$, если $x \rightarrow -\infty$, а при $x \rightarrow \infty$ справедлива асимптотика (7)

Таким образом, в случае $\omega_1 = \omega_3$ асимптотика нашего решения сходна с найденной ранее для случая $\omega_1 \neq \omega_3$ асимптотикой только с одной стороны от области взаимодействия. С другой стороны от области взаимодействия мы получили

нулевую асимптотику, т. е. при $\omega_1 = \omega_3$ две волны разных типов гасят друг друга в результате взаимодействия. Это явление носит существенно нелинейный характер и невозможно в линейной системе. Оно тесно связано с определенными свойствами предложенного в заметке [1] для интегрирования системы (1) линейного оператора.

В заключение отметим, что аналогичное явление имеет место и для других систем, перечисленных в заметке [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Mel'nikov V. K. — Lett. Math. Phys., 1983, 7, № 2, p. 129.
2. Мельников В. К. Препринт ОИЯИ Р2-85-958. — Дубна, 1985.

Поступила в редакцию
2 сентября 1986 г.

УДК 621.372.853

ПОГЛОЩЕНИЕ В ВОЛНОВОДНОМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КЛИНЕ

Т. И. Васильева, А. А. Кириленко, Л. А. Рудь

Задача анализа волноводных поглощающих нагрузок состоит в изучении формы переходного участка, параметров поглотителя и других элементов конструкции как факторов, влияющих на согласование полого и заполненного волноводов. Интересные результаты в этом плане получены в [1], где показано, в частности, что простейший клин и двухсторонний — типа «ласточкин хвост» — мало отличаются друг от друга по своим свойствам, а «ступенчатый» переход к заполненному волноводу не дает заметных преимуществ в сравнении с плавным. Ниже мы остановимся на некоторых других данных о свойствах волноводных оконечных нагрузок.

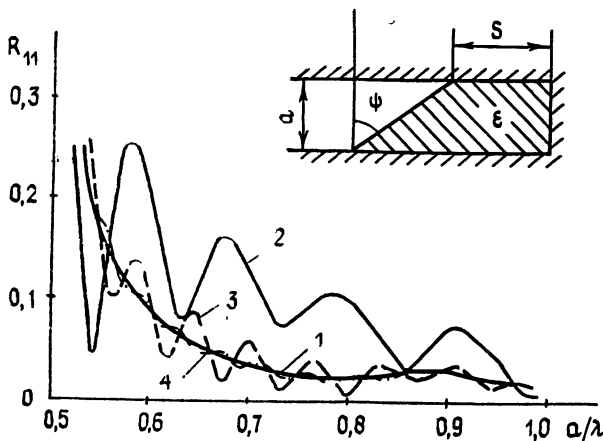


Рис. 1

Рассмотрим простейшую конструкцию, поперечное сечение которой в H -плоскости изображено на рис. 1. Согласующий участок выполнен в виде «одностороннего» клина, на расстоянии s от конца клина расположен короткозамыкающий поршень. Расчет коэффициента отражения от такой нагрузки проведен методом полуобращения [2], внутренних полей в поглотителе — с помощью процедуры, описанной в [3]. Изучались: 1) влияние потерь на степень согласования, 2) влияние короткозамыкателя на КСВ нагрузки, 3) модовый состав и характер поля в поглотителе.

Как оказалось, в пределах $\text{tg } \delta < 0,15$ величина угла диэлектрических потерь мало влияет на коэффициент отражения от самой границы раздела нагрузки с волноводом. Таким образом, и для поглощающих диэлектриков справедливы основные выводы работы [4], где приведены номограммы коэффициента отражения H_{10} -волны, $|R_{11}(a/\lambda, \psi)| = \text{const}$, для идеального диэлектрического клина в прямоугольном волноводном и, в частности, показано, что КСВ $< 1,1$ в рабочем диапазоне при $\epsilon = 2,3$ можно достичь только в области $\psi > 60-70^\circ$, а при $\epsilon = 6,8$ — если $\psi > 75^\circ$. Кривая 1 на рис. 1 соответствует клину с $\psi = 70^\circ$ и $\epsilon = 2,3 (1 + i \cdot 0,1)$, графически совпадая с такой же кривой для идеального диэлектрика.

Другие графики рис. 1 иллюстрируют влияние короткозамыкателя на работу нагрузки. Как видно, даже при $L = s/a = 5,0$ (кривая 4) на величину $|R_{11}|$ еще