ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXX, № 5 РАДИОФИЗИКА 1987

УДК 538. 56

СРЕДНЕЕ ПОЛЕ НАД ПОЛУПРОСТРАНСТВОМ С ШЕРОХОВАТОЙ ГРАНИЦЕЙ

Н. П. Жук

Найдены выражения для коэффициентов отражения шероховатой границы слоистого полупространства через «внешние» характеристики ровной границы. Построены средние функции Грина уравнений Максвелла и диадный эквивалентный импеданс.

1. Работа [1] положила начало большой серии исследований [2–4], в которых было показано сильное воздействие случайных неровностей поверхности на распределение радиоволн.

При интерпретации данных измерений теплового излучения земной поверхности, в радиолокации подземных объектов, геофизике одной из ключевых моделей является слоистое полупространство, граничащее с однородной окружающей средой. В данной работе рассмотрено влияние шероховатостей границы этого полупространства на формирование статистически среднего поля источников, расположенных в окружающей среде. Наличие в слоистом полупространстве «возвращающего» фактора (см. [2], с. 362) в виде неоднородного профиля показателя преломления приводит к многократному рассеянию волн на шероховатостях, что из-за накопления возмущений приводит к искажению среднего поля по сравнению с полем над регулярным полупространством, с ровной границей.

Известные к настоящему времени результаты [1–4] относятся к более простой модели, употребляемой в радиоокеанографии, когда шероховатая граница считается идеально проводящей или импедансной, и проникновение поля в среду под границей раздела игнорируется. В данной работе показано, что формирование среднего поля полностью определяется энергетическим спектром шероховатостей и набором «внешних» характеристик регулярного полупространства, не зависящих явным образом от конкретного профиля материальных параметров. «Внешними» параметрами оказываются входные импеданс и адмитанс регулярного полупространства (или связанные с ними коэффициенты отражения плоских волн вертикальной и горизонтальной поляризаций) и скачки материальных параметров на границе раздела. Найдены аналитические выражения для среднего поля бесконечно удаленных источников, испускающих плоскую линейно поляризованную волну, и точечных источников, расположенных над шероховатой границей на конечном расстоянии. Решение этих задач строится на основе уравнений для среднего поля, сформулированных в работе [5].

Основные формулы работы — выражения (5) для коэффициентов отражения от шероховатой границы слоистого полупространства, скаляризованные представления (11) средних функций Грина уравнений Максвелла и соотношение (15), дающее эквивалентный диадный импеданс шероховатой границы.

2. Уравнения для среднего поля. Слоистое полупространство ($z<0$) и однородная окружающая среда ($z>0$) характеризуются материальными параметрами $\varepsilon_1(z)$, $\mu_1(z)$ и ε_2, μ_2 соответственно. Граница $z=0$ покрыта малыми и пологими случайными неровностями (шероховатостями), так что реальная поверхность раздела сред дается равенством $z = \xi(\boldsymbol{r})$, $\boldsymbol{r} = (x, y)$, где ξ — случайная функция с нулевым средним значением, статистически однородная по $\boldsymbol{r}$:

$$\langle \xi(\boldsymbol{r}) \xi(\boldsymbol{r}') \rangle \equiv B(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}').$$

Среднее электромагнитное поле $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R})$, $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{R})$, $\boldsymbol{R} = (\boldsymbol{r}, z)$, создаваемое монохроматическими ($\sim e^{-i\omega t}$) детерминированными источниками $\boldsymbol{J}$, $\boldsymbol{M}$, подчиняется уравнениям Максвелла при $z \neq 0$

$$\nabla \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{R}) - ik_0 \mu(z) \boldsymbol{H} = -(4\pi/c) \boldsymbol{M}, \qquad \nabla \times \boldsymbol{H} + ik_0 \varepsilon(z) \boldsymbol{E} = (4\pi/c) \boldsymbol{J} \quad (1)$$

и двусторонним эквивалентным граничным условиям (ЭГУ) на границе раздела $z=0$ [5]. Здесь $k_0 = \omega/c$, $\eta(z) = \eta_2$ при $z > 0$ и $\eta_1(z)$ при $z < 0$, $\eta = \varepsilon, \mu$. Для фурье-компонент среднего поля

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{R}) = \int \boldsymbol{E}(\boldsymbol{\varkappa}, z)\, e^{i\boldsymbol{\varkappa}\cdot\boldsymbol{r}}\, d\boldsymbol{\varkappa}, \qquad \boldsymbol{H}(\boldsymbol{R}) = \int \boldsymbol{H}(\boldsymbol{\varkappa}, z)\, e^{i\boldsymbol{\varkappa}\cdot\boldsymbol{r}}\, d\boldsymbol{\varkappa} \quad (2)$$

($\boldsymbol{\varkappa} = (\varkappa_x\ \varkappa_y)$ — параметр преобразования Фурье) ЭГУ из работы [5] преобразуются к виду

$$\begin{aligned} \{\boldsymbol{E}_t(\boldsymbol{\varkappa}, z)\} = \int \tilde{B}(\boldsymbol{\varkappa} - \boldsymbol{\varkappa}')\, \{\varepsilon^{-1}(z)\, [k^2(z) - \boldsymbol{\varkappa}\boldsymbol{\varkappa}']\} \cdot \\ \cdot [\hat{L}_{ee} \cdot \{\mu^{-1}(z)\, [k^2(z) - \boldsymbol{\varkappa}'\boldsymbol{\varkappa}] \cdot \boldsymbol{z}_0 \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{\varkappa}, z)\} + \hat{L}_{em} \cdot \{\varepsilon^{-1}(z)\, [k^2(z) - \\ - \boldsymbol{\varkappa}'\boldsymbol{\varkappa}] \cdot \boldsymbol{z}_0 \times \boldsymbol{H}(\boldsymbol{\varkappa}, z)\}]\, d\boldsymbol{\varkappa}' + (\sigma^2/k_0^2\, \varepsilon_1(-0))\, [k^2(-0) - \\ - \boldsymbol{\varkappa}\boldsymbol{\varkappa}] \cdot \hat{I}_t \times \boldsymbol{z}_0 \cdot \{\mu^{-1}(z)\, [k^2(z) - \boldsymbol{\varkappa}\boldsymbol{\varkappa}] \cdot \boldsymbol{z}_0 \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{\varkappa}, z)\} \end{aligned} \quad (3)$$

(второе соотношение получается из приведенного выше формальной заменой $\boldsymbol{E} \to \boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{H} \to -\boldsymbol{E}$, $\hat{L}_{ee} \to \hat{L}_{mm}$, $\hat{L}_{em} \to \hat{L}_{me}$, $\varepsilon \leftrightarrow \mu$). Особенности подынтегральных выражений в комплексной плоскости считаются смещенными с вещественной оси, например, в силу предположения $\operatorname{Im} k_0 = +0$ при $\operatorname{Im} \varepsilon, \mu \equiv 0$. Индекс t сопровождает горизонтальную компоненту вектора, $\{f\} = f(+0) - f(-0)$ для любой функции f переменной z, $k(z) = k_0[\varepsilon(z)\mu(z)]^{1/2}$ — локальное волновое число, σ — среднеквадратичная высота шероховатостей, $\tilde{B}(\boldsymbol{\varkappa}) = (2\pi)^{-2} \times \times \int B(\boldsymbol{r})\, e^{-i\boldsymbol{\varkappa}\cdot\boldsymbol{r}}\, d\boldsymbol{r}$ — их энергетический спектр, $\hat{L}_{\alpha\beta}$ — диады вида

$$\begin{aligned} \hat{L}_{ee} &= k_0^{-2} \left(\frac{\alpha'\gamma'}{\Delta_p'} \boldsymbol{z}_0 \times \boldsymbol{n}'\boldsymbol{n}' - \frac{k_2 \beta'}{\Delta_s'} \boldsymbol{n}' \boldsymbol{z}_0 \times \boldsymbol{n}' \right), \\ \hat{L}_{em} &= k_0^{-3} \left(\frac{k_2 \gamma'}{\mu_2 \Delta_p'} \boldsymbol{z}_0 \times \boldsymbol{n}' \boldsymbol{z}_0 \times \boldsymbol{n}' + \frac{k_0^2 \varepsilon_2}{\Delta_s'} \boldsymbol{n}'\boldsymbol{n}' \right), \\ \hat{L}_{me} &= k_0^{-3} \left(\frac{k_2 \beta' \gamma'}{\varepsilon_2 \Delta_s'} \boldsymbol{z}_0 \times \boldsymbol{n}' \boldsymbol{z}_0 \times \boldsymbol{n}' + \frac{k_0^2 \mu_2 \alpha'}{\Delta_p'} \boldsymbol{n}'\boldsymbol{n}' \right), \\ \hat{L}_{mm} &= k_0^{-2} \left(\frac{\gamma'}{\Delta_s'} \boldsymbol{z}_0 \times \boldsymbol{n}'\boldsymbol{n}' - \frac{k_2}{\Delta_p'} \boldsymbol{n}' \boldsymbol{z}_0 \times \boldsymbol{n}' \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\boldsymbol{z}_0$ — орт оси z, $\boldsymbol{n}' = \boldsymbol{\varkappa}'/\varkappa'$, $\gamma = (k_2^2 - \varkappa^2)^{1/2}$, $\operatorname{Im}\gamma \geqslant 0$ — вертикальная компонента волнового вектора в окружающей среде, $\hat{I}_t = \hat{I} - \boldsymbol{z}_0 \boldsymbol{z}_0$, $\hat{I}$ — единичная диада, $k_2 = k_0(\varepsilon_2\mu_2)^{1/2}$, $\Delta_s = \gamma(\varkappa) + k_2\beta(\varkappa)$, $\Delta_p = \alpha(\varkappa)\,\gamma(\varkappa) + k_2$, штрихом помечена зависимость величин от $\varkappa'$.

Считающиеся известными функции $\beta(\varkappa)$ и $\alpha(\varkappa)$ представляют собой входные импеданс и адмитанс регулярного полупространства с ровной границей и могут быть выражены через коэффициенты отражения вертикально и горизонтально поляризованных волн

$$R_s(\varkappa) = \frac{\gamma - k_2\beta}{\gamma + k_2\beta}, \quad R_p(\varkappa) = \frac{\alpha\gamma - k_2}{\alpha\gamma + k_2} \tag{5}$$

от этой границы.

ЭГУ (3) для гауссовых шероховатостей учитывают бесконечную последовательность актов рассеяния, отвечающую приближению Бурре [2]. Примечательная их особенность в том, что они не зависят явным образом от конкретного профиля материальных параметров слоистого полупространства, который в «скрытом» виде учтен «внешними» характеристиками β и α (или R_s и R_p).

3. Коэффициенты отражения. Рассмотрим ситуацию, когда бесконечно удаленные в окружающую среду источники испускают линейно поляризованную плоскую волну, распространяющуюся в направлении волнового вектора $\boldsymbol{k}_2=\boldsymbol{\varkappa}-\boldsymbol{z}_0\gamma$. Фазовый множитель $e^{i\boldsymbol{\varkappa}\cdot\boldsymbol{r}}$, общий для волн падающей, отраженной в верхнюю ($z>0$) среду и прошедшей в нижнее ($z<0$) полупространство, опускаем.

Из уравнений (1) следует, что амплитуды $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{\varkappa}, z)$, $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\varkappa}, z)$ полного поля выражаются через две функции $E(z)$ и $H(z)$ — горизонтальные компоненты электрического и магнитного полей, перпендикулярные направлению распространения $\boldsymbol{n} = \boldsymbol{\varkappa}/\varkappa$:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}(\boldsymbol{\varkappa}, z) &= -\boldsymbol{z}_0 \times \boldsymbol{n}E(z) + \varepsilon^{-1}(z)\,\boldsymbol{w}(z)H(z), \\ \boldsymbol{H}(\boldsymbol{\varkappa}, z) &= -\boldsymbol{z}_0 \times \boldsymbol{n}H(z) - \mu^{-1}(z)\,\boldsymbol{w}(z)E(z), \end{aligned} \tag{6}$$

где $\boldsymbol{w}(z) = k_0^{-1}(\boldsymbol{z}_0\varkappa + i\boldsymbol{n}\partial_z)$ — векторный дифференциальный оператор. Функция $E(z)$, $H(z)$ подчиняются уравнениям $z\neq 0$

$$\begin{gathered} [D_\mu + k^2(z) - \varkappa^2]\,E(z) = 0, \quad [D_\varepsilon + k^2(z) - \varkappa^2]\,H(z) = 0, \\ D_\eta = \eta(z)\,\partial_z \eta^{-1}(z)\,\partial_z \end{gathered} \tag{7}$$

и условиям сопряжения при $z=0$, которые вытекают из ЭГУ (3).

Пользуясь методикой работы [6], нетрудно показать, что в области $z > 0$ для падающей волны вертикальной поляризации

$$H(z) = \exp(-i\gamma z) + R_{ss}\exp(i\gamma z), \quad E(z) = R_{ps}\exp(i\gamma z), \tag{8а}$$

а для падающей волны горизонтальной поляризации —

$$H(z) = R_{sp}\exp(i\gamma z), \quad E(z) = \exp(-i\gamma z) + R_{pp}\exp(i\gamma z). \tag{8б}$$

Коэффициенты отражения, стоящие при экспонентах, в рамках первого приближения теории возмущений по малым правым частям ЭГУ (3) даются следующими явными выражениями:

$$\begin{aligned} R_{ss}(\boldsymbol{\varkappa}) &= \frac{\gamma - k_2(\beta+\delta\beta)}{\gamma + k_2(\beta+\delta\beta)}, \quad R_{ps}(\boldsymbol{\varkappa}) = -\frac{2k_2 w_2 \gamma\rho(\boldsymbol{\varkappa})}{[(\alpha+\delta\alpha)\gamma + k_2][\gamma + k_2(\beta+\delta\beta)]}\frac{\cdot}{w_2}, \\ R_{pp}(\boldsymbol{\varkappa}) &= \frac{(\alpha+\delta\alpha)\gamma - k_2}{(\alpha+\delta\alpha)\gamma + k_2}, \quad R_{sp}(\boldsymbol{\varkappa}) = \frac{2k_2\gamma\rho(\boldsymbol{\varkappa})}{[(\alpha+\delta\alpha)\gamma + k_2][\gamma + k_2(\beta+\delta\beta)]}\frac{1}{w_2}, \end{aligned} \tag{9}$$

которые представляют собой обобщение классических формул Френеля (5). Добавки $\delta\beta$, $\delta\alpha$ к входным импедансу и адмитансу ровной границы раздела за счет шероховатостей и коэффициент ρ получаются в виде

$$\delta\mathfrak{z}(\varkappa) = k_2^2 \int \tilde{B}(\varkappa-\varkappa')\left(\frac{Q_{11}}{\Delta_s'} + \frac{Q_{21}}{\Delta_p'}\right) d\varkappa' +$$

$$+ (k_2\sigma)^2 \beta(\varkappa)[m_\varepsilon^{-1} - m_\mu^{-1} + (\varkappa/k_2)^2 (m_\varepsilon - m_\varepsilon^{-1})],$$

$$\delta\alpha(\varkappa) = k_2^2 \int \tilde{B}(\varkappa-\varkappa')\left(\frac{Q_{12}}{\Delta_s'} + \frac{Q_{22}}{\Delta_p'}\right) d\varkappa' + \tag{10}$$

$$+ (k_2\sigma)^2 \alpha(\varkappa)[m_\varepsilon^{-1} - m_\mu^{-1} + (\varkappa/k_2)^2 (m_\mu^{-1} - m_\mu)],$$

$$\rho(\varkappa) = k_2^2 \int \tilde{B}(\varkappa-\varkappa')\, \boldsymbol{z}_0 \cdot \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{n}' \left(\frac{P_1}{\Delta_s'} + \frac{P_2}{\Delta_p'}\right) d\varkappa',$$

где $w_2 = (\mu_2/\varepsilon_2)^{1/2}$ — импеданс окружающей среды, $m_\varepsilon = \varepsilon_2/\varepsilon_1(-0)$ и $m_\mu = \mu_2/\mu_1(-0)$ характеризуют скачок материальных параметров на границе раздела сред, а величины Q_{ik}, P_i вынесены в Приложение.

Согласно (8а) и (6), отраженное магнитное поле, возникающее при падении плоской вертикально поляризованной волны, содержит поперечную к направлению распространения $\boldsymbol{n}$ горизонтальную компоненту и малые (порядка σ^2) продольную, вдоль $\boldsymbol{n}$, и вертикальную, вдоль $\boldsymbol{z}_0$, компоненты. Аналогично для падающей волны горизонтальной поляризации отраженное электрическое поле имеет поперечную компоненту и малые (порядка σ^2) продольную и вертикальную компоненты.

Следовательно, в общем случае шероховатости вызывают деполяризацию отраженного поля, описываемую коэффициентами отражения R_{ps}, R_{sp}. Все коэффициенты отражения зависят не только от угла скольжения, но и от азимутального направления распространения волны. В случае изотропных шероховатостей эти эффекты исчезают.

Анализ явного вида формул (9) с учетом (10) и соотношений, вынесенных в Приложение, позволяет сделать примечательный вывод: коэффициенты отражения шероховатой границы раздела полностью определяются энергетическим спектром шероховатостей, скачками материальных параметров и коэффициентами отражения вертикально и горизонтально поляризованных волн от ровной границы. В свете этого, наш результат (9), (10) не подлежит дальнейшему упрощению, так как все детали строения слоистой среды оказались учтенными неявным образом в перечисленных «внешних» характеристиках.

4. Средние функции Грина $\overline{G}_{\alpha\beta}(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}')$ позволяют найти среднее поле произвольных заданных источников:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{E}(\boldsymbol{R}) \\ \boldsymbol{H}(\boldsymbol{R}) \end{bmatrix} = \int \begin{bmatrix} \overline{G}_{ee}(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}') & \overline{G}_{em}(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}') \\ \overline{G}_{me}(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}') & \overline{G}_{mm}(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}') \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{J}(\boldsymbol{R}') \\ \boldsymbol{M}(\boldsymbol{R}') \end{bmatrix} d\boldsymbol{R}', \tag{11}$$

зная поле источников частного вида — точечных. Этим определяется значимость ФГ в рассматриваемом круге вопросов.

Положим, что точечные источники расположены в верхней среде, над шероховатой границей. Разложим падающее поле, создаваемое этими источниками в безграничной окружающей среде, в интеграл Фурье (2) и найдем возникающее отраженное поле с помощью результатов предыдущего пункта. После несложных вычислений приходим к следующим представлениям для функции Грина:

$$\overline{G}_{ee}(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}') = (4\pi/ik_0 c\varepsilon_2)[\nabla_t \nabla_t \ln|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|\,\delta(z - z')/2\pi + \boldsymbol{z}_0 \boldsymbol{z}_0 \delta(\boldsymbol{R} - \boldsymbol{R}')] -$$

$$- (4\pi/ik_0 c)(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{Q}'\,\Psi_{ss}/\varepsilon_2^2 + k_0^2\,\Psi_{pp}) + (4\pi/c\varepsilon_2)(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{L}'\,\Psi_{sp} - \boldsymbol{L}\boldsymbol{Q}'\,\Psi_{ps}), \tag{12}$$

$$\overline{G}_{em}(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}') = (4\pi/c)(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{L}'\,\Psi_{ss}/\varepsilon_2 + \boldsymbol{L}\boldsymbol{Q}'\,\Psi_{pp}/\mu_2) +$$

$$+ (4\pi/ik_0 c)(QQ' \Psi_{sp}' \varepsilon_2 \mu_2 - k_0^2 LL' \Psi_{ps}),$$

$\overline{G}_{ee}(R,R') \to \overline{G}_{mm}(R,R')$, $\overline{G}_{em}(R,R') \to -\overline{G}_{me}(R,R')$ при замене в приведенных выше соотношениях $\varepsilon_2 \leftrightarrow \mu_2$, $\Psi_{ss} \leftrightarrow \Psi_{pp}$, $\Psi_{sp} \leftrightarrow -\Psi_{ps}$. Здесь $\hat{Q} \equiv Q(R) = \nabla \times \nabla \times z_0$, $L \equiv L(R) = z_0 \times \nabla_t$ — векторные дифференциальные операторы, действующие по R, а $Q' \equiv Q(R')$, $L \equiv L(R')$ по R' в функциях $\Psi_{\lambda\nu} \equiv \Psi_{\lambda\nu}(R, R'), \lambda, \nu = s, p$. Последние являются вспомогательными и с помощью уравнений

$$\nabla_t^2 \Psi_{\lambda\nu}(R, R') = U_{\lambda\nu}(R, R') \tag{13}$$

сводятся к основным скалярным потенциалам

$$U_{\lambda\nu}(R, R') = (2\pi)^{-2} \int U_{\lambda\nu}(\varkappa, z, z') \exp[i\varkappa \cdot (r - r')]\, d\varkappa; \tag{14а}$$

$$U_{ss}(\varkappa, z, z') = (\varepsilon_2/2i\gamma)[\exp(i\gamma|z-z'|) + \\ + R_{ss}(\varkappa)\exp(i\gamma(z+z'))], \tag{14б}$$

$U_{ps}(\varkappa z, z') = (\varepsilon^2/2i\gamma)R_{ps}(\varkappa)\exp(i\gamma(z+z'))$, $U_{ss} \to U_{pp}$, $U_{ps} \to U_{sp}$ заменой $\varepsilon_2 \leftrightarrow \mu_2$, $p \leftrightarrow s$.

Поскольку при $z = +0$ для U_{ps}, U_{sp} справедливы односторонние граничные условия

$$[\partial_z + ik_2(\beta+\delta\beta)]\, U_{sp}(\varkappa, z, z') = -w_2^{-1}\rho(\varkappa)\, \partial_z U_{pp}(\varkappa, z, z'),$$

$$[1 - ik_2^{-1}(\alpha+\delta\alpha)]\, U_{ps}(\varkappa, z, z') = -w_2\rho(\varkappa)\, U_{ss}(\varkappa, z, z'),$$

с правыми частями, порожденными U_{pp}, U_{ss}, а эти последние удовлетворяют аналогичным, но однородным граничным условиям

$$[\partial_z + ik_2(\beta+\delta\beta)]\, U_{ss}(\varkappa, z, z') = 0,$$

$$[1 - ik_2^{-1}(\alpha+\delta\alpha)]\, U_{pp}(\varkappa, z, z') = 0, \quad z = +0,$$

то скалярные потенциалы U_{sp}, U_{ps} можно выразить через U_{ss}, U_{pp}, которые, таким образом, являются главными.

Представление (14а) скалярных потенциалов в виде интеграла Фурье удобно преобразовать к другой форме, отвечающей специфике слоистого полупространства, в котором, наряду с непрерывным спектром, может существовать дискретный спектр собственных волн [7] среднего поля. Положим для простоты, что слоистое полупространство ограничено снизу идеально проводящей или импедансной (в обычном смысле [7]) плоскостью $z=a$, $a \leqslant 0$, а шероховатости являются изотропными. Тогда, в частности, $U_{sp} = U_{ps} \equiv 0$. Введем в рассмотрение $\Phi(z, \lambda)$ — собственные функции нелокальной задачи:

$$(\partial_z^2 + k_2^2 + \lambda)\,\Phi(z, \lambda) = 0, \quad 0 < z < +\infty,$$

$$[\partial_z + ik_2(\beta+\delta\beta)]\,\Phi(z, \lambda) = 0, \quad z = +0, \tag{15}$$

$$|\Phi(z, \lambda)| < +\infty, \; z \to +\infty.$$

Спектральный параметр λ связан с $\varkappa$ соотношением $\varkappa = \sqrt{-\lambda}$. Привлекая методику работы [8], можно показать, что эти собственные функции подчиняются «соотношению ортогональности»

$$\int_0^{+\infty} \Phi(z, \lambda)\,\Phi(z, \lambda')\,dz + ik_2\Phi(0, \lambda)\,\Phi(0, \lambda')\,(\beta' + \delta'\beta - \\ - \beta - \delta\beta)/(\lambda - \lambda') = \varepsilon_2 N^2(\lambda)\,\delta(\lambda, \lambda'),$$

где $N^2(\lambda)$ — некоторый нормировочный коэффициент, $\delta(\lambda, \lambda')$ — дельта-функция Кронекера или Дирака, $\beta = \beta(\sqrt{-\lambda})$, $\delta\beta = \delta\beta(\sqrt{-\lambda})$, а β', $\delta'\beta$ зависят от λ'.

Тогда для $U_{ss}(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}')$ получаем разложение

$$\begin{gathered} U_{ss}(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}') = \sum_k H_0^{(1)}(\varkappa_k |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|)\, \Phi(z, \lambda_k)\, \Phi(z', \lambda_k) \times \\ \times [4iN^2(\lambda_k) + \int\limits_{\Gamma} H_0^{(1)}(\varkappa |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|) \Phi(z, \lambda) \Phi(z', \lambda)\, d\lambda / 4iN^2(\lambda)]^{-1} \end{gathered} \tag{16}$$

по собственным волнам дискретного спектра λ_k и интеграла (в положительном направлении) по непрерывному спектру λ. Последний совпадает с верхним берегом разреза $\operatorname{Im}(k_2^2 + \lambda)^{1/2} = 0$, где $\arg(k_2^2 + \lambda)^{1/2} = 0$. Сходное разложение получается и для потенциала $U_{pp}(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}')$.

При подсчете теплового излучения земной поверхности с учетом неровностей нужно знать диаду эквивалентного импеданса $\hat{L}_e(\varkappa)$, связывающую фурье-компоненты среднего поля на подстилающей поверхности $z = 0$:

$$\boldsymbol{E}_t(\varkappa, z) - \hat{L}_e(\varkappa) \cdot \boldsymbol{z}_0 \times \boldsymbol{H}(\varkappa, z) = 0, \quad z = +0.$$

Подставив сюда выражение (11) для полей, подвергнутое преобразованию Фурье, после «сокращения» на источники получаем искомую диаду в виде

$$\begin{gathered} \hat{L}_e(\varkappa) = w_2 [\boldsymbol{nn}(\beta + \delta\beta) + \boldsymbol{z}_0 \times \boldsymbol{nz}_0 \times \boldsymbol{n}(\alpha + \delta\alpha)] + \\ + w_2 (\boldsymbol{nz}_0 \times \boldsymbol{n} + \boldsymbol{z}_0 \times \boldsymbol{nn})\, \rho. \end{gathered} \tag{17}$$

Для плоской в среднем шероховатой границы раздела двух однородных диэлектрических сред этот результат получен автором совместно с А. А. Пузенко, О. А. Третьяковым, И. М. Фуксом.

Автор признателен О. А. Третьякову за поддержку в работе и В. Б. Алмазову за любезно представленную возможность обсудить изложенные здесь результаты на семинаре по статистической радиофизике (Харьков).

ПРИЛОЖЕНИЕ

$$Q_{11} = k_2 l_\varepsilon^2 + q_\varepsilon \beta (\gamma' - k_2 \beta') l_\varepsilon\, \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{n}' - q_\varepsilon^2 \beta^2 \beta' \gamma' (\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{n}')^2,$$

$$Q_{21} = [\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{n}']^2 [q_\mu^2 \gamma' + q_\varepsilon q_\mu \beta (k_2 - \alpha' \gamma') - k_2 q_\varepsilon^2 \beta^2 \alpha'],$$

$$Q_{12} = [\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{n}']^2 [k_2 q_\mu^2 + q_\varepsilon q_\mu \alpha (\gamma' - k_2 \beta') - q_\varepsilon^2 \alpha^2 \beta' \gamma'],$$

$$Q_{22} = q_\mu^2 \gamma' (\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{n}')^2 + q_\mu \alpha (k_2 - \alpha' \gamma') l_\mu\, \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{n}' - k_2 \alpha^2 \alpha' l_\mu^2,$$

$$l_\varepsilon = q_\mu \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{n}' + (m_\varepsilon - 1) \varkappa \varkappa' / k_2^2, \qquad q_\varepsilon = 1 - \varepsilon_1(-0)/\varepsilon_2,$$

$$l_\varepsilon \to l_\mu, \quad q_\varepsilon \to q_\mu, \quad \varepsilon \rightleftarrows \mu;$$

$$P_1 = (k_2 q_\mu + q_\varepsilon \alpha \gamma') (l_\varepsilon - \beta \beta' q_\varepsilon \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{n}'),$$

$$P_2 = (q_\varepsilon \beta \alpha' - q_\mu) (q_\mu \gamma' \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{n}' + k_2 \alpha l_\mu).$$

ЛИТЕРАТУРА

1 Басс Ф Г. — Изв вузов — Радиофизика, 1960, 3, № 1, с 72
2. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности — М Наука, 1972

3. Брюховецкий А. С., Фукс И. М Тезисы докладов 14-й Всесоюзной конференции по распространению радиоволн Ч. 2. — М. Наука, 1984, с. 283.
4. Брюховецкий А. С., Тигров В. М., Фукс И. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, 27, № 8, с. 999.
5. Жук Н. П., Третьяков О. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 12, с. 1476
6. Данилевич С. Б., Жук Н. П., Третьяков О. А. Тезисы докладов 14-й Всесоюзной конференции по распространению радиоволн Ч 2. — М.· Наука, 1984, с. 103.
7. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. Т 2 — М.. Мир, 1978.
8. Уфлянд С. В кн.: Вопросы математической физики. — Л.: Наука, 1976, с. 93.

Харьковский государственный университет

Поступила в редакцию 3 июля 1985 г.

THE MEAN FIELD OVER THE HALFSPACE WITH ROUGH BOUNDARY

N. P. Zhuck

Reflection coefficients for the rough boundary of the layered halfspace are expressed through the «outer» characteristics of the even boundary. Mean Green's functions for the Maxwell's equations and the dyadic equivalent impedance are obtained

Аннотации депонированных статей

УДК 621.372.8

ДИФРАКЦИЯ СИММЕТРИЧНЫХ ВОЛН НА СОЧЛЕНЕНИИ КРУГЛЫХ ВОЛНОВОДОВ С РАЗЛИЧНЫМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЗАПОЛНЕНИЕМ

Ф. Г. Богданов, Г. Ш. Кеванишвили, О. Г Кетиладзе

На основе проекционного метода получено строгое решение задач дифракции основных типов (E_{01} и H_{01}) симметричных волн круглого волновода на сочленении полого и симметрично заполненного двуслойного волноводов. Задачи сводятся к решению бесконечных систем линейных алгебраических уравнений довольно общего вида относительно коэффициентов дифракционного спектра рассеянной волны. Приводятся и анализируются некоторые зависимости дифракционных характеристик задачи от параметров системы Показано, что эти зависимости имеют характерные изломы, связанные с возникновением новых типов волн

Статья депонирована в ВИНИТИ, рег. № 2071 — В87. Деп. от 24 марта 1987

УДК 621.396 67

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ ИЗЛУЧАЮЩИХ ТЕЛ

Е А. Коняшенко, В. Н. Шмыков

Проведен сравнительный анализ собственных функций оператора, отображающего распределение тока на некоторой поверхности в касательное электрическое поле, а также двух других операторов, связанных с ним. Получена связь между частотной инвариантностью собственных значений. Получены и исследованы численно собственные функции прямоугольного излучателя.

Статья депонирована в ВИНИТИ, рег. № 1707—В87. Деп. от 10 марта 1987 г.