ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXX, № 6 РАДИОФИЗИКА 1987

УДК 621.371.162

О СПЕКТРЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА В РАДИОЛОКАЦИОННОМ ОТРАЖЕНИИ ОТ МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

А. С. Брюховецкий

Для радиолокации при скользящем распространении над морской поверхностью вычислено рассеянное поле до третьего порядка теории возмущений включительно. Учтены направленность и импульсный характер излучения локатора. Определены интенсивности спектров первого и второго порядков и проведено их сравнение с имеющимися в литературе.

Определение характеристик радиосигнала, рассеянного морской поверхностью, в приближениях, более высоких, чем первое приближение теории малых возмущений, имеет важное значение, в частности, для радиоокеанографии [1]. В имеющихся к настоящему времени работах, основанных либо на приближенных решениях, либо на модельных представлениях, исследовались некоторые частные вопросы как для скалярного [2, 3], так и для электромагнитного случая [4–9]. Изучению интенсивности спектра второго порядка радиолокационного сигнала посвящены работы Баррика [7–9].

Ряд упрощений, используемых в [7–9], требует детального теоретического обоснования:

во-первых, предположение о монохроматичности и возможности пренебрежения сферичностью падающей волны в реальных условиях импульсной радиолокации не выполняются;

во-вторых, полное исследование спектра второго порядка требует знания рассеянного поля до третьего порядка включительно, о чем в работах Баррика не упоминается.

В связи с вышеизложенным, принимая во внимание практическую важность обсуждаемого вопроса, представляется необходимым систематическое и последовательное теоретическое исследование, учитывающее следующие основные особенности, присущие реальной задаче: а) необходимость учета ослабления среднего и рассеянного полей при скользящем распространении за счет конечной проводимости подстилающей поверхности; б) учет конечной ширины спектра импульсного излучения локатора; в) направленность излучения, обеспечиваемая антенной системой; г) сферичность падающей волны, являющаяся существенной в пределах площадки, формируемой диаграммой излучения локатора; д) необходимость вычислений рассеянного поля до третьего порядка включительно.

Для возможности проведения аналитических расчетов примем, что антенна формирует гауссову диаграмму направленности, а излучаемый импульс имеет гауссову огибающую по времени. Принимая во внимание высокую проводимость морской воды, будем интересоваться в падающем и рассеянном излучении только вертикально поляризованными волнами. Как обычно, временные изменения морской поверхности за период радиоволны предполагаются квазистационарными.

Будем исходить из граничных условий М. А. Леонтовича:

$$[N, E]|_{z=\zeta(r,t)} = \eta_0 [N [NH]]|_{z=\zeta(r,t)}, \qquad N = (i_z - \gamma)/\sqrt{1+\gamma^2}, \quad \gamma = \nabla_r \zeta, \tag{1}$$

$\boldsymbol{E}, \boldsymbol{H}$ — напряженность электрического и магнитного полей, $\boldsymbol{N}$ — нормаль к случайной поверхности $z = \zeta(\boldsymbol{r}, t)$, $\boldsymbol{i}_z$ — орт вдоль оси z, η_0 — поверхностный импеданс для морской воды. Выделим средние значения полей $\langle \boldsymbol{E} \rangle = \boldsymbol{\mathcal{E}}$, $\langle \boldsymbol{H} \rangle = \tilde{\boldsymbol{H}}$ и флуктуации $\boldsymbol{e}, \boldsymbol{h}$. Предполагая применимость обычного метода малых возмущений, последние можно представить в виде разложений по целым степеням малого параметра $\sim k_0\zeta$, причем граничные условия для них можно записать в виде

$$[\boldsymbol{i}_z, \boldsymbol{e}_m] - \eta_0 [\boldsymbol{i}_z [\boldsymbol{i}_z, \boldsymbol{h}_m]]|_{z=0} = \boldsymbol{A}_{m-1} \quad (m = 1, 2, 3, \ldots), \tag{2}$$

где

$$\boldsymbol{A}_0 = [\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\mathcal{E}}]|_{z=0}, \quad \boldsymbol{A}_1 = \left\{ [\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{e}_1] - \langle [\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{e}_1] \rangle - \left[\boldsymbol{i}_z, \zeta \frac{\partial \boldsymbol{e}_1}{\partial z} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \left\langle \zeta \frac{\partial \boldsymbol{e}_1}{\partial z} \right\rangle \right] \right\} \Bigg|_{z=0}, \quad \boldsymbol{A}_2 = \left\{ \left[\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\theta}_2 + \zeta \frac{\partial \boldsymbol{e}_1}{\partial z} \right] - \left[\boldsymbol{i}_z, \zeta \frac{\partial \boldsymbol{e}_2}{\partial z} + \frac{\zeta^2}{2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{e}_1}{\partial z^2} \right] \right\} \Bigg|_{z=0}.$$

При этом отброшены слагаемые малые из-за $\eta_0 \ll 1$ либо по причине скользящего распространения, и, как обычно, $\zeta(\boldsymbol{r}, t)$ считается нормальным случайным процессом.

Перейдем к фурье-представлениям

$$\boldsymbol{e}(\boldsymbol{R}, t) = \int d\omega e^{-i\omega t} \iint d^2 \varkappa \tilde{\boldsymbol{e}}^{\omega}(\boldsymbol{\varkappa}) \exp[i(\boldsymbol{\varkappa r} + \varkappa_z z)]; \tag{3а}$$

$$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{R}, t) = \int d\omega e^{-i\omega t} \iint d^2 \varkappa \tilde{\boldsymbol{h}}^{\omega}(\boldsymbol{\varkappa}) \exp[i(\boldsymbol{\varkappa r} + \varkappa_z z)]; \tag{3б}$$

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}(\boldsymbol{R}, t) = \int d\omega e^{-i\omega t} \iint d^2 k \tilde{\boldsymbol{\mathcal{E}}}^{\omega}(\boldsymbol{k}) \exp[i(\boldsymbol{kr} + k_z z)]; \tag{3в}$$

$$\zeta(\boldsymbol{r}, t) = \iint d^2 q \tilde{\zeta}_t(\boldsymbol{q}) e^{i\boldsymbol{qr}}. \tag{3г}$$

где $\boldsymbol{R} = (\boldsymbol{r}, z)$, $\varkappa_z = \sqrt{k_0^2 - \varkappa^2}$, $k_z = \sqrt{k_0^2 - k^2}$, $k_0 = \omega/c$, $\mathrm{Im}\, \varkappa_z, k_z \geqslant 0$.

Здесь и в дальнейшем для краткости написания интегрирование производится в пределах от $-\infty$ до $+\infty$, если не указаны другие пределы.

Из уравнений Максвелла можно получить

$$\tilde{\boldsymbol{e}}^{\omega}_{m\perp}(\boldsymbol{\varkappa}_m) = -\frac{k_0 \tilde{\boldsymbol{B}}_m}{k_0 + \varkappa_{mz}\eta_0} + \eta_0 \frac{\boldsymbol{\varkappa}_m [\boldsymbol{\varkappa}_m \tilde{\boldsymbol{B}}_m]}{(\varkappa_{mz} + k_0\eta_0)(k_0 + \varkappa_{mz}\eta_0)}; \tag{4а}$$

$$\tilde{e}_{mz}(\boldsymbol{\varkappa}_m) = \frac{[\boldsymbol{\varkappa}_m \tilde{\boldsymbol{B}}_m]}{(\varkappa_{mz} + k_0\eta_0)}. \tag{4б}$$

Знак $\perp$ означает составляющую вектора в плоскости $z=0$, а $\tilde{\boldsymbol{B}}_m$ — фурье-амплитуда выражения $\boldsymbol{B}_m(\boldsymbol{r}) = [\boldsymbol{i}_z, \boldsymbol{A}_{m-1}]$. Координатно-временное представление рассеянного поля получается подстановкой (4) в (3а).

Как уже оговаривалось, в качестве источника электромагнитных волн рассмотрим антенну с линейной апертурой вдоль оси Oy_0 на высоте $z=z_0$ над подстилающей поверхностью, имеющую гауссову освещенность $\boldsymbol{p}_0 \exp(-i\omega_н t) \exp(-y_0^2/\Delta y_0^2)$. Здесь $\omega_н$ — несущая частота, $\boldsymbol{p}_0$ — линейная плотность вертикальных электрических диполей $\boldsymbol{p}_0(0, 0, p_0)$. Излучение импульсное, с огибающей $\exp(-t^2/\Delta t^2)$. Для среднего поля получаем при этом

$$\tilde{\mathcal{E}}^{\omega}_z(\boldsymbol{k}) = (i/2\pi k_z) \Gamma p_0 k^2 \exp\left[-i\omega t - \left(\frac{\omega - \omega_н}{\Delta\omega}\right)^2 \ldots dy_0 \times \right. \tag{5}$$

$$\times \exp\left[-y_0^2/\Delta y_0^2 - ik_y y_0\right]\{\exp(-ik_z z_0) + V_{\text{в в}}(\boldsymbol{k})\exp(ik_z z_0)\}.$$

В этой формуле $\Delta\omega = z/\Delta t$, а $V_{\text{в.в}}(\boldsymbol{k})$— эффективный коэффициент отражения вертикальной составляющей среднего поля с сохранением поляризации [10], Γ — коэффициент пропорциональности, который можно будет выразить через параметры антенны. Подстановка (5) в (4), а (4) в (3а) приводит к исходному выражению для поля первого порядка. Интегрируя его по апертуре приемной антенны, которую будем считать идентичной и совмещенной с передающей, получим регистрируемое рассеянное поле первого порядка в точке $(0, 0, z = z^*)$ в момент времени t:

$$e_{1z}(z^*, t) = \Gamma\Gamma_1 p_0 \int d\omega \exp\left[-i\omega t - \left(\frac{\omega - \omega_{\text{н}}}{\Delta\omega}\right)^2\right] \iint d^2\boldsymbol{\varkappa}_1 \times$$

$$\times \iint d^2\boldsymbol{k} \int dy_0 \int dy^* \tilde{\zeta}_t(\boldsymbol{\varkappa}_1 - \boldsymbol{k}) \frac{i\boldsymbol{\varkappa}_1(\boldsymbol{\varkappa}_1 - \boldsymbol{k})}{\varkappa_{1z} + k_0\eta_0} \times$$

$$\times \exp\left[i(\boldsymbol{\varkappa}_1 \boldsymbol{r}^* + \varkappa_{1z} z^*)\right] \exp(-y^{*2}/\Delta y_0^2) \exp(-y_0^2/\Delta y_0^2 - ik_y y_0) \times \tag{6}$$

$$\times (i/2\pi k_z) k^2 \{\exp(-ik_z z_0) + V_{\text{в в}}(\boldsymbol{k})\exp(ik_z z_0)\}.$$

Здесь $(\boldsymbol{r}^*, z^*)$ — координаты точек апертуры приемной антенны.

Приняв во внимание тождество

$$\tilde{f}(\boldsymbol{\varkappa}_m - \boldsymbol{\varkappa}_n) \equiv (1/2\pi)^2 \iint d^2\boldsymbol{r}_m \iint d^2\boldsymbol{\varkappa}'_m \tilde{f}(\boldsymbol{\varkappa}'_m) \exp\left[i(\boldsymbol{\varkappa}'_m - \boldsymbol{\varkappa}_m + \boldsymbol{\varkappa}_n)\boldsymbol{r}_m\right],$$

в расчеты явным образом можно ввести координаты m-го акта рассеяния. Предположим, что добавка к η_0 в эффективном импедансе мала по сравнению с η_0, так что $V_{\text{в.в}}(\boldsymbol{k})$ приближенно выражается обычной формулой Френеля через η_0. Тогда, положив $\boldsymbol{r}_0 = (0, y_0, 0)$, получим

$$\iint d^2\boldsymbol{k} \frac{ik^2}{2\pi k_z} \exp\left[i\boldsymbol{k}(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0)\right]\{\exp(-ik_z z_0) + V_{\text{в.в}}(\boldsymbol{k})\exp(ik_z z_0)\} =$$

$$= k_0^2 \frac{\exp(ik_0\tilde{R}_1)}{\tilde{R}_1} F_1(\tilde{R}_1),$$

где $\tilde{\boldsymbol{R}}_1 = (\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_0, \boldsymbol{i}_z z_0)$, а $F_1(\tilde{R}_1)$ определяет высотную и дистанционную зависимость поля в обобщении Бреховских формулы Вейля—Ван-дер-Поля ([11], § 29) на случай приподнятого источника.

Аналогичным образом в волновой зоне $(k_0\tilde{R}'_1 \gg 1)$

$$\iint d^2\boldsymbol{\varkappa}_1 \exp\left[i(\boldsymbol{\varkappa}_1 \boldsymbol{r}^* + \varkappa_{1z} z^* - \boldsymbol{\varkappa}_1 \boldsymbol{r}_1)\right] \frac{i(\boldsymbol{\varkappa}_1 \boldsymbol{\varkappa}'_1)}{\varkappa_{1z} + k_0\eta_0} \simeq$$

$$\simeq \pi k_0 \left(\boldsymbol{\varkappa}'_1 \frac{\tilde{\boldsymbol{R}}'_1}{\tilde{R}'_1}\right) \frac{\exp(ik_0\tilde{R}'_1)}{\tilde{R}'_1} F_1(\tilde{R}'_1).$$

При этом учтено, что $\tilde{\boldsymbol{R}}'_1 = (\boldsymbol{r}^* - \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{i}_z z^*)$, а

$$\frac{1}{\varkappa_{1z} + k_0\eta_0} = \frac{1}{2\varkappa_{1z}}\left[1 + \frac{\varkappa_{1z} - k_0\eta_0}{\varkappa_{1z} + k_0\eta_0}\right].$$

В дальнейшем будем считать антенну расположенной на плоскости раздела $(z_0 = z^* = 0)$, так что $F_1(\tilde{R}_1) = F_1(|\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_d|) = F_1(r_{01})$, $F_1(\tilde{R}_1') = F(|\boldsymbol{r}^* - \boldsymbol{r}_1|) = F_1(r_{1*})$ будут обычными множителями ослабления в формуле Вейля—Ван-дер-Поля. При этом в волновой зоне антенны

$$I_1 = \int dy_0 \exp(-y_0^2/\Delta y_0^2)\, F_1(r_{01}) \frac{\exp(ik_0 r_{01})}{r_{01}} \approx F_1(r_1) \frac{\exp(ik_0 r_1)}{r_1} \times$$

$$\times \sqrt{\pi}\, \Delta y_0 \exp(-y_1^2/r_1^2 \varphi_0^2),$$

$$I_2 = \int dy^* \exp(-y^{*2}\, \Delta y_0^2) \left(\varkappa_1' \frac{\boldsymbol{r}_{1*}}{r_{1*}}\right) F(r_{1*}) \frac{\exp(ik_0 r_{1*})}{r_{1*}} \approx$$

$$\approx -\left(\varkappa_1' \frac{\boldsymbol{r}_1}{r_1}\right) F_1(r_1) \frac{\exp(ik_0 r_1)}{r_1} \sqrt{\pi}\, \Delta y_0 \exp(-y_1^2 r_1^2 \varphi_0^2).$$

Здесь $\varphi_0^2 = 4/k_0^2 \Delta y_0^2$, а $\boldsymbol{r}_1 = \boldsymbol{r}_1(x_1, y_1)$. Заметив, что

$$\Phi_\omega = -i\omega t - \left(\frac{\omega - \omega_{\text{н}}}{\Delta\omega}\right)^2 + i2\frac{\omega}{c} r_1 - \frac{\omega^2 \Delta y_0^2\, y_1^2}{2r_1^2 c^2} = -A_\omega \left(\omega - \frac{B_\omega}{A_\omega}\right)^2 -$$

$$-i\omega_{\text{н}} t' - \frac{\Delta\omega^2 t'^2}{4} - \frac{k_{\text{н}}^2 \Delta y_0^2}{2} \frac{y_1^2}{r_1^2},$$

где

$$k_{\text{н}} = \omega_{\text{н}}/c, \quad A_\omega = 1/\Delta\omega^2 + \Delta y_0^2\, y_1^2\, 2r_1^2 c^2,$$

$$B_\omega = \omega_{\text{н}}/\Delta\omega^2 - it'/2, \quad t' = t - 2r_1/c,$$

и считая излучение достаточно узкополосным $(\Delta\omega/\omega \ll 1)$, методом перевала в формуле (6) возьмем интеграл по ω:

$$e_{1z}(0, t) = -\frac{\Gamma\Gamma_1 p_0}{(2\pi)^2} \pi^{5/2} k_{\text{н}}^3 \Delta y_0^2 \iint d^2\varkappa_1' \iint d^2 \boldsymbol{r}_1\, \tilde{\zeta}_t(\varkappa_1') \times$$

$$\times \left(\varkappa_1' \frac{\boldsymbol{r}_1}{r_1}\right) \frac{F_1^2(r_1)}{r_1^2} e^{\Phi}, \tag{7}$$

где

$$\Phi = -i\omega_{\text{н}} t' - \frac{\Delta\omega^2 t'^2}{4} - \frac{2y_1^2}{r_1^2 \varphi_0^2} + i\varkappa_1' \boldsymbol{r}_1.$$

Здесь уже φ_0 и $F_1^2(r_1)$ вычисляются для несущей частоты $\omega = \omega_{\text{н}}$.

Представив $k_{\text{н}} r_1 \simeq k_{\text{н}}(x_1 + y_1^2/2x_1 + \ldots) \simeq k_{\text{н}}(x_0 + u_1 + y_1^2/2x_0 + \ldots)$, где $x_0 = ct/2$ — координата центра излученного импульса, и записав Φ в приближении френелевской дифракции,

$$\Phi \approx ik_{\text{н}} u_1 + ik_{\text{н}} \frac{y_1^2}{x_0} - \frac{\Delta\omega^2 u_1^2}{c^2} + i\varkappa_{1x}'(x_0 + u_1) + i\varkappa_{1y}' y_1,$$

методом перевала можно взять интеграл по y_1, а затем по u_1. В результате

$$e_{1z}(0, t) = -\frac{\Gamma\Gamma_1 p_0}{4x_0^{3/2}} i^{1/2} \pi^{3/2} k_{\text{н}}^{5/2} c \Delta y_0^2 F_1^2(x_0). \tag{8}$$

$$\times \iint d^2 \varkappa_1 \tilde{\zeta}_t(\varkappa_1) Q_1(\varkappa_1) \exp(\Phi_1(\varkappa_1)),$$

где

$$Q_1(\varkappa_1) = \varkappa_{1x}, \quad \Phi_1(\varkappa_1) = -\frac{c^2}{4\Delta\omega^2}(2k_{\text{н}} + \varkappa_{1x})^2 - \varkappa_{1y}^2/8A_y + i\varkappa_{1x} x_0,$$

$$A_y = -ik_{\text{н}}/2x_0 + 1/\varphi_0^2 x_0^2.$$

Аналогичным образом, интегрируя по y_0, y^* и ω, для рассеянного поля второго порядка будем иметь

$$e_{2z}(0, t) = -\frac{\Gamma\Gamma_1 p_0}{(2\pi)^4} \pi^{3/2} k_{\text{н}}^3 \Delta\omega\Delta y_0^2 \iint d^2 r_2 \iint d^2 r_1 \iint d^2 \varkappa_1 \times$$

$$\times \iint d^2 \varkappa_2' \iint d^2 \varkappa_1' \frac{F_1(r_1) F_1(r_2)}{r_1 r_2} i \frac{(\varkappa_2'(r_2/r_2))(\varkappa_1' \varkappa_1) - (\varkappa_1'(r_2/r_2))\varkappa_{1z}^2}{\varkappa_{1z} + k_0\eta_0} \times \tag{9}$$

$$\times e^{\Phi} \{\tilde{\zeta}_t(\varkappa_2')\tilde{\zeta}_t(\varkappa_1') - \langle\tilde{\zeta}_t(\varkappa_2')\tilde{\zeta}_t(\varkappa_1')\rangle\},$$

где

$$\Phi = -i\omega_{\text{н}} t' - \frac{\Delta\omega^2 t'^2}{4} - \frac{y_1^2}{r_1^2 \varphi_0^2} + i(\varkappa_2' r_2 + \varkappa_1' r_1) +$$

$$+ i\varkappa_1(r_2 - r_1), \quad t' = t - [(r_1 + r_2)/c].$$

При этом φ_0, $F_1(r_1)$, $F_1(r_2)$ вычисляются для значений $\omega = \omega_{\text{н}}$.

В приближении френелевской дифракции $k_{\text{н}} r_1 \simeq k_{\text{н}}(x_0 + u_1 + y_1^2/2x_0 + \ldots)$, $k_{\text{н}} r_2 \simeq k_{\text{н}}(x_0 + u_2 + y_2^2/2x_0 + \ldots)$. Здесь u_1 и u_2 — смещения x_1 и x_2 относительно центра импульса $x_0 = ct/2$. Интегрирование по поперечным координатам части подынтегрального выражения (9) проводится легко и дает результат

$$\frac{\pi}{A_y} \frac{F_1^2(x_0)}{x_0^2} \exp(\Phi_0 + \Phi_1 + \Phi_3),$$

где

$$\Phi_0 = i(\varkappa_{2x}' + \varkappa_{1x}')x_0 - \frac{1}{4A_y}\{(\varkappa_{1y}' - \varkappa_{1y})^2 + (\varkappa_{2y}' + \varkappa_{1y}')^2\},$$

$$\Phi_1 = i(\varkappa_{1x}' - \varkappa_{1x} + k_{\text{н}}) u_1 - \frac{\Delta\omega^2}{4c^2} u_1^2,$$

$$\Phi_2 = i(\varkappa_{2x}' + \varkappa_{1x} + k_{\text{н}}) u_2 - \frac{\Delta\omega^2}{4c^2}(u_2^2 + 2u_1 u_2).$$

Интегрирование по u_2 величины $\exp(\Phi_2)$ приводит к результату $(2c\sqrt{\pi}/\Delta\omega)\exp(\Phi_3)$, где $\Phi_3 = (\Delta\omega^2/4c^2)u_1^2 - iu_1(\varkappa_{2x}' + \varkappa_{1x} + k_{\text{н}}) - (c^2/\Delta\omega^2)(\varkappa_{2x}' + \varkappa_{1x} + k_{\text{н}})^2$, а интегрирование выражения $(2c\sqrt{\pi}/\Delta\omega) \times \exp(\Phi_1 + \Phi_3)$ по u_1 приводит к $(4\pi^{3/2}c/\Delta\omega)\,\delta(\varkappa_{1x}' - \varkappa_{2x}' - 2\varkappa_{1x}) \times \exp\{(-c^2/\Delta\omega^2)(k_{\text{н}} + \varkappa_{2x}' + \varkappa_{1x})^2\}$. Подстановка этого результата в (9) и интегрирование по $\varkappa_{1x}$ приводит e_{2z} к виду

$$e_{2z}(0, t) = -\frac{\Gamma\Gamma_1 p_0}{(2\pi)^4 A_y x_0^2} 4\pi^5 k_{\text{н}}^3 c\Delta y_0^2 F_1^2(x_0) \times \tag{10}$$

$$\times \iint d^2\varkappa_2' \iint d^2\varkappa_1' \{\tilde{\zeta}_t(\varkappa_2')\tilde{\zeta}_t(\varkappa_1') - \langle\tilde{\zeta}_t(\varkappa_2')\tilde{\zeta}_t(\varkappa_1')\rangle\} \times$$

$$\times \int d\varkappa_{1y}\, i \exp(\Phi_5)\, Q_2(\varkappa_1, \varkappa_1', \varkappa_2') \Big|_{\varkappa_{1x}=(\varkappa_{1x}'-\varkappa_{2x}')/2}.$$

Здесь

$$Q_2(\varkappa_1, \varkappa_1', \varkappa_2') = \frac{\varkappa_{2x}'(\varkappa_1 \varkappa_1') - \varkappa_{1x}' \varkappa_{1z}^2}{\varkappa_{1z} + k_0 \eta_0}, \quad \varkappa_{1z} = \sqrt{k_н^2 - \varkappa_1^2},$$

$$\Phi_4 = -\frac{c^2}{\Delta\omega^2}(2k_н + \varkappa_{1x}' + \varkappa_{2x}')^2 + i(\varkappa_{1x}' + \varkappa_{2x}')\, x_0,$$

$$\Phi_5 = -\frac{1}{2A_y}\left\{\left(\varkappa_{1y} + \frac{\varkappa_{2y}' - \varkappa_{1y}'}{2}\right)^2 + \frac{(\varkappa_{1y}' + \varkappa_{2y}')^2}{4}\right\}.$$

Структура выражений Φ_4 и Φ_5 указывает на то, что для суммарного вектора рассеяния $\varkappa_1' + \varkappa_2'$ должно выполняться требование пространственного резонанса $\varkappa_{1x}' + \varkappa_{2x}' \simeq -2k_н$. В то же время $|\varkappa_1' - \varkappa_2'|$ можно считать достаточно далеким от $2k_н$. В противном случае либо $\varkappa_1'$, либо $\varkappa_2'$ близко к нулю, и вклад таких областей в общий результат мал в связи с быстрым убыванием пространственного спектра неровностей в длинноволновой области. В таком случае точка ветвления и полюс подынтегрального выражения по $\varkappa_{1y}$ лежат далеко от стационарной точки $\varkappa_{1y} = (\varkappa_{1y}' - \varkappa_{2y}')/2$, и можно применять обычный метод перевала:

$$e_{2z}(0, t) = -\frac{\Gamma\Gamma_1 p_0}{(2\pi)^4} \frac{4\pi^5 \sqrt{\pi}\, i^{3/2} k_н^{5/2} c\Delta y_0^2 F_1^2(x_0)}{2x_0^{3/2}} \times$$

$$\times \iint d^2\varkappa_2 \iint d^2\varkappa_1 \{\tilde{\zeta}_t(\varkappa_2)\tilde{\zeta}_t(\varkappa_1) - \langle\tilde{\zeta}_t(\varkappa_2)\tilde{\zeta}_t(\varkappa_1)\rangle\}\, Q_2(\varkappa_1, \varkappa_2) \exp(\Phi_6). \tag{11}$$

Здесь использованы обозначения

$$Q_2(\varkappa_1, \varkappa_2) = Q_2\left(\frac{\varkappa_1 - \varkappa_2}{2}, \varkappa_1, \varkappa_2\right),$$

$$\Phi_6 = -\frac{c^2}{4\Delta\omega^2}(2k_н + \varkappa_{1x} + \varkappa_{2x})^2 - (\varkappa_{1y} + \varkappa_{2y})^2/8A_y + i(\varkappa_{1x} + \varkappa_{2x})x_0.$$

Аналогичным образом можно вычислить и поле третьего порядка. Опуская очень громоздкие промежуточные вычисления, приведем лишь окончательный результат:

$$e_{3z}(0, t) = -\Gamma\Gamma_1 p_0 \frac{i^{1/2} \pi^{3/2} k_н^{5/2}}{16 x_0^{3/2}} c\Delta y_0^2 F_1^2(x_0) \iint d^2\varkappa_3 \iint d^2\varkappa_2 \times$$

$$\times \iint d^2\varkappa_1 \exp(\Phi_7)\{Q_3'(\varkappa_1, \varkappa_2, \varkappa_3)\tilde{\zeta}_t(\varkappa_3)\tilde{\zeta}_t(\varkappa_2)\tilde{\zeta}_t(\varkappa_1) - \tag{12}$$

$$+ Q_3''(\varkappa_1, \varkappa_2, \varkappa_3)\tilde{\zeta}_t(\varkappa_3)\langle\tilde{\zeta}_t(\varkappa_2)\tilde{\zeta}_t(\varkappa_1)\rangle\},$$

где

$$Q_3'(\varkappa_1, \varkappa_2, \varkappa_3) = Q_3^0(\varkappa_1, \varkappa_2, \varkappa_3) - 2Q_3''(\varkappa_1, \varkappa_2, \varkappa_3),$$

$$Q_3^0(\varkappa_1, \varkappa_2, \varkappa_3) = [\varkappa_{3x}\{(\varkappa_2' \varkappa_2)(\varkappa_1' \varkappa_1) - \varkappa_{1z}^2(\varkappa_2' \varkappa_1)\} -$$

$$- \varkappa_{2z}'^2\{\varkappa_{2x}(\varkappa_1' \varkappa_1) - \varkappa_{1x}\varkappa_{12}'^2\}]\,[(\varkappa_{1z}' + k_н\eta_0)(\varkappa_{2z}' + k_н\eta_0)]^{-1},$$

$$Q_3''(\varkappa_1, \varkappa_2, \varkappa_3) = \frac{\varkappa_{3x}(\varkappa_1' \varkappa_1) - (1/2)\varkappa_{1x}\varkappa_{1z}'^2}{\varkappa_{1z}' + k_н\eta_0}.$$

$$\varkappa_1' = (\varkappa_1 - \varkappa_2 - \varkappa_3)/2, \quad \varkappa_2' = (\varkappa_1 + \varkappa_2 - \varkappa_3)/2,$$

$$\Phi_7 = -\frac{c^2}{4\Delta\omega^2}(2k_{\text{н}} + \varkappa_{1x} + \varkappa_{2x} + \varkappa_{3x})^2 - \frac{1}{8A_y}(\varkappa_{1y} + \varkappa_{2y} + \varkappa_{3y})^2 +$$

$$+ ix_0(\varkappa_{1x} + \varkappa_{2x} + \varkappa_{3x}) .$$

Для импульса, излученного в момент времени не $t=0$, а $t=\tau$, выражения для рассеянного поля (7), (11) и (12) на той же дистанции x_0 получают множитель $\exp(-i\,\omega_{\text{н}}\tau)$, а значения $\tilde{\zeta}(\varkappa)$ берутся при $t+\tau$.

Спектр сигнала, принимаемого с дистанции x_0, равен $S(\omega) = (1/2\pi)\int d\tau\, e^{i\omega\tau} B(\tau) = S_1(\omega) + S_{13}(\omega) + S_{22}(\omega)$,
где

$$S_1(\omega) = (1/2\pi)\int d\tau\, e^{i\omega\tau} \langle e_{1z}\ (0,t)\ e^*_{1z}(0,t+\tau)\rangle,$$

$$S_{13}(\omega) = (1/2\pi)\int d\tau\, e^{i\omega\tau}\langle e_{1z}\ (0,t)\ e^*_{3z}\ (0,t+\tau) + e_{3z}(0,t)e^*_{1z}(0,t+\tau)\rangle,$$

$$S_{22}(\omega) = (1/2\pi)\int d\tau\, e^{i\omega\tau}\langle e_{2z}\ (0,t)\ e^*_{2z}(0,t+\tau)\rangle .$$

Здесь * означает комплексное сопряжение, $S_1(\omega)$ — спектр первого порядка, $S_2(\omega) = S_{13}(\omega) + S_{22}(\omega)$ — спектр второго порядка.

Принято считать для морского волнения $\zeta(\boldsymbol{r},t)$ нормальным стационарным и однородным полем. Тогда его можно записать ([12], § 6) в виде спектрального разложения

$$\zeta(\boldsymbol{r},t) = \iint d^2\varkappa \int d\omega\tilde{\zeta}(\varkappa,\omega)\, e^{i(\varkappa r-\omega t)}\,\delta(\Delta(\omega,\varkappa)).$$

В этом выражении $\Delta(\omega,\varkappa)=0$ — дисперсионное уравнение свободных колебаний морской поверхности. Ограничиваясь линейными гравитационными волнами $\Delta(\omega,\varkappa) = \omega_{1,2} \mp \Omega(\varkappa) = \omega_{1,2} \mp \sqrt{g\varkappa} = 0$, получим

$$\tilde{\zeta}_t(\varkappa) = \zeta_+(\varkappa)\, e^{i\Omega(\varkappa)t} + \zeta_-(\varkappa)\, e^{i\cdot(\varkappa)t}.$$

Используя свойства однородности, стационарности и вещественности $\zeta(\boldsymbol{r},t)$, можно получить

$$S_1(\omega) = (D/x_0^3)\iint d^2\varkappa_1|Q_1(\varkappa_1)|^2 \exp(\Phi(\varkappa_1))\sum_{m=\pm} S_m(\varkappa_1)\ \times$$

$$\times\,\delta[\omega + \omega_{\text{н}} + m\,\Omega(\varkappa_1)]; \tag{13}$$

$$S_{22}(\omega) = (D/2x_0^3)\iint d^2 K_1 \iint d^2 K_2\, |Q_2^c(K_1,K_2)|^2 \exp(\Phi(K_1))\ \times$$

$$\times\, F_{22}(K_1,K_2); \tag{14}$$

$$S_{13}(\omega) = (D/16x_0^3)\iint d^2\varkappa_1 \exp(\Phi(\varkappa_1))\, F_{13}(\varkappa_1)\ \times$$

$$\times \sum_{m=\pm} S_m(\varkappa_1)\,\delta[\omega + \omega_{\text{н}} + m\Omega(\varkappa_1)]. \tag{15}$$

При этом использованы обозначения:

$2K_1 = \varkappa_1 + \varkappa_2$, $2K_2 = \varkappa_1 - \varkappa_2$, $D = P_{\text{изл}}\, G_{\text{изл}}\, G_{\text{пр}}\, c^2\, |F_1(x_0)|^4/16\, k_{\text{н}}\Delta\omega^2$,

$$\Phi(\varkappa_1) = -\frac{c^2}{2\Delta\omega^2}(2k_{\text{н}} + \varkappa_{1x})^2 - \frac{\varkappa_{1y}^2\,\Delta y_0^2}{4},$$

$$\Phi(\boldsymbol{K}_1) = -2\frac{c^2}{\Delta\omega^2}(k_{\text{н}} + K_{1x})^2 - K_{1y}^2\Delta y_0^2,$$

$$Q_2^c(\boldsymbol{K}_1, \boldsymbol{K}_2) = Q_2(\varkappa_1, \varkappa_2) + Q_2(\varkappa_2, \varkappa_1) = 4\,\frac{K_{1x}(2K_2^2 - k_{\text{н}}^2) - K_{2x}(\boldsymbol{K}_1, \boldsymbol{K}_2)}{\sqrt{k_{\text{н}}^2 - K_2^2} + k_{\text{н}}\eta_0},$$

$$S_m(\varkappa) = \langle \zeta_m(\varkappa)\,\zeta_m^*(\varkappa)\rangle,$$

$$F_{22}(\boldsymbol{K}_1, \boldsymbol{K}_2) = \sum_{m=\pm}\sum_{l=\pm} S_m(\boldsymbol{K}_1 + \boldsymbol{K}_2)\,S_l(\boldsymbol{K}_1 - \boldsymbol{K}_2)\,\delta[\omega + \omega_{\text{н}} + m\Omega(|\boldsymbol{K}_1 + \boldsymbol{K}_2|) + l\Omega(|\boldsymbol{K}_1 - \boldsymbol{K}_2|)],$$

$$F_{13}(\varkappa_1) = 2\,\mathrm{Re}\iint d^2\varkappa_2\, Q_1(\varkappa_1)\,[Q_3'^*(\varkappa_2, -\varkappa_2, \varkappa_1) + Q_3'^*(\varkappa_2, \varkappa_1, -\varkappa_2) + Q_3'^*(\varkappa_1, \varkappa_2, -\varkappa_2) + Q_3''^*(\varkappa_2, -\varkappa_2, \varkappa_1)]\sum_{l=\pm} S_l(\varkappa_2),$$

а $|\Gamma_1|^2$ и $|\Gamma|^2$ выражены через излучаемую мощность $P_{\text{изл}}$, коэффициент направленного действия $G_{\text{изл}} = G_{\text{пр}}$ и размеры апертуры Δy_0:

$$|\Gamma_1|^2 = 1/\pi\Delta y_0^2, \quad |\Gamma|^2 p_0^2 = 2P_{\text{изл}}\,G_{\text{изл}}/ck_{\text{н}}^4(\pi\Delta\omega\Delta y_0)^2.$$

В формулах (13)—(15), по-видимому, всегда можно произвести интегрирование по $\varkappa_{1x}$ (или K_{1x}), поскольку изменения $F_{22}\,|Q_2^c|^2$ по этой переменной в реальности малы по сравнению с $\exp(\Phi(\boldsymbol{K}_1))$. Тогда интегрирование по $\varkappa_{1y}$ (или K_{1y}) приводит для диаграммы конечных угловых размеров к расширению спектра по сравнению со случаем малой рассеивающей площадкой. Если же им пренебречь и считать, что $S_m(\varkappa_1)$ слабо меняется (по сравнению с $\exp(\Phi(\varkappa_1))$ и в поперечном направлении $\varkappa_{1y}$, то

$$\left.\begin{matrix} S_1(\omega) \\ S_{22}(\omega) \\ S_{13}(\omega) \end{matrix}\right\} = \frac{P_{\text{изл}}\,G_{\text{изл}}\,G_{\text{пр}}\,\lambda_{\text{н}}^4}{(4\pi)^3\,x_0^4}|F(x_0)|^4\Delta S \left\{\begin{matrix} \sigma_1^0(\omega) \\ \sigma_{22}^0(\omega) \\ \sigma_{13}^0(\omega) \end{matrix}\right., \tag{16}$$

где $\lambda_{\text{н}} = 2\pi c/\omega_{\text{н}}$, $\Delta S = \pi x_0 c/\sqrt{2}\,k_{\text{н}}\Delta y_0\Delta\omega$ — величина «эффективной» освещаемой площади, $\sigma_1^0(\omega)$, $\sigma_{22}^0(\omega)$, $\sigma_{13}^0(\omega)$ — соответствующие спектральные сечения рассеяния с единицы «эффективной» освещаемой площади:

$$\sigma_1^0(\omega) = 16\pi k_{\text{н}}^4\sum_{m=\pm} S_m(\varkappa_1^0)\,\delta[\omega + \omega_{\text{н}} + m\Omega(\varkappa_1^0)]; \tag{17а}$$

$$\sigma_{22}^0(\omega) = 32\pi k_{\text{н}}^4\iint d^2\boldsymbol{K}_2\,2^{-6}k_{\text{н}}^{-2}|Q_2^c(\boldsymbol{K}_1^0, \boldsymbol{K}_2)|^2 F_{22}(\boldsymbol{K}_1^0, \boldsymbol{K}_2); \tag{17б}$$

$$\sigma_{13}^0(\omega) = 16\pi k_{\text{н}}^4 F_{13}(\varkappa_1^0)\sum_{m=\pm} 2^{-6}k_{\text{н}}^{-2}\,S_m(\varkappa_1^0)\,\delta[\omega + \omega_{\text{н}} + m\Omega(\varkappa_1^0)], \tag{17в}$$

причем $\boldsymbol{K}_1^0 = (-k_{\text{н}}, 0)$, $\varkappa_1^0 = (-2k_{\text{н}}, 0)$, а $F(x_0) = F_1(x_0)/2$ — множитель ослабления относительно идеально проводящей плоскости.

Сравнивая (17а) — (17в) с результатами Баррика [7–9], полученными для малых площадок, отметим отсутствие у него величины $\sigma_{13}^0(\omega)$, дающей вклад в спектр второго порядка на тех же частотах, что и спектр первого порядка. Одинаковая частотная зависимость не позволяет разделить $\sigma_1^0(\omega)$ и $\sigma_{13}^0(\omega)$, и последнее, по-видимому, можно рассматривать в качестве малой добавки к $\sigma_1^0(\omega)$ за счет эффектов перерассеяния.

В формуле (17б) для $\sigma_{22}^0(\omega)$ величина

$$|\Gamma_{EM}|^2 = 2^{-6} k_{\text{н}}^{-2} |Q_2^c(\boldsymbol{K}_1^0, \boldsymbol{K}_2)|^2 = \left|\frac{1}{2}\,\frac{K_{2x}^2 - k_{\text{н}}^2 + 2K_{2y}}{\sqrt{k_{\text{н}}^2 - K_2^2} + k_{\text{н}}\eta_0}\right|^2$$

совпадает с приведенной у Баррика (в обозначениях, соответствующих нашим $k_{\text{н}}=k_0$, $K_{2x}=p$, $K_{2y}=q$). Следует только учесть, что «эффективная» освещаемая площадь ΔS в уравнении радиолокации определяется соотношением между размерами зоны Френеля и существенной для интегрирования в (14) области значений $\boldsymbol{K}_1$ и с точностью до несущественного множителя совпадает с площадью, освещаемой импульсом на морской поверхности. Отличие численных коэффициентов 16π и 32π в выражениях (17а), (17б) от $2^7\pi$ и $2^8\pi$ соответственно из работы [9] обусловлено, по-видимому, определением радиолокационных величин в [9] не относительно свободного пространства, а с учетом границы раздела. В работе [13], использующей определения относительно свободного пространства, выражения для $\sigma_1^0(\omega)$, как и в (17а), содержат не $2^7\pi$, а 16π.

В общем случае наши формулы (13)—(15) обобщают расчет $S_1(\omega)$ и $S_2(\omega)$ для произвольного соотношения между угловой шириной диаграммы направленности локатора и углового спектра морского волнения, что является характерным для КВ радиолокации.

Во-первых, учет зависимости аргументов δ-функций в (13)—(15) от $\varkappa_{1y}(K_{1y})$ позволяет учесть уширение спектральных линий $\Delta\omega \sim (\partial\Omega/\partial\varkappa_1^0)\Delta\varkappa_1 \sim \omega_B(\Delta\varkappa_1/\varkappa_1^0) \sim \omega_B/k_{\text{н}}\Delta y_0 \sim 0{,}1\,\omega_B/(\Delta y_0/\lambda_{\text{н}})$, где $\omega_B = \sqrt{2gk_{\text{н}}}$ — брэгговская частота. При раскрывах антенны $2\Delta y_0 \lesssim 10\lambda_{\text{н}}$ это уширение $\Delta\omega \gtrsim 2\cdot 10^{-2}\,\omega_B$.

Во-вторых, интегрирование по $\varkappa_{1y}(K_{1y})$ в (13)—(15) при сравнимых угловых размерах диаграммы направленности локатора $\varphi_0 = 2/k_{\text{н}}\Delta y_0$ и углового спектра волнения $\Delta\varphi$ будет определяться углом ψ между осью диаграммы и генеральным направлением морского волнения. Взяв для оценки зависимость углового спектра [14] от угла φ:

$$S_m(\varkappa, \varphi) \sim |\cos\varphi|^{N_1}, \quad N_1 = 21{,}75\exp\left(-0{,}74\sqrt{\varkappa v^2/g}\right),$$

где v — скорость ветра, для $v = 5$ м/с, $\omega_{\text{н}}/2\pi = 10$ МГц ($\lambda_{\text{н}}=30$ м), получим $N_1 \approx 8$. Пусть $\Delta\varphi$ — угол, для которого $S_m(\varkappa, \psi + \Delta\varphi)$ изменяется в два раза по сравнению с $S_m(\varkappa, \psi)$. При зондировании вдоль направления ветра ($\psi=0$) угол $\Delta\varphi\approx 23°\simeq 0{,}4$, при зондировании под углом $\psi=45°$ угол $\Delta\varphi\simeq 4{,}5°\simeq 0{,}0785$. В первом случае $\varphi_0 \gtrsim \Delta\varphi$ при величине раскрыва $2\Delta y_0 \lesssim 1{,}5\lambda_{\text{н}} = 45$ м, во втором — при $2\Delta y_0 \lesssim 7{,}6\,\lambda_{\text{н}} = 228$ м.

Относительно вклада гидродинамической нелинейности в спектр радиосигнала, обсуждаемого Барриком [7–9], заметим, что ее правильный учет возможен, если в $\zeta(\boldsymbol{r}, t)$ и в дисперсионном уравнении $\Delta(\omega, \boldsymbol{\varkappa}) = 0$ колебаний морской поверхности учесть нелинейное взаимодействие до членов $\sim O(\zeta^3)$. Отсутствие в известной нам литературе сколько-нибудь надежных данных на этот счет не дает нам возможности в настоящей работе для подробного обсуждения данного вопроса.

В заключение выражаю благодарность И. М. Фуксу и А. А. Пузенко за обсуждение результатов и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Barrick D. E., Headrick J. M., Bogle R. W., Crombie D. D. — Proc. IEEE, 1974, 62, № 6, с. 673.
2. Басс Ф. Г., Вербицкий И. Л. — Изв. вузов — Радиофизика, 1963, 6, № 2, с. 290.

3. Фукс И. М. — Акуст. журн., 1974, **20**, № 3, с. 458.
4. Stewart R H — G-AP Sump Digest, Sept. 21—24, Los Angeles, 1971, p. 190.
5. Trizna D. B, Moore J C, Headrick J. M., Bogle R. W. — IEEE Trans. Ant. Prop., 1977, **AP-25**, № 1, p. 4.
6. Генчев Ж. Д — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, **23**, № 1, с. 48.
7. Barrick D. E. — G-AP Symp Digest, Sept. 21 — 24, Los Angeles, 1971, p. 194
8. Barrick D. E. — Remote sensing of sea state by radar, in Remote Sensing of the Troposphere / ed. by V. E Derr, chap. 12, 1972, US Governement Printing Office, Washington, D. C.
9. Barrick D E — Rad Sci., 1977, **12**, № 3, p. 415.
10. Брюховецкий А. С, Тигров В. М, Фукс И. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, **27**, № 8, с. 999.
11. Бреховских А. М. Волны в слоистых средах — М: Наука, 1973 — 343 с
12. Рытов С. М, Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. — М: Наука, 1978. — 463 с.
13 Barrick D. E. — IEEE Trans Ant. Prop, 1972, **AP-20**, № 1, p 2.
14. Barnett T. P., Wilkerson J. C — J. Mar. Res., 1967, **25**, № 3, p 292.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
15 июля 1985 г.

ON THE SECOND-ORDER SPECTRUM OF THE RADAR SEA-ECHO

A S. Bryukhovetskij

The electromagnetic field back-scattered from a rough sea surface is calculated for the case of grazing incidence up to third-order perturbation terms. The directional and pulsed properties of the radar signal have been taken into account. Intensities of the first- and second-order spectra are determined and compared with those published elsewhere.

Аннотации депонированных статей

УДК 621 371.242 7

ВАРИАЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ КОСМИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ И ОСОБЕННОСТИ СДВ ПОЛЯ

Н А. Князева, Р. С. Шубова

Продолжено рассмотрение влияния космического излучения на параметры СДВ поля.

Для большего, чем ранее, числа случаев подтверждено предположение о том, что понижение интенсивности галактических космических лучей (форбуш-эффект) приводит к аномальному росту амплитуды в ночные часы на среднеширотной трассе Рагби — Харьков, $f=16$ кГц Показано также, что часть нижней ионосферы, контроль ионизации которой осуществляется космическими лучами, ответственна за сезонные отличия зависимостей амплитуды и фазы от зенитного угла Солнца.

Статья депонирована в ВИНИТИ,
рег. № 2072—В87. Деп. от 24 марта 1987 г.