

УДК 533.9

## ТОКОВОЕ РАВНОВЕСИЕ КВАЗИБЕННЕТОВСКОГО ТИПА В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ

*A. С. Чихачев*

Изучается равновесие пучка, характеризуемого анизотропным давлением, в присутствии тока вторичных электронов плазмы. Показано, что при достаточно большой величине тока плотность частиц пучка экспоненциально падает с ростом радиуса.

Одним из наиболее хорошо изученных распределений, описывающих токовое равновесие плазмы, является обычное беннетовское распределение [1]. Это распределение может устанавливаться в результате столкновений и, по-видимому, хорошо согласуется с данными наблюдений [2].

При прохождении пучка электронов достаточно большой энергии через остаточный газ влиянием столкновений частиц на состояние пучка можно пренебречь. В этом случае равновесие пучка может описываться функцией распределения, зависящей от интегралов движения. Примером может служить «квазибеннетовское равновесие», изучавшееся в работе [3]. Это равновесие описывается функцией распределения следующего вида:

$$f = \kappa \left| \frac{M}{M_0} \right|^{\xi} \exp \left( -\frac{H}{T} + \frac{v_0 P_z}{T} \right), \quad (1)$$

где  $\kappa$  — нормировочная постоянная,  $M$  — момент импульса частицы относительно оси пучка (т. е. оси  $z$ ),  $M = rp_\theta$ ,  $H = c\sqrt{(mc)^2 + p^2}$  — гамильтониан,  $P_z = p_z - (e/c)A_z$  — продольная компонента обобщенного импульса,  $A_z(r)$  — продольная компонента вектор-потенциала,  $T$ ,  $M_0$ ,  $v_0$  — константы размерности энергии, момента и скорости,  $-e$ ,  $m$  — заряд и масса электрона,  $c$  — скорость света,  $\xi$  — безразмерный параметр ( $\xi > -1$ ), физический смысл которого пояснен ниже. Предполагается, что внешнее магнитное поле отсутствует. Заряд пучка полностью скомпенсирован.

Гидродинамические уравнения равновесия, соответствующего (1), несколько отличаются от уравнений для обычного беннетовского равновесия. Это отличие состоит в наличии анизотропного давления. Для компонент тензора давления

$$Q_{ih} = \int (p_i - \bar{p}_i)(v_h - \bar{v}_h) f d\mathbf{p}$$

(где  $\bar{p}_i$ ,  $\bar{v}_i$  — средние значения компонент импульса и скорости) можно получить

$$Q_{zz} = Q_{rr} = Q_{\perp} = nT, \quad Q_{\theta\theta} = Q_{\parallel} = (\xi+1)nT,$$

здесь  $n$  — плотность. Таким образом,  $\xi$  — степень анизотропии давления. Уравнения равновесия с анизотропным давлением проанализированы в [4].

Представляет интерес изучение ситуации, которая может возникнуть при прохождении пучка, характеризуемого квазибеннетовским распределением, через остаточный газ. При достаточно большом дав-

лении газа следует учитывать воздействие тока вторичных электронов, рождающихся в результате ионизации газа пучком, на состояние первичного пучка. Если ток РЭП достаточно велик ( $J \geq 1$  кА), средний ларморовский радиус вторичных электронов оказывается меньшим длины свободного пробега  $\lambda_0$  относительно соударений с нейтральными атомами. Это случай замагниченной диффузии, изученный в [5], где показано, что вторичные частицы приобретают продольную составляющую скорости. Воздействие тока вторичных электронов на самосогласованное магнитное поле  $B_\theta$  изучаемой плазменно-пучковой системы может оказаться существенным, если вторичный ток соизмерим по величине с током основного пучка.

Будем далее считать, что дрейфовое пространство ограничено трубой радиуса  $R$ , причем  $R$  много больше радиуса пучка. Предположим также, что частота столкновений плазменных электронов с нейтральными атомами существенно превосходит частоту кулоновских соударений, что справедливо при достаточно низкой степени ионизации. Это предположение выполняется при  $n_g \gg n_e (\sigma_k / \sigma_0)$ , где  $n_g$ ,  $n_e$  — концентрации атомов газа и электронов плазмы,  $\sigma_k$  — кулоновское сечение рассеяния,  $\sigma_0$  — сечение рассеяния на нейтральных атомах.

Таким образом, с одной стороны, плотность вторичных электронов должна существенно превышать плотность электронов пучка ( $n_g \gg n_b$ ), чтобы вторичный ток мог быть соизмеримым с первичным, с другой — длина свободного пробега электронов плазмы относительно рассеяния на нейтральных частицах должна быть больше характерного ларморовского радиуса.

Если  $i = eJ/mc^3$ , где  $J$  — ток пучка, то  $n_b = imc^2/\pi e^2 \beta_0 r_b^2$ , где  $\beta_0 = v_0/c$ ,  $v_0$  — средняя скорость частиц пучка,  $r_b$  — его радиус. Из первого условия следует

$$n_g \gg \frac{\sigma_k}{\sigma_0} \frac{imc^2}{\pi e^2 r_b^2 \beta_0}.$$

Так как ларморовский радиус  $r_L \sim r_b (v_{Te}/2ic)$  ( $v_{Te}$  — тепловая скорость электронов плазмы), из второго условия можно получить

$$n_g < 2ic/r_b v_{Te} \sigma_0.$$

Для характерных значений параметров, соответствующих реальным экспериментам [5],  $v_{Te}/c \sim 10^{-2}$ ,  $\sigma_k \sim 10^{-13} \text{ см}^2$ ,  $\sigma_0 \sim 10^{-15} \text{ см}^2$ ,  $i \sim 0,01$ ,  $r_b \sim 1 \text{ см}$ . Из этих условий следует  $10^{15} \text{ см}^{-3} \geq n_g \geq 10^{12} \text{ см}^{-3}$ . Последнее неравенство ограничивает область давлений остаточного газа, при которых возможны изучаемые состояния пучка.

Для полного описания рассматриваемой системы необходимо определение продольного тока вторичных электронов. В силу однородности системы в продольном направлении уравнение непрерывности вторичных частиц может быть записано в виде

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r j_r^{(2)} = n_g \sigma_i j_z^{(1)}, \quad (2)$$

где  $\sigma_i$  — сечение ионизации,  $j_r^{(2)}$  — плотность радиального тока плазменных электронов,  $j_z^{(1)}$  — плотность тока пучка.

Замагниченная диффузия вторичных электронов в пренебрежении кулоновским трением и электрическим полем описывается уравнением [5]

$$eE - \frac{1}{n_e} \nabla (n_e T_e) + \frac{e}{c} [\mathbf{v}_e \cdot \mathbf{B}] + F_{tp} \frac{e}{m} = 0, \quad (3)$$

где  $E$  — амбиполярное поле,  $n_e T_e$  — давление вторичных электронов,  $F_{tp} = mv_e(v_{Te}/\lambda_0)$  — сила трения электронов плазмы с нейтральными атомами,  $\mathbf{v}_e$  — средняя гидродинамическая скорость вторичных частиц.

Полное магнитное поле имеет только азимутальную компоненту, так что продольная и радиальная компоненты тока вторичных электронов связаны соотношением

$$j_z^{(2)} = \alpha B_0 j_r^{(2)} = \omega(r) \tau j_r^{(2)}, \quad (4)$$

где  $\alpha = e\lambda_0/mcv_{Te}$ ,  $\omega$  — параметр замагниченности. Ларморовский радиус вторичных электронов должен быть малым в сравнении с характерным радиусом пучка. Это означает, что безразмерный ток пучка  $i$  должен быть достаточно большим (но может быть меньше единицы).

Если заменить в системе гидродинамических уравнений работы [4]  $j_z \rightarrow j_z^{(1)} + j_z^{(2)}$  с использованием (2) и (4), можно получить систему гидродинамических уравнений для плотности электронов пучка  $n$ .

Использование самосогласованной кинетики, однако, представляется более удобным для описания пучка. Для продольной компоненты векторного потенциала  $\psi_z = (ev_0/cT)A_z(r)$  имеем следующее уравнение:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{d\psi_z}{dr} = \frac{4\pi ev_0}{Tc^2} (j_z^{(1)} + j_z^{(2)}). \quad (5)$$

Отсюда с учетом (4) и (2) следует

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{d}{dr} r \frac{d\psi_z}{dr} - \frac{4\pi ev_0}{Tc^2} r j_z^{(1)} \right) \left( \frac{d\psi_z}{dr} \right)^{-1} = \frac{4\pi\alpha}{c} n_g \sigma_i r j_z^{(1)}, \quad (6)$$

причем в соответствии с (1)  $j_z^{(1)}$  может быть представлен в виде

$$j_z^{(1)} = \frac{p_0 c^2}{4\pi e} \frac{1}{r_1^2} \left( \frac{r}{r_0} \right)^\xi \exp(-\psi_z), \quad (7)$$

где

$$r_0 = M_0/p_0, \quad p_0 = T/v_0, \quad r_1^2 = c/4\pi e^2 \kappa p_0^2 \Lambda_0,$$

$$\Lambda_0 = \frac{4\sqrt{\pi}\Gamma((\xi+1)/2)}{\Gamma(\xi/2+1)} \int_0^\infty \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\xi+3} dp \exp \left( -\frac{c\sqrt{(mc)^2 + p^2}}{T} \right) \times \\ \times ((mc)^2 + p^2)^{-1/2} \int_0^1 \mu d\mu (1 - \mu^2)^{\xi/2} \operatorname{sh}(\mu p/p_0)$$

(см. также [3]). Если ввести обозначения  $\alpha_0 = \alpha(cp_0/e)n_g\sigma_i = (\lambda_0 T/mv_{Te}v_0)n_g\sigma_i$ ,  $x = (r/r_0)^2$ ,  $\xi_0 = r_0^2/r_1^2$ , то уравнение, следующее из (6) и (7), можно записать в следующем виде:

$$4 \frac{d}{dx} x \frac{d\psi_z}{dx} - \xi_0 x^{\xi/2} \exp(-\psi_z) = \alpha_0 \xi_0 \frac{d\psi_z}{dx} \int_0^x dt t^{\xi/2} \exp(-\psi_z(t)). \quad (8)$$

Выбор пределов интегрирования в (8) соответствует разбеганию вторичных частиц от оси пучка. В этом случае направление плазменного тока совпадает с направлением тока пучка. При движении плазменных электронов к оси пучка в правой части (8) следует писать

$-\int_x^\infty dt$ , причем вторичный ток имеет направление, противоположное первичному. В этой ситуации необходим сток частиц на оси системы. Более интересным представляется случай, когда сток на оси отсутствует, а частицы гибнут на стенках трубы, по которой течет противоток.

Наиболее простой случай, когда (8) имеет решение  $\alpha_0=0$ . При этом

$$\psi_z = -2 \ln \left( 1 + \xi_0 \frac{x^{\xi/2+2}}{2(\xi+2)^2} \right),$$

что соответствует обычному квазибеннетовскому равновесию [3]. Можно убедиться, что при  $\alpha_0=1$  (8) имеем следующее точное решение:

$$\psi_z = \frac{\xi_0 x^{\xi/2+1}}{(\xi+2)^2}, \quad (9)$$

при этом плотность тока пучка

$$j_z^{(1)} = \text{const } x^{\xi/2} \exp \left[ -\frac{\xi_0 x^{\xi/2+1}}{(\xi+2)^2} \right]. \quad (10)$$

Последнее соотношение показывает, что плотность тока пучка при наличии плазменного тока весьма быстро (экспоненциально) убывает с ростом радиуса. При  $\xi=0$  распределение тока имеет гауссов характер. При  $\xi>0$  пучок трубчатый, если  $-1<\xi<0$ , плотность тока имеет на оси интегрируемую особенность.

Найдем также зависимость от радиуса компонент плазменного тока:

$$j_r^{(2)} = \frac{\text{const}}{\sqrt{x}} \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{\xi_0 x^{\xi/2+1}}{(\xi+2)^2} \right] \right\},$$

$$j_z^{(2)} = \text{const } x^{\xi/2} \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{\xi_0 x^{\xi/2+1}}{(\xi+2)^2} \right] \right\}.$$

Радиальный ток обращается в нуль на оси, затем, достигнув максимума, стремится к нулю при  $r \rightarrow \infty$ . Зависимость продольной компоненты вторичного тока от радиуса определяется параметром  $\xi$ . При  $\xi>0$  плотность продольного тока возрастает с ростом радиуса, однако внутри первичного пучка полный вторичный ток по порядку величины равен току пучка.

Отметим здесь, что значение параметра  $\alpha_0=1$  соответствует большим величинам тока основного пучка (оценка дает  $\alpha_0 \sim i(c/v_{Te}) \times \propto (\sigma_i/\sigma_0)$ ,  $\sigma_i \sim 10^{-18} \text{ см}^{-2}$ ,  $\sigma_0 \sim 10^{-15} \text{ см}^{-2}$ ; при  $T_e \sim 10 \text{ эВ}$   $v_{Te}/c \sim 10^{-2}$ , т.е.  $\alpha_0=1$  при  $i \geq 0,1$ ). Выражение (10) описывает случай полной перестройки распределения плотности. Эффект воздействия вторичных токов, создающий более крутой спад плотности основного пучка, существует и при малых значениях  $\alpha_0$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Bennett W. H. — Phys. Rev., 1934, 45, p. 890.
2. Lee E. P. — Phys. Fluids, 1976, 19, p. 60.
3. Чихачев А. С. — Физика плазмы, 1980, 6, с. 1012.
4. Никонов С. В., Чихачев А. С. — Физика плазмы, 1986, 12, с. 370.
5. Тосунян Г. А., Жаринов А. В. — Радиотехника и электроника, 1981, 26, с. 2622.

Всесоюзный электротехнический институт  
им. В. И. Ленина

Поступила в редакцию  
24 сентября 1985 г.

#### QUASI-BENNET TYPE CURRENT EQUILIBRIUM IN A RARE GAS

A. S. Chikhachev

The beam equilibrium with anisotropic pressure is studied in the presence of the secondary plasma electron current. At a rather great current value the beam is shown to decrease exponentially when the radius increases.