ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXX, № 5 РАДИОФИЗИКА 1987

УДК 533 951

ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН МОДУЛИРОВАННЫМ ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ В ВОЛНОВОДЕ, ЗАПОЛНЕННОМ ПРОДОЛЬНО-НЕОДНОРОДНОЙ ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМОЙ

И. А. Анисимов, Д. Г. Стефановский

Рассчитано электромагнитное излучение, возбуждаемое модулированным электронным пучком в цилиндрическом волноводе, заполненном слабонеоднородной плазмой, находящейся в сильном магнитном поле, параллельном оси волновода. Приведены численные оценки мощности излучения, отходящего в вакуум и в плотную плазму.

Исследование электромагнитного излучения, возбуждаемого модулированными электронными пучками в неоднородной плазме, представляет теоретический интерес в связи с общей проблемой линейной трансформации собственных волн в пространственно-неоднородных неравновесных средах [1] и практический интерес для создания прямоизлучающих устройств плазменной электроники [2] и интерпретации наблюдаемого радиоизлучения астрофизических объектов [3].

В случае плавного пространственного изменения концентрации плазмы возникает область локального плазменного резонанса (ОЛПР), где частота модуляции пучка совпадает с частотой собственных колебаний электронов плазмы. Именно из окрестности этой области может исходить электромагнитное излучение [1]. В случае изотропной плазмы ОЛПР отделена от области распространения электромагнитных волн барьером непрозрачности, что приводит к ослаблению излучения [4–6]. Однако в сильном магнитном поле плотная плазма, примыкающая к ОЛПР, оказывается прозрачной для электромагнитных волн [7], и в этом случае можно ожидать повышения мощности излучения, возбуждаемого модулированным пучком.

Взаимная трансформация волн пространственного заряда, электромагнитных и ленгмюровских волн в полубезграничной продольно-неоднородной плазме, пронизываемой электронным потоком, при наличии сильного магнитного поля проанализирована в [8]. В работах [4, 9] исследованы плазменно-пучковые системы, помещенные в волновод с сильным магнитным полем, что наиболее близко к условиям лабораторных экспериментов. В [9] решение получено численными методами, в [4] — аналитически, однако способ решения оказывается весьма громоздким, а анализ — неполным.

В данной работе рассчитано полное электромагнитное излучение, возбуждаемое модулированным электронным пучком в слабонеоднородной замагниченной плазме, помещенной в цилиндрический волновод. Расчет ведется методом леммы Лоренца [6, 10], что позволяет существенно упростить вычисления и довести решение до численных оценок.

1. Постановка задачи. Рассматривается следующая модель: плазма считается холодной, с эффективной частотой электрон-ионных соударений ν ($\nu/\omega \ll 1$). Концентрация электронов в плазме n считается зависящей от одной кординаты z, причем $n(z) = 0$ при $z \ll -L$. С ростом z концентрация плавно возрастает, и в окрестности точки $z = 0$ зависимость $n(z)$ носит линейный характер:

$$n(z) = n_0(1 + z/L) .$$

Далее, при $z \gg L$ концентрация плавно выходит на уровень $n = n_\infty \gg n_0$.

Параллельно оси z движется модулированный электронный пучок. Частота модуляции ω совпадает с собственной плазменной частотой электронов $\omega_p(z) = [4\pi n(z) e^2/m]^{1/2}$ в плоскости $z=0$, $\omega = [4\pi n_0 e^2/m]^{1/2}$, и удовлетворяет условию $k_0 L \gg 1$ ($k_0 = \omega/c$). Переменная составляющая плотности тока пучка может быть представлена выражением

$$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{e}_z\, j_m(r) \exp[i(\omega t \pm \varkappa z)], \tag{1}$$

где $\varkappa = \omega/v_\text{ф}$, $v_\text{ф}$ — фазовая скорость волны электронного потока, близкая к скорости электронов v_0, $j_m(r)$ — функция, характеризующая распределение плотности тока по сечению пучка, которое будем считать аксиально-симметричным.

Вдоль оси z направлено постоянное магнитное поле H_0. Электронная гиромагнитная частота $\omega_H = eH_0/mc$ удовлетворяет условию $\omega_H \gg \omega_{p\infty} \gg \omega$, где $\omega_{p\infty} = (4\pi n_\infty e^2/m)^{1/2}$ — плазменная частота при $n = n_\infty$.

Плазменно-пучковая система помещена в цилиндрический волновод радиуса a, поверхность которого считается идеально проводящей. Будем пользоваться цилиндрической системой координат r, φ, z, где ось z совпадает с осью волновода.

Электрическое поле модулированного электронного пучка будет возбуждать резонансные колебания электронов плазмы в ОЛПР. Следует ожидать, что из этой области будет отходить излучение той же частоты ω, как это имеет место в изотропной плазме. Отличием от случая изотропной плазмы является возможность распространения электромагнитных волн с частотой ω не только в разреженной плазме с $\omega_p < \omega$, но и в плотной плазме, где $\omega_p > \omega$. Ниже будет рассчитана амплитуда и мощность излучения, которое возникает в такой системе по обе стороны от ОЛПР (при $z \ll -L$ и $z \gg L$).

2. Метод решения задачи. Искомое поле в дальних зонах излучения будем искать в виде отходящих от ОЛПР волн, которые являются суперпозицией собственных ТМ-мод волновода (поле ТЕ-мод ортогонально электрическому полю волн пространственного заряда пучка, поэтому эти моды не будут содержаться в составе излучения). Поля мод незаполненного цилиндрического волновода известны [11]. Выражения для ТМ-мод волновода, заполненного плотной ($n = n_\infty \gg n_0$) продольно-замагниченной ($\omega_H \gg \omega_{p\infty}$) плазмой, могут быть получены стандартными методами. Так, поля аксиально-симметричных мод цилиндрического волновода ТМ$_{0l}$ имеют вид

$$\begin{gathered} E_{rp} = \mp H_{\varphi p} = \pm i H_{mp} (k_\perp^{(l)}/k_\parallel^{(l)})\, J_1(k_\perp^{(l)} r) \exp[i(\omega t \mp k_0 z)], \\ E_{\varphi p} = E_{zp} = H_{rp} = H_{zp} = 0, \end{gathered} \tag{2}$$

где $k_\perp^{(l)} = \chi_{0l}/a$, χ_{0l} — l-й корень уравнения $J_0(\chi) = 0$, $k_\parallel^{(l)} = [k_0^2 - (k_\perp^{(l)})^2]^{1/2}$, H_{mp} — амплитуда поля в плотной плазме. Число разрешенных мод $l_\text{макс}$ ограничивается условием $k_\perp^{(l)} < k_0$. Очевидно, искомое излучение состоит только из аксиально-симметричных мод.

Для определения амплитуд излучаемых мод используется лемма Лоренца, которая записывается в форме

$$\oint\!\!\oint_S \{[\boldsymbol{E}_1 \boldsymbol{H}_2] - [\boldsymbol{E}_2 \boldsymbol{H}_1]\}\, \boldsymbol{n}\, dS = \frac{4\pi}{c} \iiint_V (\boldsymbol{j}_1 \boldsymbol{E}_2 - \boldsymbol{j}_2 \boldsymbol{E}_1)\, dV, \tag{3}$$

где $\boldsymbol{j}_i$, $\boldsymbol{E}_i$, $\boldsymbol{H}_i$ — сторонние токи, электрические и магнитные поля, гармонически зависящие от времени и удовлетворяющие уравнениям Максвелла. Среда, заключенная в объем V, ограниченный поверхностью S ($\boldsymbol{n}$ — вектор внешней нормали к поверхности), считается линейной, а ее диэлектрическая и магнитная проницаемости — скалярами или симметричными тензорами.

Последнее условие для замагниченной плазмы, вообще говоря, не выполняется, поскольку ее тензор диэлектрической проницаемости является несимметричным. Однако в пределе при $\omega_H/\omega_{p\infty} \to \infty$ недиагональные компоненты тензора $\hat{\varepsilon}$ обращаются в нуль. Тензор принимает вид

$$\hat{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_\parallel \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_\parallel = 1 - \frac{\omega_p^2(z)}{\omega^2} - i\frac{\nu}{\omega} = -\frac{z}{L} - i\frac{\nu}{\omega}. \tag{4}$$

Следовательно, лемма Лоренца в форме (3) остается справедливой.

В качестве системы «1» выберем электронный пучок и возбуждаемое им излучение, амплитуду которого необходимо найти. В качестве системы «2» выбирается пробная волна в виде волноводной ТМ-моды, падающая на размытую границу вакуум-плазма, возбуждающая колебания в ОЛПР, частично отражающаяся и частично проникающая сквозь барьер непрозрачности $\sin^2\theta > \operatorname{Re}\varepsilon_\parallel > 0$. Поскольку нас интересуют амплитуды излучения как в вакуум, так и в плотную плазму, то лемму Лоренца необходимо применить дважды: в одном случае пробная волна будет падать из вакуума, в другом — из плотной плазмы.

В качестве объема интегрирования V выберем внутренний объем волновода, заключенный между поперечными сечениями $z = \pm d$, $d \gg L$. При вычислении поверхностного интеграла необходимо учесть, что в силу граничных условий произведение $[\mathbf{EH}]\mathbf{n}$ на стенках волновода всегда обращается в нуль. Поэтому вклад в левую часть (3) внесет только интегрирование по сечениям $z = \pm d$. Нетрудно показать, что отраженная и прошедшая части пробной волны также не внесут вклада в левую часть (3).

Как уже отмечалось выше, возрастание электрического поля в окрестности точки $n = n_0$ носит резонансный характер. Очевидно, при $\nu/\omega \ll 1$ именно поле пробной волны в окрестности резонансного слоя внесет основной вклад в интеграл в правой части (3).

С учетом изложенного выше лемма Лоренца перепишется для рассматриваемой системы в виде

$$\left\{\iint dS\,(E_{r1}H_{\varphi 2} - E_{r2}H_{\varphi 1})\right\}\Big|_{z=-d}^{z=d} = \frac{4\pi}{c}\int_{-d}^{d} dz \exp[i(\omega t \mp \varkappa z)] \times \\ \times \iint dS j_m(r) E_{z2}^{\text{рез}}. \tag{5}$$

Для вычисления интеграла в правой части (5) необходимо найти поле в ОЛПР, возбуждаемое падающими пробными волнами.

3. Вычисление поля в резонансном слое. В работе [12] рассматривалась задача о падении плоской электромагнитной волны на границу полубезграничной плазмы со свойствами, описанными выше. Анализировались два случая: падение волны из вакуума и из плотной плазмы. Получены выражения для компоненты электрического поля, возбуждаемого пробной волной в ОЛПР:

$$E_{zp,v}^{\text{рез}} = \frac{H_{mp,v}}{\sqrt{2\pi k_0 L}} \frac{\Phi_{p,v}(\xi)}{\varepsilon_\parallel(z)} \exp[i(\omega t - k_0 y \sin\theta)],$$

$$\Phi_p(\xi) = \sqrt{2[1 - \exp(-\pi\xi)]}, \quad \Phi_v(\xi) = \sqrt{2\exp(-\pi\xi)[1 - \exp(-\pi\xi)]}, \tag{6}$$

$$\xi = k_0 L \sin^2\theta,$$

где θ — угол падения, $H_{mp,v}$ — амплитуда падающей волны, индексы p и v указывают на волны, падающие соответственно из плотной плазмы и вакуума. Пробные волны в рассматриваемой задаче являются собственными модами волновода и могут быть представлены как суперпозиция плоских парциальных волн с помощью соотношения

$$J_1(k_\perp r) = \frac{i}{2\pi}\int_0^{2\pi} \exp(ik_\perp r\cos\alpha)\cos\alpha d\alpha,$$

где величину α можно интерпретировать как угол между поперечной компонентой волнового вектора парциальной волны и направлением на точку наблюдения. Далее, необходимо вычислить вклады парциальных волн в поле резонансного слоя и, считая среду линейной, просуммировать их. Результирующее поле в окрестности резонансного слоя может быть записано в виде

$$E^{\text{рез}}_{zp,v} = \pm \frac{H_{m\,p,v}}{\sqrt{2\pi k_0 L}}\,\frac{k_0}{k_\perp^{(l)}}\,\frac{\Phi_{p,v}(\xi)}{-z/L - i\nu/\omega}\,J_0(k_\perp^{(l)} r)\exp(i\omega t). \tag{7}$$

4. **Вычисление поля излучения.** Приступим к вычислению интегралов в обеих частях равенства (5).

В левой части вклад в интеграл вносит лишь та мода из состава излучения, которая по структуре поля подобна пробной волне и распространяется в противоположном направлении.

Стоящий в правой части (5) интеграл в предположении, что расстояние между точкой поворота и точкой резонанса достаточно велико ($\varkappa L\sin^2\theta \gg 1$), принимает значения

$$\int_{-d}^{d} \frac{\exp(\mp i\varkappa z)}{-z/L - i\nu/\omega}\,dz = \begin{cases} i\,2\pi\,L\exp(-\varkappa L\nu/\omega) \\ 0 \end{cases}, \tag{8}$$

т. е., в случае когда пучок выходит из плазмы в вакуум, искомое излучение отсутствует. Этот эффект экспериментально наблюдался в [13]. Его объяснение аналогично случаю излучения одиночного электрона в изотропной плазме, который подробно обсуждался в [14].

Сравнивая левую и правую части (5), можно определить амплитуды волновых мод в составе искомого излучения. Для случая цилиндрического волновода они имеют вид

$$\begin{aligned} H_{mp} &= 4i\left(\frac{2\pi L}{\omega c}\right)^{1/2} \frac{k_\perp^{(l)}\Phi_p(\xi)K_l I_m \exp(-\varkappa L\nu/\omega)}{k_0 a^2 J_1(k_\perp^{(l)} a)}, \\ H_{mv} &= -4i\left(\frac{2\pi L}{\omega c}\right)^{1/2} \frac{k_\perp^{(l)}\Phi_v(\xi)K_l I_m \exp(-\varkappa L\nu/\omega)}{k_0 a^2 J_1(k_\perp^{(l)} a)\cos\theta_l}, \end{aligned} \tag{9}$$

где $\xi = (k_\perp^{(l)})^2 L/k_0$, $\cos\theta_l = [1 - (k_\perp^{(l)}/k_0)^2]^{1/2}$, $I_m = 2\pi\int_0^a j_m(r)r\,dr$ — полный ток через поперечное сечение волновода, $K_l = 2\pi I_m^{-1}\int_0^a dr\,r \times$ $\times j_m(r)J_0(k_\perp^{(l)}r)$ — коэффициент, характеризующий перекрытие функции распределения плотности тока и поля волноводной моды.

Анализ формул (9) показывает, что наличие магнитного поля мало влияет на характер излучения в вакуум, которое, в силу вида функции $\Phi_v(\xi)$, характеризующей связь между колебаниями в резонансном слое и излучаемой модой, существенно отлично от нуля лишь при $\xi \simeq 1$. Экспоненциальное убывание амплитуды при $\xi \gg 1$ связано с ростом барьера непрозрачности, отделяющего резонансный слой от области распространения волн в разреженной плазме.

Главным отличием от случая изотропной плазмы является, как уже говорилось, появление излучения в сторону плотной плазмы, мощность которого монотонно возрастает с ростом параметра ξ. Последнее обстоятельство связано с отсутствием барьера непрозрачности между резонансным слоем и областью распространения волн в плотной замагниченной плазме. В результате при $\xi \gg 1$ именно излучение в сторону плотной плазмы будет играть основную роль. Ранее в работе [4] было рассчитано излучение лишь в одном из двух возможных направлений.

Зная амплитуды полей излучения (9), нетрудно вычислить потоки мощности излучения в обоих направлениях. Для цилиндрического волновода ($a=8$ см) с нитевидным пучком, движущимся по его оси, в одномодовом режиме при $\omega=2\cdot10^{10}$ с$^{-1}$, $v/\omega=10^{-3}$, $L=10$ см, $U_0=1$ кВ ($U_0=mV_0^2/(2e)$—напряжение, ускоряющее электроны пучка), $I_m=10$ мА ($\xi\simeq10$) получаем мощность излучения в вакуум $P_v=4{,}5$ мкВт, мощность излучения в плотную плазму $P_p=50$ мВт. Считая глубину модуляции пучка близкой к 100%, получим кпд $= (P_v+P_p)/(I_m\ U_0)\approx 0{,}5\%$, что согласуется с результатом работ [4, 9].

Авторы признательны С. М. Левитскому за постоянный интерес к работе и обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ерохин Н. С., Кузелев М. В., Моисеев С. С., Рухадзе А. А., Шварцбург А. В. Неравновесные и резонансные процессы в плазменной радиофизике.— М.: Наука, 1982.
2. Бернашевский Г. А., Богданов Е. В., Кислов В. Я., Чернов З. С. Плазменные и электронные усилители и генераторы СВЧ. — М.: Сов. радио, 1965.
3. Железняков В. В. Электромагнитные волны в космической плазме. — М.: Наука, 1977; Моденов В. П., Поезд А. Д., Поезд Е. Д. — Вестник МГУ. Сер. Физика и астрономия, 1985, 26, № 2, с. 36.
4. Калмыкова С. С. — Изв. вузов — Радиофизика, 1975, 18, № 5, с. 686; Калмыкова С. С. — Физика плазмы, 1976, 2, № 4, с. 643.
5. Рогашкова А. И. — ЖТФ, 1976, 46, № 12, с. 2471; Рогашкова А. И. — Радиотехника и электроника, 1980, 25, № 5, с. 1042.
6. Левитский С. М., Анисимов И. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1985, 28, № 3, с. 298; Левитский С. М., Анисимов И. А. — Радиотехника и электроника, 1985, 30, № 9, с. 1862.
7. Гинзбург В. Л., Рухадзе А. А. Волны в магнитоактивной плазме. — М.: Наука, 1975.
8. Ерохин Н. С., Моисеев С. С. — ЖЭТФ, 1973, 65, № 4 (10), с. 1431.
9. Калмыкова С. С., Толстолужский А. П. — ЖТФ, 1974, 44, № 4, с. 723.
10. Кондратьев И. Г., Таланов В. И. — ЖТФ, 1965, 35, № 3, с. 571.
11. Никольский В. В. Электродинамика и распространение радиоволн. — М.: Наука, 1978.
12. Кондратенко А. Н. Проникновение поля в плазму. — М.: Атомиздат, 1979, § 20.
13. Березин А. К., Березина Г. П., Ерохин Н. С. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1971, 14, № 3, с. 149.
14. Ерохин Н. С, Моисеев С. С. — В сб.: Вопросы теории плазмы. — М.: Атомиздат, 1973, вып. 7, с. 146.

Киевский государственный
университет

Поступила в редакцию
10 июля 1985 г.

ELECTROMAGNETIC WAVES RADIATION BY THE MODULATED ELECTRON BEAM IN THE WAVEGUIDE, FILLED BY THE LONGITUDINALLY-INHOMOGENEOUS MAGNETIZED PLASMA

I A. Anisimov, D. G. Stefanovskij

Electromagnetic radiation, exited by the modulated electron beam in the cylindrical waveguide, filled by the weakly-inhomogeneous plasma with the strong magnetic field, parallel to the waveguide axis, is treated. Numerical estimations of the power, radiated into the vacuum and into the dense plasma, are given.