

УДК 621 371.24.551.510.52

## ВОЗБУЖДЕНИЕ ВОЛН НЕПРЕРЫВНОГО СПЕКТРА В СТАТИСТИЧЕСКИ-НЕОДНОРОДНОМ ВОЛНОВОДЕ

А. В. Кукушкин, И. М. Фукс

Исследована связь между волноводной модой и волнами непрерывного спектра, обусловленная рассеянием на флуктуациях показателя преломления. Рассмотрена высотная структура поля в пространстве над волноводом. Показано, что рассеяние волноводной моды в непрерывный спектр приводит к возрастанию уровня поля вне канала до величин того же порядка, что и поле в волноводном канале.

В пограничном слое атмосферы обычно имеются области с отрицательными градиентами диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ , которые могут образовать волноводные каналы. В таких областях  $d\epsilon/dz < -2/a$ , где  $z$  — высота над поверхностью,  $a$  — радиус Земли. При наличии волновода поле точечного источника представляется в виде суперпозиции волн непрерывного спектра (НС) и волноводных модов [1]; последние, если они обладают малым затуханием, приближенно эквивалентны волнам дискретного спектра [1–3]. В отсутствие флуктуаций  $\epsilon$ , т. е. когда атмосфера стратифицирована, интенсивность поля в зоне геометрической тени в областях пространства вне волноводного канала экспоненциально мала в силу малости «подбарьерного просачивания» [2] волноводных модов. Вкладом волн непрерывного спектра, первоначально возбужденных излучателем, в этих областях можно пренебречь в силу дифракционного ослабления в зоне тени. Рассеяние волноводных модов на случайных неоднородностях показателя преломления приводит к некогерентному обмену энергией между ними и возбуждению волн непрерывного спектра. Кроме этого, первоначально возбужденные волны непрерывного спектра попадают за горизонт за счет многократного рассеяния в верхних слоях атмосферы (явление ДТР). В настоящей работе рассматривается вклад в интенсивность поля волн непрерывного спектра, источником которых является волноводный мод. При этом исследуется случай, противоположный рассмотренному в [4], т. е. рассеяние на достаточно мелкомасштабных флуктуациях  $\epsilon$ , при котором характерные углы рассеяния превышают критический угол захвата волны в канал, и поэтому в каждом акте рассеяния возбуждаются волны непрерывного спектра, не локализованные в волноводном канале.

1. Рассматривается уравнение Гельмгольца для потенциала Дебая  $U$  [1] в слоисто-неоднородной (в среднем) атмосфере над земной поверхностью. При этом  $\epsilon(\mathbf{r}) = \epsilon_0(z) + \tilde{\epsilon}(\mathbf{r})$ ,  $\epsilon_0(z) = \langle \epsilon(\mathbf{r}) \rangle$  — средняя по реализациям диэлектрическая проницаемость,  $\tilde{\epsilon}(\mathbf{r})$  — статистически-однородная флуктуационная компонента,  $\mathbf{r} = \{x, \rho\}$ ,  $\rho = \{y, z\}$ ,  $x, y$  — ортогональные координаты, введенные вдоль земной поверхности, ось  $Ox$  — вдоль основного направления распространения волны. Рассмотрим приповерхностный тропосферный волновод и введем «потенциальную энергию» [1] (рис. 1):  $V(z) = k^2(\epsilon_M(z) - 1) = k^2[\epsilon_0(z) - 1 + 2z/a]$ .  $k$  — волновое число излучаемой волны. Выберем начало отсчета «энергии» от минимума  $V(z)$  (рис. 1), тогда непрерывный спектр соответствует интервалу  $(-\infty, 0)$ , а дискретный —  $(0, V(0))$ .

Положим, что «захваченным» является только один мод. В [3] в приближении марковского случайного процесса для этого случая получена система уравнений для функции взаимной когерентности (ФВК)

$$\Gamma(x, \rho_1, \rho_2) = \langle W(x, \rho_1) W^*(x, \rho_2) \rangle, \quad (1)$$

где  $W(x, \rho)$  — множитель ослабления, связанный с потенциалом Дебая  $U$  [1] соотношением [3]  $W = ((a+z)\epsilon_0)^{-1} U(x, \rho) \exp(-ikx)$ .

Обозначим через  $\varphi_d(z)$ ,  $\psi_q(z)$  собственные функции дискретного и непрерывного спектра, удовлетворяющие уравнению

$$\frac{d^2}{dz^2} \begin{Bmatrix} \varphi_d(z) \\ \psi_q(z) \end{Bmatrix} + \left[ V(z) - \begin{Bmatrix} q_d \\ q \end{Bmatrix} \right] \begin{Bmatrix} \varphi_d(z) \\ \psi_q(z) \end{Bmatrix} = 0, \quad (2)$$

граничным условиям  $\varphi_d(0) = 0$ ,  $\varphi_d(\infty) = 0$ ,  $\psi_q(0) = 0$  и условию ограниченности и непрерывности во всем пространстве  $z > 0$ ,  $q_d, q$  — собственные «энергии» волн дискретного и непрерывного спектра.

Следуя [3], введем координаты  $Y = (1/2)(y_1 + y_2)$ ,  $y = y_1 - y_2$  и спектральную амплитуду ФВК, связанную с непрерывным спектром

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_c(x, q_1, q_2, \rho, y) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty dz_1 \int_0^\infty dz_2 \int_{-\infty}^y dY \exp(ipY) \times \\ &\times \Gamma(x, z_1, z_2, Y, y) \psi_{q_1}^*(z_1) \psi_{q_2}(z_2). \end{aligned} \quad (3)$$

В [3] получено уравнение для этой компоненты ФВК, которое описывает процесс обмена энергией между волнами непрерывного и дискретного спектра. Как показывают качественные оценки, основным механизмом происхождения волн непрерывного спектра в пространстве над волноводом является рассеяние компоненты ФВК, связанной с чисто дискретным спектром.

Положим, что ослабление интенсивности волн непрерывного спектра в пространстве над волноводом, обусловленное уходом энергии из когерентной составляющей (с декрементом ослабления  $\gamma_0 = \frac{\pi k^2}{4} \int d\mathbf{x} \Phi_\epsilon(0, \mathbf{x})$ , где  $\Phi_\epsilon(\mathbf{x})$  — спектральная плотность флуктуаций

$\tilde{\epsilon}(\mathbf{r})$ ), полностью компенсируется приходом энергии из других направлений. Тем самым в этом приближении фактически не учитывается рассеяние волн НС в пространстве над волноводом. Этот эффект можно заведомо не учитывать, если потребовать малость затухания когерентной составляющей волны НС (т. е.  $\gamma_0 R \ll 1$ ) на ее пути  $R$  от точки, где произошло рассеяние волноводного мода в волну НС, до точки наблюдения. Оценивая максимальное значение  $R$  как  $R_{\max} = \sqrt{2az}$ , где  $z$  — высота точки наблюдения, получим ограничение  $z \ll [2a\gamma_0^2]^{-1}$ .

Для турбулентных флуктуаций  $\gamma_0 = 0.353k^2 C_n^2 L^{5/3}$ , где  $C_n^2$  — структурная постоянная флуктуаций показателя преломления,  $L$  — внешний масштаб турбулентности. Примем  $C_n^2 = 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$ ,  $L = 10^4 \text{ см}$ ,  $k = 2 \text{ см}^{-1}$ , тогда  $z_{\max} = z_m \approx 10^3 \text{ м}$ . Таким образом, приближение, в котором ниже получена оценка для волн НС, заведомо применимо для высот точки наблюдения  $z$ , удовлетворяющих неравенству  $z = z_m$ .

2. Рассмотрим интенсивность поля волн непрерывного спектра  $I_c(z, x) = \Gamma(x, \rho, \rho)$ ,  $\rho = \{0, z\}$ , полагая  $y$ -координаты источников и точек наблюдения равными нулю. Тогда, интегрируя уравнение (34) [3] с учетом сказанного и используя выражение (39) для  $\Gamma_d$  из [3], для  $I_c(z, x)$  получим

$$I_c(z, x) = k a^2 \exp(-\gamma_d x) |\varphi_d(z_0)|^2 \times$$

$$\times \frac{1}{16x} \int_0^x dx' \int_{-\infty}^{\infty} dq \int_{Q < -|q|^2} dQB(q, Q) \psi_{Q+q/2}(z) \psi_{Q-q/2}^*(z) \exp(iqx'/2k + \gamma_d x'), \quad (4)$$

где  $q = q_1 - q_2$ ,  $Q = (q_1 + q_2)/2$ ,

$$B(q, Q) = \int_{-\infty}^{\infty} dx_y \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa_z \Phi_{\varepsilon}(0, \kappa_y, \kappa_z) \int_0^{\infty} dz_1 \int_0^{\infty} dz_2 \times \quad (5)$$

$$\times \exp[i\kappa_z(z_1 - z_2)] \psi_{Q+q/2}^*(z_1) \varphi_d(z_1) \psi_{Q-q/2}(z_2) \varphi_d^*(z_2);$$

$$\gamma_d = \frac{\pi k^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx_y \int_{-\infty}^{\infty} d\kappa_z \Phi_{\varepsilon}(0, \kappa_y, \kappa_z) \left[ 1 - \int_0^{\infty} dz \times \right. \\ \left. \times \exp(i\kappa_z z) |\varphi_d(z)|^2 \right]. \quad (6)$$

В интеграле  $B(q, Q)$ , который определяет связь между волнами дискретного и непрерывного спектра, основной вклад дают спектральные компоненты  $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r})$  с волновыми числами  $|\kappa_z| > \mu = (-dV/dz)^{1/3}$  при  $z \leq H$  и область высот  $z_{1,2}$  в окрестности точки поворота мода  $z = z_d$ , в которой  $V(z_d) = q_d$  (рис. 1). Используем ВКБ-приближение для волн НС и представление в виде функции Эйри вблизи точки поворота для волноводного мода

$$\psi_{q\alpha}(z) = (2i/\pi)^{1/2} \exp(-i3\pi/4) (V(z) - q\alpha)^{-1/2} \times \\ \times \sin\left(\int_0^z dz' \sqrt{V(z') - q\alpha}\right); \quad (7)$$

$$\varphi_d(z) \sim \frac{1}{N_d} v(\mu(z - z_d)), \quad N_d^2 = \int_0^{\infty} dz |\varphi_d(z)|^2. \quad (8)$$

Пространственный спектр неоднородностей зададим для случая турбулентных пульсаций  $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r})$ , изотропных в плоскости  $xy$ :

$$\Phi_{\varepsilon}(\mathbf{x}) = 0,033 C_{\varepsilon \perp}^2 \alpha (\alpha_1^2 + \alpha_2^2 \alpha^2)^{-11/6}, \quad (9)$$

где  $C_{\varepsilon \perp}$  — структурная постоянная флуктуаций в горизонтальной плоскости,  $\alpha = l_z/l_{\perp}$  — параметр анизотропии неоднородностей,  $l_z, l_{\perp}$  — вертикальный и горизонтальный масштабы неоднородностей. Подставим в (5) интегральное представление функций Эйри

$$v(t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \exp\left(i\frac{\xi^3}{3} + i\xi t\right)$$

и потребуем выполнения неравенства  $|\kappa_z| > \mu$  и

$$2\sqrt{q_d(m/k)} \gg 1, \quad (10)$$

которое является необходимым для всей схемы решения, полученного в [3] и в настоящей работе. Тем самым, не рассматривается рассеяние «просачивающихся» волноводных модов. Тогда для  $B(q, Q)$  следует выражение

$$B(q, Q) = \begin{cases} \frac{0,089}{N_d^2 q} \sin(q\Lambda_d(Q)) (q_d - Q)^{-4/3}, & \frac{\Delta x}{x_d} \ll 1; \\ \frac{0,053}{N_d^2} \cos(q\Lambda_d(Q)) (q_d - Q)^{-5/6}, & \frac{\Delta x}{x_d} \gg 1, \end{cases} \quad (11)$$

где  $\Lambda_d(Q) = (1/2) \int_0^{z_d} dz' (V(z') - Q)^{-1/2}$ ,  $\kappa_d = \sqrt{q_d - Q}$ ,  $\Delta\kappa = (V(0) - Q)^{1/2} - (q_d - Q)^{1/2}$ . Величина  $\kappa_d$  определяет угол брэгговского рассеяния  $\phi$  из волноводного мода в волну непрерывного спектра с энергией  $Q$  на высоте  $z = z_d$ :  $2\sin \phi/2 = \kappa_d/k$ . В  $\Delta\kappa$  входит разность между величиной угла рассеяния у поверхности  $z=0$  и на высоте поворота мода. Таким образом, неравенство  $\Delta\kappa/\kappa_d \ll 1$  требует малости изменения угла рассеяния за счет рефракции в рассеивающем объеме, т. е. в области локализации мода, по сравнению с углом рассеяния на высоте  $z_d$ . Связь собственной «энергии»  $Q$  с углом наклона  $\alpha$  волнового фронта волны непрерывного спектра относительно поверхности  $z=H$  определена соотношением  $Q = -k^2 \tan^2 \alpha / m^2$ . Величина  $\Lambda_d(Q)$  равна расстоянию вдоль  $x$ , проходимоу волной непрерывного спектра с «энергией»  $Q$  при распространении от  $z=0$  до  $z=z_d$ . Таким образом,  $B(q, Q)$  описывает угловое распределение рассеянного поля, т. е. индикатрису рассеяния в «направления»  $q_1, q_2$ .

3. Для вычисления интенсивности поля воспользуемся ВКБ-приближением (11), которое подразумевает пренебрежение многократным переотражением волн НС внутри волноводного канала. С учетом (11) и (12) интегрирование (6) по разностной переменной  $q$  приводит к появлению членов, ограничивающих область расстояний  $x'$  от точки наблюдения, с которых собирается рассеянное поле. При  $(\sqrt{V(0)} - \sqrt{q_d})/\sqrt{q_d} \ll 1$

$$I_c(z, x) \sim \int_{-\infty}^0 dQ (q_d - Q)^{-4/3} (V(z) - Q)^{-1/2} \int_0^x dx' \times \\ \times \exp(\gamma_d x') \left\{ \frac{1}{2} \theta \left( \Lambda_d + \Lambda - \frac{x'}{k} \right) - \frac{1}{2} \theta \left( \Lambda_d - \Lambda - \frac{x'}{k} \right) - \right. \\ \left. - \theta \left( \Lambda_d - \frac{x'}{k} \right) \cos \left( 2 \int_0^z dz' \sqrt{V(z') - Q} \right) \right\} \quad (13)$$

и при  $(\sqrt{V(0)} - \sqrt{q_d})/\sqrt{q_d} \gg 1$

$$I_c(z, x) \sim \int_{-\infty}^0 dQ (q_d - Q)^{-5/6} (V(z) - Q)^{-1/2} \times \\ \times \int_0^x dx' \exp(\gamma_d x') \left\{ \frac{1}{2} \delta \left( \frac{x'}{k} + \Lambda_d - \Lambda \right) + \frac{1}{2} \delta \left( \frac{x'}{k} - \Lambda_d + \Lambda \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \delta \left( \frac{x'}{k} - \Lambda_d - \Lambda \right) - \delta \left( \frac{x'}{k} - \Lambda_d \right) \cos \left( 2 \int_0^z dz' \sqrt{V(z') - Q} \right) \right\}, \quad (14)$$

где

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 1/2, & x = 0, \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad \Lambda(Q, z) = \frac{1}{2} \int_0^z dz' (V(z') - Q)^{-1/2}.$$

Введем безразмерные переменные  $\tau = -Qm^2/k^2$ ,  $\tau_d = q_d(m^2/k^2)$ ,  $y = kz/m$ ,  $\beta = m^2 \gamma_d / k$  и приведенный профиль показателя преломления  $p(y) = V(z) (m^2/k^2)$ . Потребуем выполнения неравенства

$$k \gamma_d \Lambda_d(0) \ll 1. \quad (15)$$

Так как  $\Lambda_d(0) \geq \Lambda_d(q_d)$ , где  $k\Lambda_d(q_d)$  — длина цикла волноводного мода и существуют  $Q$ , для которых  $|Q| \leq q_d$  в (13), (14), то выполнение неравенства (15) требует малости затухания волны дискретного спектра в пределах одного цикла. В противном случае, структура волноводных модов вообще не формируется в канале, разрушаясь в пределах одного цикла.

Для интенсивности поля, нормированной на интенсивность поля в свободном пространстве, получим

$$I_0(z, x) = I_c(z, x) \frac{x^2}{a^2} = 0,078 k^{-5/3} x C_{\pm 1}^2 \alpha^{-5/3} \times \\ \times \frac{|\varphi_d(z_0)|^2}{N_d^2} m^{11/3} J(y) \exp(-\gamma_d x), \quad (16)$$

а для функции  $J(y)$ , которая определяет высотное распределение рассеянного поля, следуют выражения

$$J(y) = \int_0^{\infty} d\tau (\tau_d + \tau)^{-4/3} (p(y) + \tau)^{-1/2} \Lambda_d(\tau) \times \\ \times \left[ \exp(\beta \Lambda(\tau, y)) - \cos\left(2 \int_0^y dy' \sqrt{p(y') + \tau}\right) \right] \quad (17)$$

при  $(\sqrt{p(0)} - \sqrt{\tau_d})/\sqrt{\tau_d} \ll 1$  и

$$J(y) = \pi \left( -\frac{dp}{dy} \Big|_{y=y_d} \right)^{-2/3} J_2(y)$$

при  $(\sqrt{p(0)} - \sqrt{\tau_d})/\sqrt{\tau_d} \gg 1$ , (18)

где

$$J_2(y) = \int_0^{\infty} d\tau (\tau_d + \tau)^{-5/6} (p(y) + \tau)^{-1/2} \left[ \exp(\beta \Lambda(\tau, y)) - \right. \\ \left. - \cos\left(2 \int_0^y dy' \sqrt{p(y') + \tau}\right) \right].$$

4. Рассмотрим суммарное поле в зоне геометрической тени как результат аддитивного вклада волн дискретного спектра и волн непрерывного спектра, возбужденных за счет рассеяния волноводного мода.

Для интенсивности волноводных модов следует соотношение

$$I_d^0 = \frac{x}{8\pi k} |N_d|^{-4} |\varphi_d(z_0)|^2 |\varphi_d(z)|^2 \exp(-\gamma_d x). \quad (19)$$

Суммарную интенсивность определим как

$$I = I_d^0 + I_c^0 = \frac{x}{8\pi k} |N_d|^{-4} |\varphi_d(z_0)|^2 \exp(-\gamma_d x) S(z), \quad (20)$$

где

$$S(z) = |\varphi_d(z)|^2 |N_d|^2 + 0.139 k^{-2/3} C_{\pm 1}^2 \alpha^{-5/3} m^{11/3} J(z). \quad (21)$$

Функция  $S(z)$  определяет высотное распределение суммарной интенсивности поля. Рассмотрим характер функции  $S(z)$  на примере билинейной зависимости  $V(z)$ . Примем следующие значения параметров задачи:  $k=2 \text{ см}^{-1}$ ,  $a=8500 \text{ км}$ ,  $H=11 \text{ м}$ ,  $\Delta \varepsilon_M = \varepsilon_M(z=0) - \varepsilon_M(H) =$

$= 5,8 \cdot 10^{-6}$ . Приведенный профиль  $p(y)$  зададим билинейной аппроксимацией

$$p(y) = \begin{cases} g_p(Y-y), & y \leq Y \\ y-Y, & y > Y \end{cases}, \quad (22)$$

где  $Y = kH/m = 2,42$ ,  $g_p = p(0)/Y$ ,  $p(0) = m^2 \Delta \epsilon_M$ , при этом  $g_p = 2$ ,  $\tau_d = p(0) + g_p^{2/3} \xi_d = 1$ ,  $p(0) = 4,34$ ,  $\xi_d = -2,338$ .

Рассмотрим высотную зависимость интенсивности волноводного мода, т. е. первого члена в  $S(z)$ . До сих пор при рассмотрении волноводного мода не учитывался эффект просачивания волны дискретного спектра сквозь потенциальный барьер, которое определяется величиной мнимой части  $q_d$ , обозначаемой далее как  $\delta_d$ :

$$\delta_d = \text{Im } q_d = \frac{\mu^2}{4} \frac{g_p^{2/3}}{\sqrt{-\xi_d}} \exp \left[ -\frac{4}{3} \tau_d^{3/2} \left( 1 + \frac{1}{g_p} \right) \right]. \quad (23)$$

Подбарьерное просачивание практически не влияет на высотную структуру захваченного мода внутри волноводного канала при  $y < Y$ , где

$$q_d \simeq \frac{1}{N_d} v \left( \frac{\tau_d}{g_p^{1/3}} - g_p^{1/3} (Y - y) \right). \quad (24)$$

Вне волноводного канала высотная структура  $q_d(z)$  соответствует уходящей волне с амплитудой, пропорциональной коэффициенту прохождения волн с данным  $q_d$  сквозь потенциальный барьер:

$$q_d(y) = \frac{1}{\mu N_d} g_p^{-1/3} (-\xi_d)^{1/4} \delta_d^{1/2} \omega_1 \left( \tau_d + i \frac{\delta_d}{\mu^2} - (y - Y) \right), \quad (25)$$

где  $\omega_1(t)$  — функция Эйри—Фока [1].

Рассматривая второй член в (21), выразим значение коэффициента перед  $J(y)$  через величину безразмерного декремента затухания  $\beta$ . Для этого воспользуемся формулой (28) для  $\gamma_d$  из [5], приводя ее к обозначениям настоящей работы:

$$\beta = m^2 \gamma_d / k = 0,264 k^{-2/3} C_{\epsilon}^2 \alpha^{-5/3} m^{11/3} g_p^{-5/9}. \quad (26)$$

Тогда для  $S(y)$  получим

$$S(y) = |q_d(y)|^2 |N_d|^2 + 0,492 g_p^{5/9} \beta J(y). \quad (27)$$

В принципе, для определения коэффициента  $\beta$  необходимо знание величины структурной постоянной  $C_{\epsilon}$  и параметра анизотропии неоднородностей в объеме волноводного канала. Однако в ряде случаев можно воспользоваться другим способом. Как следует из [5], для однодогового приповерхностного тропосферного волновода ослабление поля сантиметровых радиоволн на дистанциях до 200 км в основном обусловлено рассеянием волноводного мода на объемных случайных неоднородностях показателя преломления. Если из радиотехнических измерений при фиксированной комбинации высот известна величина погонного ослабления поля  $\gamma_x = dI_{\text{акс}}^0 / dx$ , то величину  $\gamma_x$  можно связать с декрементом затухания интенсивности волноводного мода  $\gamma_d$ ,  $\gamma_x = 4,34 \gamma_d$ , и соответственно построить теоретическое высотное распределение поля  $S(y)$  для других высот. По данным, приведенным в [6], величина  $\gamma_x$  для сантиметровых волн лежит в пределах  $\gamma_x = 0,2$ — $0,5$  дБ/км. При этом соответствующие пределы для  $\beta = 0,207$ — $0,52$  при  $k = 2 \text{ см}^{-1}$ ,  $a = 8,5 \cdot 10^3 \text{ км}$ .

Таким образом, в реальных условиях коэффициент перед  $J(y)$  в (27) оказывается величиной порядка единицы и соответственно вклад волн непрерывного спектра в  $S(y)$  может быть значительным.

На рис. 2 приведен результат расчета результирующей высотной зависимости  $10 \lg S(y)$  по формуле (27) для  $\beta=0,207$  и  $\beta=0,52$  при выше принятых параметрах профиля  $p(y)$  (кривые 2 и 3 соответственно). Здесь же показана зависимость от высоты, определяемая только вкладом волн дискретного спектра (кривая 1). Как видно из рисунка, характер высотной зависимости поля выше точки поворота мода при  $y > y_d = kz_d/m$  (в данном случае  $y_d = 1,67$ ) определен вкладом волн непрерывного спектра, т. е. интегралом  $J(y)$ . Очевидно, что учет рассеяния приводит к существенному изменению зависимости поля от высоты: уровень поля вне волноводного канала при достаточно интенсивных флуктуациях  $\epsilon$  возрастет до величины порядка уровня поля волноводного мода внутри канала и высотная зависимость при  $y \gg Y$  практически отсутствует. При  $y - Y \gg \tau_d$  асимптотика  $S(y)$  имеет вид

$$S(y) \sim [16(y - Y - \tau_d)]^{-1/2} \exp \left[ -\frac{4}{3} \tau_d^2 \left( 1 + \frac{1}{g_p} \right) + 2 \frac{\delta_d}{\mu^2} \sqrt{y - Y - \tau_d} \right] + 0,492 g_p^{1,9} \beta (y - Y)^{-1/2} \exp(\beta \sqrt{y - Y}). \quad (28)$$

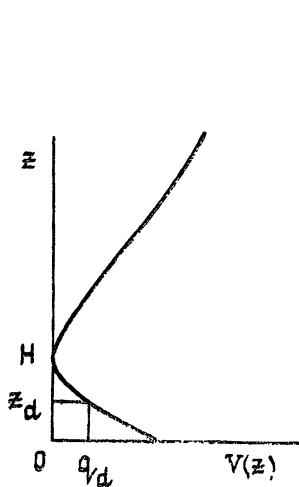


Рис. 1.

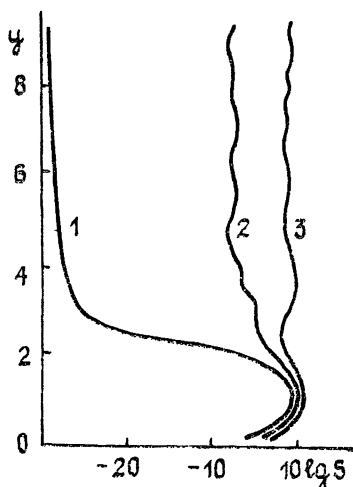


Рис. 2.

Начиная с высот  $y_1 = Y + \tau_d + \mu^4/2\delta_d^2$  и  $y_2 = Y + 1/4\beta^2$ , в первом и втором члене  $S(y)$  экспоненциальный рост преобладает над цилиндрической расходимостью. Экспоненциальный рост слагаемых в (28) связан с приходом волн с меньших расстояний  $x' < x$ ,  $x' = x - (a/m) \sqrt{y - Y}$ , на которых поле волноводного мода было экспоненциально велико, по сравнению с его значением в сечении  $x$ . Основной вклад в (28) дает второй член, так как затухание волноводного мода за счет рассеяния по крайней мере на порядок превышает затухание за счет просачивания сквозь барьер. В принципе, для рассмотрения поля на больших высотах требуется учитывать рассеяние волн непрерывного спектра в пространстве над волноводом, которое не учтено в данной работе. Однако качественный характер поля волн непрерывного спектра, возбуждаемых рассеянием волноводного мода, по-видимому, при этом не изменится. Можно предполагать, что учет рассеяния волн НС в пространстве над волноводом несколько сгладит экспоненциальную зависимость (28) для больших высот точки наблюдения. При этом фактор дополнительной расходимости волн НС за счет уширения углового спектра может компенсироваться приходом волн из точек, которые находятся в зоне тени по отношению к точке наблюдения, т. е. с расстояний  $x' < x_m = x - (a/m) \sqrt{y - Y}$ . Следует отметить, что учет волн НС, воз-

бужденных волноводным модом, имеет смысл, если их интенсивность сравнима или превышает стандартный уровень поля ДТР в рамках теории однократного рассеяния.

В заключение авторы благодарят А. Н. Аверина за проведение расчетов на ЭВМ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Фок В. А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. — М.: Сов. радио, 1970.
2. Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике — М.: Наука, 1971.
3. Кукушкин А. В. — Изв вузов — Радиофизика, 1984, 27, № 1, с. 18.
4. Артельный В. В., Раевский М. А. — Изв вузов — Радиофизика, 1984, 27, № 9, с. 1142.
5. Фрейлихер В. Д., Фукс И. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 4, с. 408.
6. Pekeris C. L. — Proc. IRE, 1947, 5, p. 453.

Институт радиофизики и электроники  
АН УССР

Поступила в редакцию  
1 июля 1985 г.

#### EXCITATION OF CONTINUUM WAVES IN A DUCT WITH RANDOM FILLING

*A. V. Kukushkin, I. M. Fuks*

The author analyze the coupling of a guided mode and continuum waves owing to scattering by fluctuations of the refractive index. The height profile of the field in the space above the duct is considered. As has been found the guided-to-continuum mode scattering leads to an increase in the field outside the duct roughly to the same level as the field in the duct.

---