$$T_{\left\{\substack{11\\44}\right\}} = (1 \mp j(\mu_a/\mu)\, d_ф \partial_y), \quad T_{32} = -T_{41} = j\,\omega\varepsilon_0\varepsilon_ф d_ф .$$

3) Двухслойная система феррита и диэлектрика

$$T_{\left\{\substack{11\\44}\right\}} = (1 \mp j(\mu_a/\mu) d_ф \partial_y) - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 d_д d_ф \left\{\begin{matrix} \varepsilon_ф \\ \varepsilon_д\, \mu_\perp \end{matrix}\right\},$$

$$T_{\left\{\substack{22\\33}\right\}} = 1 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0\, d_д d_ф \left\{\begin{matrix} \varepsilon_ф \\ \varepsilon_д\, \mu \end{matrix}\right\},$$

$$T_{14} = -j\,\omega\mu_0[\mu_\perp d_ф + (1 + j\mu_a\mu^{-1} d_ф \partial_y) d_д],$$

$$T_{41} = -j\,\omega\varepsilon_0\,[\varepsilon_ф d_ф + (1 - j\mu_a\mu^{-1} d_ф \partial_y) d_д],$$

$$T_{23} = j\,\omega\mu_0(\mu d_ф + d_д), \quad T_{32} = j\,\omega\varepsilon_0(\varepsilon_д d_д + \varepsilon_ф d_ф) .$$

Применение полученных соотношений к анализу прямоугольного волновода с ферритовым слоем у узкой стенки с магнитным полем, перпендикулярным широкой стенке волновода, показало совпадение с результатами строгого анализа [7] при $kd_ф \ll 1$, а также с результатами, полученными с приближенными условиями работ [4, 5], приведенными также в [6]. Таким образом, полученные граничные условия в предельных случаях соответствуют известным ранее результатам и позволяют расширить возможности электродинамического анализа СВЧ структур с анизотропными слоями и пленками.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вайнштейн Л. А. Теория дифракции и метод факторизации. — М.: Сов. радио, 1966, с. 310.
2. Миллер М. А., Таланов В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1961, **4**, № 5, с. 795.
3. Глущенко А. Г., Курушин Е. П., Нефедов Е. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1975, **18**, № 7, с. 1033.
4. Kuzmin N. A. — Radio Sci., 1969, **4**, № 8, p. 703.
5. Глущенко А. Г., Курушин Е. П. — Радиотехника и электроника, 1977, **22**, № 10, с. 2074.
6. Курушин Е. П., Нефедов Е. И. Электродинамика анизотропных волноведущих структур. — М.: Наука, 1983. — 223 с.
7. Микаэлян А. Л. Теория и применение ферритов на СВЧ. — М.: Госэнергоиздат, 1963. — 663 с.

Куйбышевский электротехнический институт связи

Поступила в редакцию 27 января 1986 г., после доработки 1 июля 1986 г.

УДК 539.143.43

О ДИНАМИКЕ СПИНОВОЙ СИСТЕМЫ В МНОГОИМПУЛЬСНЫХ ЯМР-ЭКСПЕРИМЕНТАХ

М. Ю. Светлов, Г. Б. Фурман

В связи с интенсивным развитием многоимпульсных методов сужения линий ЯМР в твердом теле был предложен ряд методов решения задач, в которых гамильтониан спиновой системы является периодической функцией времени [1–3]. Однако полученная зависимость величины квазиравновесной намагниченности M_c от угловой длительности импульсов последовательности φ согласуется с экспериментальными данными [4–6] только при $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi/2$ [2] и $\varphi \sim 0, \pi$ [6].

Недавно был предложен метод [7, 8] вычисления эффективного гамильтониана и получена зависимость величины M_c от φ, хорошо согласующаяся с экспериментом [4–7]. Однако авторы этих работ ограничились рассмотрением только моментов времени, кратных периоду импульсной последовательности 2τ. При этом для вычисления эффективного гамильтониана привлекалась дополнительная гипотеза о квазистационарном состоянии. Это обстоятельство существенно ограничивает область применения данного метода, не позволяя, в частности, описывать динамику системы на временах $t \gg T_2$, T_2 — время спин-спиновой релаксации.

Целью настоящей работы является рассмотрение динамики спиновой системы в многоимпульсных экспериментах методом, свободным от изложенных выше недостатков.

Рассмотрим действие многоимпульсной последовательности MW-4 на систему спинов с $S=1/2$ [1]. Во вращающейся системе координат уравнение Ноймана имеет вид [2] ($\hbar=1$)

$$i\frac{d\rho}{dt}=[-\varphi f(t)S_x+H_d^z,\ \rho(t)],\tag{1}$$

где $\rho(t)$ — матрица плотности спиновой системы, $f(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\delta(t-2n\tau-\tau)$, $H_d^z=\sum_{m=0,\pm2}H_m$ — секулярная часть гамильтониана диполь-дипольного взаимодействия. Формальное решение уравнения (1) запишем в виде

$$\rho(t)=U(t)\rho(0)U^+(t),\tag{2}$$

где оператор эволюции $U(t)$ удовлетворяет уравнению

$$i\frac{dU}{dt}=\{-\varphi f(t)S_x+H_d^z\}U(t),\quad U(0)=1.\tag{3}$$

Согласно теореме Флоке—Ляпунова [9] $U(t)$ можно представить в виде [10]

$$U(t)=P(t)\exp(-it\mathrm{H}),\tag{4}$$

где

$$\mathrm{H}=\frac{i}{2\tau}\ln U(2\tau),\tag{5}$$

$P(t)$ — периодическая функция времени. Решение уравнения (3) будем искать в виде ряда по параметру $\varepsilon=2\tau\,\|H_d^z\|$ (здесь двойные линии означают величину в единицах частоты), так как в многоимпульсных экспериментах $\varepsilon\ll1$ [4–6].

Невозмущенное решение уравнения (3) при $\varepsilon=0$ имеет следующий вид:

$$U_0(t)=P_0(t)\exp(-it\mathrm{H}_0),\tag{6}$$

где

$$\mathrm{H}_0=-\varphi_2/2\tau\,S_x;\tag{7}$$

$$P_0(t)=\exp\left\{iS_x\left[\varphi\int_0^t dt'f(t')-\varphi_2(t/2\tau)\right]\right\},\tag{8}$$

$\varphi_2=\varphi$ при $0\leqslant\varphi<\pi/2$, $\varphi_2=\varphi-\pi$ при $\pi/2<\varphi\leqslant\pi$. Данная ветвь логарифма в выражении (5) выбрана для того, чтобы обеспечить ограниченность оператора H. Проведем преобразование

$$\widetilde{U}(t)=P_0^+(t)\,U(t)=C(t)\exp(-it\mathrm{H}),\tag{9}$$

где

$$C(t)\equiv P_0^+(t)P(t).\tag{10}$$

Разлагая $C(t)$ в ряд по степеням ε: $C(t)=1+\sum_{n=1}C_n(t)$, получим для $C_1(t)$ следующее уравнение.

$$i\frac{dC_1}{dt}=[\mathrm{H}_0,C_1(t)]+\widetilde{H}_d^z(t)-\mathrm{H}_1,\tag{11}$$

где

$$\widetilde{H}_d^z(t)=P_0^+(t)H_d^zP_0(t).\tag{12}$$

Причем $\widetilde{H}_d^z(t+2\tau)=\widetilde{H}_d^z(t)$. Будем искать решение уравнения (11) в виде периодической функции времени. Для этого разложим операторы $\widetilde{H}_d^z(t)$ и $C_1(t)$ в ряд Фурье:

$$\widetilde{H}_d^z(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}A_k\exp\left(\frac{ik\pi t}{\tau}\right)+H_0;\tag{13}$$

$$C_1(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}B_k\exp\left(\frac{ik\pi t}{\tau}\right),\tag{14}$$

где

$$A_k=\frac{(-1)^k\sin\varphi_2}{(\varphi_2-k\pi)}(H_2+H_{-2}).\tag{15}$$

Перейдем в уравнении (11) к фурье-представлению:

$$-\frac{k\pi}{\tau} B_k = [H_0, B_k] + A_k \quad \text{при } k \neq 0; \tag{16}$$

$$[H_0, B_0] + A_0 + H_0 - H_1 = 0 \quad \text{при } k=0. \tag{17}$$

С учетом явного вида A_k (15) из уравнения (16) получим

$$B_k = -\frac{(-1)^k \sin\varphi_2}{2(\varphi_2 - k\pi)^2}(H_2 - H_{-2}), \quad k \neq 0. \tag{18}$$

Поскольку $C_1(0)=0$, то $B_0 = -\sum\limits_{k\neq 0} B_k$. Проведя суммирование по k, получим

$$B_0 = -\frac{1}{2}\left(\operatorname{ctg}\varphi_2 - \frac{\sin\varphi_2}{\varphi_2^2}\right)(H_2 - H_{-2}). \tag{19}$$

Учитывая (19), из уравнения (17)) найдем H_1. Тогда оператор H (назовем его эффективным гамильтонианом) с точностью до членов порядка ε имеет следующий вид:

$$H_{\text{эфф}} = H_0 + H_1 = (-\varphi_2/2\tau)\, S_x + \varphi_2 \operatorname{ctg}\varphi_2' (H_2 + H_{-2}) + H_0, \tag{20}$$

что совпадает с результатами работы [7]. Следует заметить, что коэффициент $\varphi \operatorname{ctg}\varphi$ был ранее получен в работе [11] при рассмотрении линейной цепочки спинов.

Формула (20) и выражение для эффективного гамильтониана, полученное в работе [2], согласуются при $\varphi \ll 1$ вследствие учета в [2] только нулевой гармоники Фурье-разложения оператора $\bar{H}_d^z(t)$.

Эволюцию спиновой системы удобно рассматривать, осуществив предварительно следующее преобразование:

$$\tilde{\tilde{U}}(t) = \{P_0(t)[1 + C_1(t)]\}^+ U(t). \tag{21}$$

Тогда $\tilde{\tilde{U}}(t)$ удовлетворяет уравнению

$$i\frac{d\tilde{\tilde{U}}}{dt} = \{H_{\text{эфф}} + V(t)\}\tilde{\tilde{U}}(t), \quad \tilde{\tilde{U}}(0) = 1, \tag{22}$$

где $V(t) \sim \varepsilon^2$. Следовательно, зависящая от времени часть гамильтониана в уравнении (22) может быть учтена по теории возмущений. Так как порядок величины возмущения $V(t)$ много меньше порядка величины $H_{\text{эфф}}$, можно предположить, что на временах $t \sim T_2$ в системе устанавливается квазиравновесное состояние [12]. Причем квазиравновесная матрица плотности, описывающая систему на временах $t \sim T_2$, определяется структурой оператора $H_{\text{эфф}}$. Дальнейшую эволюцию системы можно рассматривать аналогично теории насыщения [13].

ЛИТЕРАТУРА

1. Haberlen U., Waugh J. S. — Phys. Rev., 1968, **175**, № 2, p. 453.
2. Иванов Ю. Н., Провоторов Б. Н., Фельдман Э. Б. — Письма в ЖЭТФ, 1978, 27, № 3, с. 164.
3. Буишвили Л. Л., Менабде М. Г. — ЖЭТФ, 1979, **77**, № 6, с. 2435.
4. Ерофеев Л. Н., Шумм Б. А. — Письма в ЖЭТФ, 1978, **27**, № 3, с. 161.
5. Rhim W. K., Burum D. P., Elleman D. D. — Phys. Rev. Lett., 1976, **37**, № 26, p. 1764.
6. Suwelack D., Waugh J. S. — Phys. Rev. B, 1980, **22**, № 11, p. 5110.
7. Ерофеев Л. Н., Сумманен К. Т., Шумм Б. А. — ФТТ, 1984, **26**, № 1, с. 277.
8. Feldman E. B., Summanen K. T. — Phys. Stat. Sol. (b), 1985, **127**, № 2, p. 509.
9. Далецкий Ю. Л., Крейн М. Г. Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве. — М.: Наука, 1970. — 536 с.
10. Maricq M. M. — Phys. Rev. B, 1985, **31**, № 1, p. 127.
11. Зобов В. Е., Лундин А. А. В кн.: Радиоспектроскопия. — Пермь, 1980, с. 93.
12. Гольдман М. Спиновая температура и ЯМР твердых тел. — М.: Мир, 1972. — 344 с.
13. Провоторов Б. Н. — ЖЭТФ, 1961, **41**, № 5, с. 1582.

Пермский государственный университет

Поступила в редакцию 17 декабря 1985 г.