$$C_2 = C_{20} \exp\{-(1/2)\omega_0 \int_0^t (3F_2(\tau) + F_3(\tau))\,d\tau\},$$

а $F_2(t)$, $F_3(t)$ положительны при произвольных t. Таким образом, малая нелинейность может стабилизировать СПР, если удвоенная собственная частота системы $2\omega_0$ близка к ω, где ω — край спектра флуктуаций параметров. Величина нелинейности λ, при которой происходит стабилизация, пропорциональна расстройке ε и интенсивности флуктуаций σ^2.

Авторы выражают благодарность Ф. Г. Бассу за предложенную тему работы и ценные советы, Н. Н. Насонову за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кляцкин В. И. Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. — М.: Наука, 1980.
2. Медведев С. Ю., Музычук О. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, **23**, № 6, с. 701.
3. Медведев С. Ю., Музычук О. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, **24**, № 1, с. 49.
4. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. — М.: Наука, 1974.

Харьковский политехнический институт

Поступила в редакцию 8 июля 1985 г., в окончательном варианте 15 мая 1986 г.

УДК 621.372.8.

ДВУХСТОРОННИЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ АНИЗОТРОПНЫХ СЛОЕВ

А. Г. Глущенко

Эффективность использования эквивалентных граничных условий для описания изотропных диэлектрических слоев [1, 2] в задачах электродинамики определила повышенный интерес к выводу эквивалентных граничных условий для анизотропных слоев, описываемых в общем случае тензорами диэлектрической $\hat{\varepsilon}$ и магнитной $\hat{\mu}$ проницаемостями общего вида [3–6], из-за сложности строгого анализа, затраты на который зачастую неоправданно высоки. Полученные в работах [3–6] соотношения не нашли, однако, широкого применения в расчете СВЧ структур с полупроводниковыми и ферритовыми пленками несмотря на эффективное использование в частных случаях [5] из-за существенных ограничений, накладываемых на диапазон их использования. В частности, результаты [3] могут быть использованы при малых углах падения на поверхность анизотропной пленки. В граничных условиях [4, 5] жесткие ограничения накладываются на толщину анизотропного слоя, а при многослойной структуре — на общую толщину слоев. Кроме того, в граничные условия входят параметры граничащих с анизотропным изотропных слоев, что ограничивает возможности их использования.

В настоящей работе получена новая форма двусторонних граничных условий, исходя из системы уравнений Максвелла в дифференциальной форме записи первого порядка при меньших ограничениях на параметры анизотропных слоев по сравнению с известными [3–6]. Результаты обобщены на многослойные структуры.

Рассмотрим плоский однородный слой магнитодиэлектрика толщиной d, расположенный в плоскости $x0y$, характеризуемый тензорами $\hat{\varepsilon}$ диэлектрической и $\hat{\mu}$ магнитной проницаемости общего вида. Электромагнитное поле в области слоя описывается системой уравнений

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} = -j\omega\hat{\mu}\boldsymbol{H}, \quad \mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} = j\omega\hat{\varepsilon}\boldsymbol{E},$$

решения которых могут быть представлены в виде суммы тангенциальных $\boldsymbol{E}_\tau, \boldsymbol{H}_\tau$ и нормальных E_z, H_z к поверхности анизотропного слоя компонент электромагнитного поля $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_\tau + \boldsymbol{z}_0 E_z$, $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_\tau + \boldsymbol{z}_0 H_z$, $\boldsymbol{z}_0$ — единичный вектор. Подстановка в уравнения Максвелла позволяет нормальные компоненты поля представить через тангенциальные, а для последних получить систему дифференциальных уравнений первого порядка, которую можно представить в виде

$$\partial_z \psi(z) = S\psi(z), \tag{1}$$

где ∂_z — символ дифференцирования по z, $\psi(z)$ — вектор-столбец с элементами E_x, E_y, H_x, H_y в декартовой системе координат. Элементы матрицы S имеют вид

$$\begin{aligned}
s_{11} &= -\varepsilon_{31}\varepsilon_{33}^{-1}\partial_x - \mu_{23}\mu_{33}^{-1}\partial_y, & s_{13} &= j\omega(\omega^{-2}\varepsilon_{33}^{-1}\partial_{xy}^2 - \mu_{21} + \mu_{23}\mu_{31}\mu_{33}^{-1}),\\
s_{12} &= (-\varepsilon_{32}\varepsilon_{33}^{-1} + \mu_{23}\mu_{33}^{-1})\partial_x, & s_{14} &= j\omega(-\omega^{-2}\varepsilon_{33}^{-1}\partial_{xx}^2 - \mu_{22} + \mu_{23}\mu_{32}\mu_{33}^{-1}),\\
s_{21} &= (-\varepsilon_{31}\varepsilon_{33}^{-1} + \mu_{13}\mu_{33}^{-1})\partial_y, & s_{23} &= j\omega(\omega^{-2}\varepsilon_{33}^{-1}\partial_{yy}^2 + \mu_{11} - \mu_{13}\mu_{31}\mu_{33}^{-1}),\\
s_{22} &= -(\varepsilon_{32}\varepsilon_{33}^{-1}\partial_y + \mu_{13}\mu_{33}^{-1}\partial_x), & s_{24} &= -j\omega(\omega^{-2}\varepsilon_{33}^{-1}\partial_{xy}^2 - \mu_{12} + \mu_{13}\mu_{32}\mu_{33}^{-1}),\\
s_{33} &= -(\mu_{31}\mu_{33}^{-1}\partial_x + \varepsilon_{23}\varepsilon_{33}^{-1}\partial_y), & s_{31} &= -j\omega(\omega^{-2}\mu_{33}^{-1}\partial_{xy}^2 - \varepsilon_{21} + \varepsilon_{23}\varepsilon_{31}\varepsilon_{33}^{-1}),\\
s_{34} &= (-\mu_{32}\mu_{33}^{-1} + \varepsilon_{23}\varepsilon_{33}^{-1})\partial_x, & s_{32} &= j\omega(\omega^{-2}\mu_{33}^{-1}\partial_{xx}^2 + \varepsilon_{22} - \varepsilon_{23}\varepsilon_{32}\varepsilon_{33}^{-1}),\\
s_{43} &= (-\mu_{31}\mu_{33}^{-1} + \varepsilon_{13}\varepsilon_{33}^{-1})\partial_y, & s_{41} &= -j\omega(\omega^{-2}\mu_{33}^{-1}\partial_{yy}^2 + \varepsilon_{11} - \varepsilon_{13}\varepsilon_{31}\varepsilon_{33}^{-1}),\\
s_{44} &= -(\mu_{32}\mu_{33}^{-1}\partial_y + \varepsilon_{13}\varepsilon_{33}^{-1}\partial_x), & s_{42} &= j\omega(\omega^{-2}\mu_{33}^{-1}\partial_{xy}^2 - \varepsilon_{12} + \varepsilon_{13}\varepsilon_{32}\varepsilon_{33}^{-1}).
\end{aligned} \tag{2}$$

На границах раздела с соседними средами, которым присвоим индексы I и II, должны выполняться соотношения

$$\psi(z=0) = \psi^{II}(z=0), \quad \psi(z=d) = \psi^{I}(z=d), \tag{3}$$

которые можно рассматривать как граничные для $\psi(z)$, удовлетворяющей уравнению (1). Решение системы (1) с учетом первого соотношения (3) в общем случае может быть представлено в виде

$$\psi(z) = [\exp(Sz)]\,\psi^{II}(0),$$

подстановка которого во второе соотношение (3) позволяет получить двусторонние граничные условия, связывающие тангенциальные компоненты полей I и II сред в плоскостях $z=0, d$:

$$\psi^{I}(d) = T\psi^{II}(0) = [\exp(Sd)]\,\psi^{II}(0). \tag{4}$$

Для многослойной структуры соответственно имеем

$$\psi^{I}(z = d_1 + d_2 + \ldots + d_N) = [\exp(S_1 d_1)\exp(S_2 d_2)\ldots\exp(S_N d_N)]\,\psi^{II}(0), \tag{5}$$

где S_i и d_i — соответствующие матрицы и толщины слоев с индексами $i = 1, 2, \ldots N$. Хотя определение компонент T в явном виде не представляет принципиальных трудностей, чрезвычайная громоздкость соотношений не приводит к упрощению решения исходной задачи. Особый интерес представляет случай малой толщины анизотропного слоя, когда компоненты матрицы T легко представить через компоненты матрицы S путем разложения:

$$T = \exp(Sd) = I + Sd + \frac{S^2 d^2}{2!} + \ldots, \tag{6}$$

где I — единичная матрица. Ограничиваясь первым членом разложения $(1/2)(S^2)_{ij}d \ll S_{ij}$, граничные условия представим в виде

$$\psi^{I}(d) = T\psi^{II}(0) = (I + Sd)\,\psi^{II}(0). \tag{7}$$

Для многослойной системы

$$\psi^{I}(z = d_1 + d_2 + \ldots + d_N) = \prod_{i=1}^{N}(I + S_i d_i)\,\psi^{II}(0), \tag{8}$$

при этом возможность ограничения первыми членами разложения проверяется для каждого слоя отдельно без ограничения на общую толщину слоистой структуры, что позволяет провести блочное моделирование структуры. В качестве примера приведем отличные от нуля компоненты матрицы T простейших слоев.

1) Слой диэлектрика проницаемостью $\varepsilon_д$ и толщиной $d_д$:
$T_{11} = T_{22} = T_{33} = T_{44} = 1$, $T_{14} = -T_{23} = -j\,\omega\mu_0 d_д$, $T_{32} = -T_{41} = j\,\omega\varepsilon_0\varepsilon_д d_д$, при $kd_д \ll 1$.

2) Ферритовый слой толщиной $d_ф$, диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_ф$ с тензором магнитной проницаемости $(\partial_x = 0)$

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & \mu & j\mu_a \\ 0 & -j\mu_a & \mu \end{bmatrix}, \quad \mu_{\perp} = (\mu^2 - \mu_a^2)\,\mu^{-1},$$

$$T_{22} = T_{33} = 1, \quad T_{14} = -j\,\omega\mu_0\mu_{\perp} d_ф, \quad T_{23} = j\,\omega\mu_0\mu d_ф\,.$$

$$T_{\left\{\begin{smallmatrix}1&1\\4&4\end{smallmatrix}\right\}} = (1 \mp j(\mu_a/\mu)\, d_ф \partial_y), \quad T_{32} = -T_{41} = j\,\omega\varepsilon_0\varepsilon_ф d_ф\,.$$

3) Двухслойная система феррита и диэлектрика

$$T_{\left\{\begin{smallmatrix}1&1\\1&4\end{smallmatrix}\right\}} = (1 \mp j(\mu_a/\mu) d_ф \partial_y) - \omega^2\varepsilon_0\mu_0 d_д d_ф \begin{Bmatrix} \varepsilon_ф \\ \varepsilon_д\,\mu_\perp \end{Bmatrix},$$

$$T_{\left\{\begin{smallmatrix}2&2\\3&3\end{smallmatrix}\right\}} = 1 - \omega^2\varepsilon_0\mu_0 d_д d_ф \begin{Bmatrix} \varepsilon_ф \\ \varepsilon_д\,\mu \end{Bmatrix},$$

$$T_{14} = -j\,\omega\mu_0[\mu_\perp d_ф + (1 + j\mu_a\mu^{-1} d_ф\partial_y) d_д],$$

$$T_{41} = -j\,\omega\varepsilon_0[\varepsilon_ф d_ф + (1 - j\mu_a\mu^{-1} d_ф \partial_y) d_д],$$

$$T_{23} = j\,\omega\mu_0(\mu d_ф + d_д), \quad T_{32} = j\,\omega\varepsilon_0(\varepsilon_д d_д + \varepsilon_ф d_ф)\,.$$

Применение полученных соотношений к анализу прямоугольного волновода с ферритовым слоем у узкой стенки с магнитным полем, перпендикулярным широкой стенке волновода, показало совпадение с результатами строгого анализа [7] при $kd_ф \ll 1$, а также с результатами, полученными с приближенными условиями работ [4, 5], приведенными также в [6]. Таким образом, полученные граничные условия в предельных случаях соответствуют известным ранее результатам и позволяют расширить возможности электродинамического анализа СВЧ структур с анизотропными слоями и пленками.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вайнштейн Л. А. Теория дифракции и метод факторизации. — М.: Сов. радио, 1966, с. 310.
2. Миллер М. А., Таланов В. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1961, **4**, № 5, с. 795.
3. Глущенко А. Г., Курушин Е. П., Нефедов Е. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1975, **18**, № 7, с. 1033.
4. Kuzmin N. A. — Radio Sci., 1969, **4**, № 8, p. 703.
5. Глущенко А. Г., Курушин Е. П. — Радиотехника и электроника, 1977, **22**, № 10, с. 2074.
6. Курушин Е. П., Нефедов Е. И. Электродинамика анизотропных волноведущих структур. — М.: Наука, 1983. — 223 с.
7. Микаэлян А. Л. Теория и применение ферритов на СВЧ. — М.: Госэнергоиздат, 1963. — 663 с.

Куйбышевский электротехнический институт связи

Поступила в редакцию 27 января 1986 г., после доработки 1 июля 1986 г.

УДК 539.143.43

О ДИНАМИКЕ СПИНОВОЙ СИСТЕМЫ В МНОГОИМПУЛЬСНЫХ ЯМР-ЭКСПЕРИМЕНТАХ

М. Ю. Светлов, Г. Б. Фурман

В связи с интенсивным развитием многоимпульсных методов сужения линий ЯМР в твердом теле был предложен ряд методов решения задач, в которых гамильтониан спиновой системы является периодической функцией времени [1–3]. Однако полученная зависимость величины квазиравновесной намагниченности M_c от угловой длительности импульсов последовательности φ согласуется с экспериментальными данными [4–6] только при $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi/2$ [2] и $\varphi \sim 0, \pi$ [6].

Недавно был предложен метод [7, 8] вычисления эффективного гамильтониана и получена зависимость величины M_c от φ, хорошо согласующаяся с экспериментом [4–7]. Однако авторы этих работ ограничились рассмотрением только моментов времени, кратных периоду импульсной последовательности 2τ. При этом для вычисления эффективного гамильтониана привлекалась дополнительная гипотеза о квазистационарном состоянии. Это обстоятельство существенно ограничивает область применения данного метода, не позволяя, в частности, описывать динамику системы на временах $t \gg T_2$, T_2 — время спин-спиновой релаксации.

Целью настоящей работы является рассмотрение динамики спиновой системы в многоимпульсных экспериментах методом, свободным от изложенных выше недостатков.