ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXX, № 6 *РАДИОФИЗИКА* *1987*

УДК 533.951

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН НА ВТОРОЙ ГАРМОНИКЕ ИОННЫХ И ЭЛЕКТРОННЫХ ЦИКЛОТРОННЫХ ЧАСТОТ

В. А. Гирка, В. И. Лапшин

Исследовано влияние внешнего переменного электрического поля на поверхностные циклотронные волны в полуограниченной плазме, находящейся в постоянном магнитном поле, параллельном ее границе. Вычислены инкременты параметрических неустойчивостей необыкновенных ионных и электронных поверхностных циклотронных волн в условиях слабой пространственной дисперсии

Известно, что воздействие внешнего переменного электрического поля на магнитоактивную плазму может приводить к параметрическому возбуждению объемных циклотронных волн (см., например, [1–4]). В работе [5] было показано, что в ограниченной плазме, находящейся во внешнем постоянном магнитном поле, параллельном ее границе, могут существовать необыкновенные поверхностные циклотронные волны (НПЦВ). Целью данной работы является изучение возможности параметрического возбуждения ионных и электронных НПЦВ в длинноволновой области спектра. Полученные результаты представляют интерес при изучении и использовании поверхностных эффектов, возникающих в результате взаимодействия внешней волны накачки с ограниченной плазмой.

Рассмотрим полуограниченную плазму с резкой границей, состоящую из ионов и электронов. Такая модель границы наиболее точно описывает случай твердотельной плазмы. Однако ею можно пользоваться и в случае газовой плазмы, если глубина проникновения поля поверхностной волны существенно больше, чем характерное расстояние, на котором изменяется плотность плазмы. Более подробно этот вопрос исследован в монографии [6] и цитируемой в ней литературе.

Полагаем, что внешнее постоянное магнитное поле направлено параллельно поверхности плазмы ($\boldsymbol{H}_0 \parallel \boldsymbol{z}$), а исследуемые волны распространяются поперек магнитного поля. Систему координат выбираем так, что плазма занимает пространство $x>0$, а переменное электрическое поле $\boldsymbol{E}_0 \sin \omega_0 t$ имеет составляющие E_{0x} и E_{0y}. Поле накачки считаем однородным, что справедливо в том случае, когда расстояние, на котором его амплитуда значительно изменится, существенно больше длины поверхностной волны $2\pi/k_2$, которая в рассматриваемом случае [5, 7] порядка глубины скинирования поля поверхностной волны в плазме. Эти условия могут выполняться, когда отношение газокинетического давления плазмы к магнитному мало: $\sqrt{\beta_\alpha} \ll k_2 R_\alpha \ll 1$. При этом пространственная дисперсия плазмы в рассматриваемой задаче полагалась слабой, отношение плазменной частоты к циклотронной считалось значительно больше единицы: $\Omega_\alpha/|\omega_\alpha| \gg 1$. Здесь индекс $\alpha=e$ для электронов, для ионов $\alpha=i$, $\beta_\alpha=\Omega_\alpha^2 v_{T\alpha}^2/\omega_\alpha^2 c^2$, $v_{T\alpha}$ и R_α — соответственно тепловая скорость и ларморовский радиус частиц сорта α.

Исходная система уравнений состоит из самосогласованного кинетического уравнения для функции распределения частиц плазмы и уравнений Максвелла для полей волны. Считаем, что равновесная функция распределения частиц является максвелловской. В приближении медленных волн уравнения Максвелла распадаются на две подсистемы, описывающие E- и H-волну [6], E-волна при этом является необыкновенной, ее электрическое поле перпендикулярно внешнему магнитному полю.

Для этой волны с помощью преобразований Фурье получается следующая система уравнений:

$$\frac{i\omega_n}{c} H_z^{(n)} = \frac{\partial E_y^{(n)}}{\partial x} - ik_2 E_x^{(n)}, \quad \frac{i\omega_n}{c} E_x^{(n)} = \frac{4\pi}{c} j_x^{(n)} - ik_2 H_z^{(n)},$$
$$\frac{i\omega_n}{c} E_y^{(n)} = \frac{4\pi}{c} j_y^{(n)} + \frac{\partial H_z^{(n)}}{\partial x}. \tag{1}$$

Зависимость плотности тока $\boldsymbol{j}$ и поля волны E_x, E_y, H_z от координат и времени полагалась в виде $\exp(ik_2 y)\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} F^{(n)} \exp(-i\omega_n t)$ где $\omega_n = \omega + n\omega_0$.

Для определения коэффициентов Фурье плотности тока решаем кинетическое уравнение для возмущенной функции распределения f_α. В случае слабой пространственной дисперсии ($|k_{1,2}R_\alpha| \ll 1$) импедансы системы плазма—вакуум слабо зависят от выбора модели отражения частиц от поверхности плазмы [7]. Величина декремента затухания НПЦВ на второй гармонике циклотронных частот, в основном, определяется [7] столкновениями между частицами. Пренебрегая вкладом неразностной части ядра тензора проводимости плазмы, связь между коэффициентами Фурье плотности тока и электрического поля считаем такой же, как и в неограниченной однородной плазме. Используя выражение для n-й гармоники f_α, находим коэффициенты Фурье $j_1^{(n)}$ и $j_2^{(n)}$, которые входят в систему уравнений (1). При этом считаем, что амплитуда волны накачки мала ($a_E^2 = k_1^2 e_\alpha^2 (\omega_0^2 E_{0x}^2 + \omega_\alpha^2 E_{0y}^2)\omega_0^{-2} m_\alpha^{-2} (\omega_0^2 - \omega_\alpha^2)^{-2} \ll 1$, e_α и m_α — соответственно заряд и масса частиц сорта α), а поверхностная волна (ВЧ или НЧ) возбуждается на второй гармонике соответствующей циклотронной частоты (поэтому в сумме по номерам гармоник s циклотронных частот достаточно [2] оставить слагаемые с $|s| \leqslant 2$):

$$j_1^{(n)} = \sigma_1 E_1^{(n+l)} + \sigma_2 E_2^{(n+l)}, \quad j_2^{(n)} = \sigma_1 E_2^{(n+l)} - \sigma_2 E_1^{(n+l)}, \tag{2}$$

где

$$\sigma_1 = \sum_\alpha \frac{\Omega_\alpha^2}{4\pi} \sum_{s=-2}^{2} \sum_{m,l} \frac{is^2 \exp(-i\gamma l)(y_\alpha/2)^{|s|-1}(-a_E/2)^{|m|+|m-l|}}{2|s|!\,(\omega_{n+m} - s\omega_\alpha)\,|m|!\,|m-l|!},$$

$$\sigma_2 = \sum_\alpha \frac{-\Omega_\alpha^2}{4\pi} \sum_{s=-2}^{2} \sum_{m,l} \frac{s(-a_E/2)^{|m|+|m-l|}(y_\alpha/2)^{|s|-1}\exp(-i\gamma l)}{2(\omega_{n+m} - s\omega_\alpha)(|s|-1)!\,|m|!\,|m-l|!},$$

суммирование по индексам m и l проводится от $-\infty$ до $+\infty$, $y_\alpha = k_1^2 R_\alpha^2/2$, $\operatorname{tg}\gamma = \omega_\alpha E_{0y}/\omega_0 E_{0x}$.

Применяя к системе (1) преобразование Фурье по координате x и последовательно исключая из уравнений $E_1^{(n)}$ и $H_3^{(n)}$, получим следующее уравнение для $E_2^{(n)}$:

$$\frac{icH_z^{(n)}(0)}{2\pi\omega_n} = \frac{k_1^2 + k_2^2}{k_2^2}\left[E_2^{(n)} + \frac{4\pi i\sigma_1}{\omega_n} E_2^{(n+l)}\right] + \frac{ik_1}{2\pi k_2^2} \times$$
$$\times \left[E_y^{(n)}(0) + \frac{4\pi i\sigma_1}{\omega_n} E_y^{(n+l)}(0)\right] + \frac{\sigma_2 2}{k_2\omega_n} E_y^{(n+l)}(0). \tag{3}$$

Для нахождения дисперсионного уравнения воспользуемся граничными условиями. Первое из них состоит в непрерывности тангенциальной составляющей электрического поля. Второе условие получается при интегрировании уравнений Максвелла в узком приграничном слое. При этом ограничимся слагаемыми, пропорциональными a_E^2, т. е. суммирование по индексам m и l проводим в пределах $|m| \leqslant 2$, $|m| + |m-l| \leqslant 2$:

$$\{H_z^{(n)}\} = -\sum_\alpha \sum_{m,l\neq 0} \Omega_\alpha^2 \frac{(-i\varkappa_\alpha)^{|m|+|n-l|} \exp(-i\gamma l)}{ick_2 |m|! \, |m-l|!} \times \\ \times E_y^{(n+l)}(0) \left(\frac{\omega_\alpha}{\omega_{n+m}^2 - \omega_\alpha^2} + \frac{\omega_\alpha k_2^2 R_\alpha^2}{\omega_{n+m}^2 - 4\omega_\alpha^2} \right), \tag{4}$$

где

$$\varkappa_\alpha^2 = k_2^2 e_\alpha^2 (\omega_\alpha^2 E_{0y}^2 + \omega_0^2 E_{0x}^2) \omega_0^{-2} m_\alpha^{\ 2} (\omega_0^2 - \omega_\alpha^2)^{-2} 4.$$

Дисперсионные свойства ионных и электронных НПЦВ в исследуемом случае различны [5,7], поэтому рассмотрим их отдельно.

Рассмотрим сначала случай возбуждения ВЧ поверхностной волны на второй гармонике электронной циклотронной частоты. Из уравнения (3) с помощью обратного преобразования Фурье, используя граничные условия, можно получить бесконечную цепочку уравнений для $E_y^{(n+l)}(0)$:

$$E_{y_*}^{(n)}(0) \lambda^{(n)} - \frac{\Omega_e^2}{\omega_n} \sum_{m,l\neq 0} \frac{(-i\varkappa_e)^{|m|+|m-l|}}{|m|! \, |m-l|!} \left(\frac{4\omega_e}{\omega_{n+m}^2 - \omega_e^2} + \\ + \frac{k_2^2 R_e^2}{\omega_{n+m} - 2|\omega_e|} \right) E_{y_*}^{(n+l)}(0) = -2\varepsilon_1 \Phi_*, \tag{5}$$

здесь индекс $*$ означает $F_*^{(n)} = F^{(n)} \exp(i\gamma l)$, Φ_* — константа, связанная с коэффициентом Фурье поля E_y, $\lambda^{(n)} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + i|k_2| q_0 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \times \times (q_0^2 + k_2^2)^{-1}$, $\lambda^{(n)} = 0$ — дисперсионное уравнение, описывающее распространение ВЧ НПЦВ в отсутствие волны накачки, т. е. при $E_0 = 0$, $\varepsilon_{1,2}$ — гидродинамические компоненты тензора диэлектрической проницаемости плазмы (см., например, [2,6]), $q_0 = (i/R_\alpha) \sqrt{16(\omega_n - 2|\omega_\alpha|)/3\omega_n}$ — корень уравнения $\varepsilon_{11}(k_1 = q_0) = 0$ в верхней полуплоскости.

Полагая $\omega = \omega_d + \delta$, $|\delta| \ll \omega_d$, из (5) получаем дисперсионное уравнение, описывающее возбуждение ВЧ НПЦВ:

$$\frac{-\delta(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)(1 + 4\omega_{-p} \Delta_{Te}/3k_2^2 v_{Te}^2)}{(1 - 4\omega_{-p} \Delta_{Te} \, 3k_2^2 V_{Te}^2)^2 |k_2| \, v_{Te}} \sqrt{\frac{\omega_{-p}}{3\Delta_{Te}}} + \\ + \frac{\Omega_e^2 \varkappa_e^2}{\omega_{-p}} \left(\frac{4\omega_e^2}{\omega_{-p}^2 - \omega_e^2} + \frac{k_2^2 R_e^2}{\delta + \Delta_{Te}} \right)^2 (2|\omega_e| - \omega_{1-p} - \omega_{-1-p}) = 0, \tag{6}$$

где $\omega_d = 2|\omega_e| + \Delta_{Te} + p\omega_0$, $\Delta_{Te} = \omega_{-p} \dfrac{19 - \sqrt{37}}{96} k_2^2 R_e^2$, p — любое целое число. Уравнение (6) является кубическим относительно δ, в рассматриваемом случае оно имеет два комплексно-сопряженных корня, причем $\operatorname{Im} \delta \simeq \varkappa_e \Delta_{Te}$.

Рассмотрим теперь возможность возбуждения НЧ поверхностной волны на второй гармонике ионной циклотронной частоты. Асимптотики тензора ε_{ik} различны в областях высоких и низких $(\omega \sim \omega_i)$ частот, поэтому дисперсионные свойства ВЧ и НЧ НПЦВ отличаются. При

$\omega \sim \omega_i$ добавка к резонансной частоте волны на второй гармонике ионно-циклотронных колебаний будет определяться как ионными, так и электронными слагаемыми. Дисперсионное уравнение, описывающее возбуждение НЧ НПЦВ, имеет следующий вид:

$$E_{y*}^{(n)}(0)\,\lambda^{(n)} - \sum_{\alpha} \frac{\Omega_\alpha^2}{\omega_n} \sum_{m,l\neq 0} \frac{(-i\varkappa_\alpha)^{|m|+|m-l|}}{|m|!\,|m-l|!} E_{y*}^{(n+l)}(0) \times$$

$$\times \left(\frac{2\omega_\alpha}{\omega_{n+m}^2 - \omega_\alpha^2} - \frac{k_2^2 R_\alpha^2/2}{\omega_{n+m} - 2|\omega_\alpha|} \right) = -2\varepsilon_1 \Phi_*, \tag{7}$$

где $\lambda^{(n)} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - ik_2 q_0 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)(q_0^2 + k_2^2)^{-1}$, $\lambda^{(n)} = 0$ — дисперсионное уравнение НЧ НПЦВ в отсутствие волны накачки. Из системы уравнений (7) найдем уравнение для определения величины инкрементов параметрической неустойчивости, считая, что имеет место резонанс $\omega - \omega_d = \delta$, $|\delta| \ll \omega_d$, $\omega_d = 2\omega_i + \Delta_{Ti} + p\omega_0$, p — любое целое число,

$$\delta(\delta + \Delta_{Ti})^2 + \frac{\varkappa_i^2 \Delta_{Ti}}{2\sqrt{37}} \left[\frac{4\omega_d^2(\delta + \Delta_{Ti})}{\omega_d^2 - \omega_i^2} - \omega_i k_2^2 R_i^2 \right]^2 b = 0, \tag{8}$$

где

$$b = \frac{\omega_{1-p}\omega_{-1-p} - \omega_i^2}{\omega_{-p-1}\,\omega_{1-p}}, \quad \Delta_{Ti} = \omega_{-p} k_2^2 R_i^2 \frac{19 + \sqrt{37}}{96}.$$

Исследуя решение Кардано (см., например, [8]) уравнения (8), можно показать, что оно имеет два комплексно-сопряженных корня; $\operatorname{Im}\delta$ по форме напоминает выражение для инкремента ВЧ НПЦВ: $\operatorname{Im}\delta \approx \approx \varkappa_i \Delta_{Ti}$.

Отметим, что приближение однородного поля волны накачки требует выполнения неравенства $\sqrt{\beta_\alpha} \ll R_\alpha k_2 \varkappa \ll 1$ $(\varkappa \sim \varkappa_e \sim \varkappa_i)$, которое следует из условия нарастания рассматриваемых поверхностных колебаний на расстояниях, значительно меньших характерного масштаба изменения амплитуды внешнего электрического поля.

Сравнивая зависимость величин инкрементов параметрической неустойчивости НПЦВ от амплитуды волны накачки с соответствующими зависимостями в случае объемных циклотронных волн [2], следует отметить, что инкременты НПЦВ пропорциональны $\varkappa_\alpha$, тогда как для объемных циклотронных волн $\operatorname{Im}\delta \sim \varkappa_\alpha^{2/3}$.

Результаты, полученные в данной работе, могут быть использованы, например, для объяснения экспериментов по генерации поверхностных магнитоплазменных поляритонов в полупроводниковой плазме (см., например, обзор [9]) и воздействию электромагнитного излучения на плотную газовую плазму.

Авторы выражают благодарность А. Н. Кондратенко за предложенную тему работы и полезные обсуждения результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Силин В. П. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. — М.: Наука, 1973. — 288 с.
2. Ломинадзе Д. Г. Циклотронные волны в плазме. — Тбилиси· Мецниереба, 1975. — 224 с.
3. Киценко А. Б., Панченко В. И., Степанов К. Н. — ЖТФ, 1973, **43**, № 7, с. **1426**.
4. Иванов А. А. — В сб.· Вопросы теории плазмы. — М.· Атомиздат, 1972, **6**, с. 139.
5. Girka V A., Kondratenko A. N., Peneva I. Kh Surface cyclotron waves. Conference on Surface Waves in Plasmas. Blagoevgrad, Bulgaria. Sept. 28 — Oct. 3, Invited talks and contributed papers. — Sofia, 1983, p. 366.
6. Кондратенко А. Н. Проникновение поля в плазму. — М.: Атомиздат, 1979.— 232 с.

7. К о н д р а т е н к о А. Н. Поверхностные и объемные волны в ограниченной плазме. — М. Энергоатомиздат, 1985 — 208 с.
8. К о р н Г, К о р н Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров — М Наука, 1970. — 720 с
9. Б р а з и с Р. С. — Лит физ. сб., 1981, 21, № 4, с. 73.

Харьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
1 августа 1985 г.,
после доработки
31 марта 1986 г.

PARAMETRIC EXCITATION OF SURFACE WAVES ON THE SECOND HARMONIC OF ION AND ELECTRON CYCLOTRON FREQUENCIES

V. A. Girka, V. I. Lapshin

Influence of external variable electric field upon the surface cyclotron waves in the semibounded plasma which being in the constant magnetic field oriented parallel to its boundary is investigated Increments of parametric instabilities of the unordinary ion and electron surface cyclotron waves under the conditions of weak space dispersion are calculated.

ИНСТРУКЦИЯ ПО СОСТАВЛЕНИЮ РЕФЕРАТОВ

1. В реферате кратко излагается основное содержание статьи. Реферат должен дать читателю представление о характере освещаемой работы, оригинальности постановки вопроса, методике проведения исследования и его основных результатах.
2. Реферату должно предшествовать библиографическое описание в следующем виде: название статьи, фамилия и инициалы автора, название журнала, где помещается статья. Текст реферата начинается непосредственно с изложения существа работы без повторения заголовка. Форма изложения материала не обязательно должна повторять форму изложения оригинальной статьи.
3. Если оригинал содержит большое количество цифровых данных, их следует обобщить и систематизировать.
4. Средний объем реферата 1,5—2 страницы машинописного текста, отпечатанного через два интервала на белой писчей бумаге обычного формата (30×21) в двух экземплярах с полем 4 см с левой стороны.
5. Таблицы, схемы, графики и пр. могут быть включены в том случае, если они отражают основное содержание работы или сокращают текст реферата. Сообщение о наличии в реферируемой работе таблиц, схем, графиков, фотографий, карт, рисунков необходимо давать в конце реферата. Например, табл. 2, ил. 10.
6. Формулы приводятся только в том случае, если они необходимы для понимания статьи. Громоздкие математические выражения помещать не следует. Формулы следует вписывать четко, не изменяя принятых в оригинале обозначений величин. Формулы и буквенные обозначения вписываются черными чернилами во второй экземпляр. Вписывание формул и буквенных обозначений, а также исправление замеченных опечаток в первом экземпляре не делается.
7. В конце реферата в квадратных скобках указывается название учреждения или предприятия, в котором автор реферируемой работы (если эти данные приводятся в статье) провел работу. Подпись автора и дату написания реферата следует ставить в левом нижнем углу на обоих экземплярах реферата.