

УДК 535.3,548.0

О ДИФРАКЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ ВАВИЛОВА — ЧЕРЕНКОВА НА ЗВУКЕ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Н. В. Шипов

Теоретически исследуется излучение Вавилова — Черенкова в условиях его дифракции на пространственно-периодической (звуковой) решетке. В зависимости от ориентации поверхности образца выявлены интервалы частот (азимута), в которых интенсивность излучения на выходной поверхности (чертенковский конус) равна нулю (в частности, оказываются подавленными известные корневые особенности), а для излучения на входной поверхности (дифракционный конус) интенсивность отлична от нуля и наоборот. Отмечается, что малые изменения скорости частицы приводят к значительным изменениям спектральных плотностей излучения, что может представлять интерес для разделения частиц по массам. Выявлено качественное различие спектрально-угловых распределений излучения в зависимости от того, движется или нет частица в плоскости фиксированной фазы волны диэлектрической проницаемости, что позволяет зафиксировать малую поперечную составляющую скорости частицы. При этом на нижней частотной границе запрещенной зоны спектральная плотность излучения может превышать спектральную плотность излучения в однородных средах.

Интерес к излучению быстрых заряженных частиц в периодических средах обусловлен, с одной стороны, возможностями для генерации интенсивного коротковолнового поляризованного электромагнитного излучения, а с другой — некоторыми новыми возможностями для детектирования и регистрации частиц [1–6]. Пространственное и частотное перераспределение излучения заряженной частицы, движущейся вдоль оси цилиндрической решетки, выявлено и изучено в [4]. На примере аксиально-симметричной геометрии при движении заряженной частицы перпендикулярно слоям периодической среды показано, что наряду с хорошо известным черенковским конусом излучения (с углом раствора ϕ_0) существует излучение под углом $\pi - \phi_0$ к траектории частицы, интенсивность которого не мала вблизи выделенных брегговских частот [5]. В случае же движения частицы в плоскости слоев на конусе излучения выявлены разрывы, положение которых по азимуту зависит от длины волны и скорости частицы, что предлагалось использовать для разделения частиц с заданным импульсом по массам [6]. Направления излучения в холестерическом жидкокристаллическом кристалле, его поляризационные свойства, а также границы запрещенных зон в общем случае определены в [7–11].

Как известно [8], происхождение дифракционного конуса связано с дифракцией излучения. Направления волнового вектора $k_t = k_0 + \tau$ излучения фиксированной частоты ω в дифракционный конус определяются условием Брегга $|k_{\perp}| = |k_z| = \omega \sqrt{\epsilon} / c$, где k_{\perp} — волновой вектор излучения в черенковский конус, $d = 2\pi/\tau$ — период изменения диэлектрической проницаемости образца $\epsilon(r) = \epsilon + i\epsilon'' + \Delta\epsilon \cos \tau r$. Напротив, каждому фиксированному направлению k_t (или k_0) при излучении в дифракционный конус соответствует частота ω_B , более точно, интервал частот $\Delta\omega/\omega \sim \Delta\epsilon$, где $\Delta\epsilon$ — амплитуда изменения диэлектрической проницаемости.

В зависимости от ориентации поверхности образца по отношению к направлению периодичности диэлектрических свойств кристалла (задаваемому вектором τ) излучения в черенковский и дифракцион-

ный конус могут выходить либо через противоположные поверхности образца (геометрия Брегга), либо через одну и ту же выходную поверхность (геометрия Лауэ). Оказывается, что спектрально-угловые распределения излучения Вавилова—Черенкова в этих двух случаях качественно различаются и существенным образом зависят от ориентации поверхности образца по отношению к кристаллу. Детальному изучению этих вопросов посвящены соответственно первая и вторая части настоящей работы. Исследуются также специфические дифракционные особенности излучения Вавилова—Черенкова в условиях его дифракции на звуке. Анализ спектрально-углового распределения излучения проводится с учетом переходного излучения и диэлектрического механизма отражения на границах образца, что не учитывалось в работах [5–11].

Излучение Вавилова—Черенкова при дифракции в геометрии Брегга. Пусть заряженная частица движется нормально к границам образца, а направление периодичности (задаваемое вектором обратной решетки τ) составляет с нормалью к поверхности угол β (рис. 1).

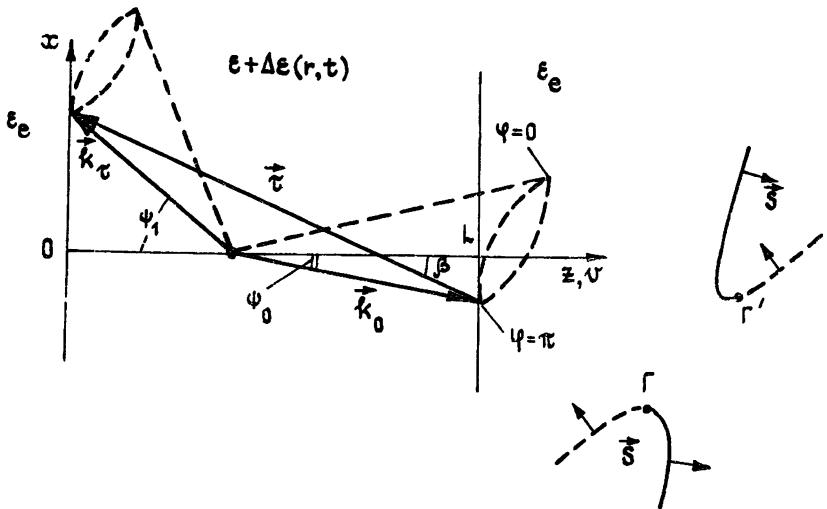


Рис. 1.

Минимальная составляющая ϵ'' и амплитуда $\Delta\epsilon$ изменения диэлектрической проницаемости предполагаются много меньшими действительной составляющей ϵ . Это обстоятельство позволяет в уравнениях Максвелла перейти к системе из двух связанных уравнений [8] для фурье-амплитуд поля $E_0 = E(k_0, \omega)$, $E_\tau = E(k_\tau, \omega)$:

$$E_0 \left(1 - \frac{k_0^2}{x^2} + \frac{i\epsilon''}{\epsilon} \right) + \frac{\Delta\epsilon}{2\epsilon} E_\tau + k_0 (k_0 E_0)/x^2 = - \frac{iev}{2\pi^2 \omega \epsilon} \delta(\phi - k_0 v), \quad (1)$$

$$E_0 \frac{\Delta\epsilon}{2\epsilon} + E_\tau \left(1 - \frac{k_\tau^2}{x^2} + \frac{i\epsilon''}{\epsilon} \right) + k_\tau (k_\tau E_\tau)/x^2 = 0,$$

$$x = (\omega/c)\sqrt{\epsilon}.$$

С целью упрощения изложения рассмотрим такие направления на конусе, для которых все волновые векторы k_0 , k_τ , τ (задающие плоскость дифракционного отражения) оказываются в одной плоскости $k_0 k_\tau$ с вектором скорости v . Соответствующие углы волнового вектора k_0 (по азимуту) указаны на рис. 1 ($\phi=0$ и $\phi=\pi$). Излучение в таком случае поляризовано в плоскости $k_0 k_\tau$, орты поляризации излучения в

черенковский и дифракционный конусы обозначим соответственно через π_0 и π_τ .

Собственные волны в среде находятся из условия разрешения однородной системы (1), а их волновые векторы равны

$$\mathbf{k}_{0j} = \mathbf{x} + \Delta k_j \hat{\mathbf{z}}, \quad \mathbf{k}_{\tau j} = \mathbf{k}_{0j} + \boldsymbol{\tau}, \quad j = 1, 2,$$

где

$$\Delta k_j = - \frac{\omega |\delta|}{2b_r \cos \psi_0} \times$$

$$\times (\Delta + i\epsilon''(1 - b_r)/2\epsilon|\delta| \mp [\Delta^2 - b_r + i\epsilon''(1 + b_r)\Delta/\epsilon|\delta|]^{1/2} \Delta/|\Delta|),$$

$$\Delta = \nu + t \frac{b + b_r}{2},$$

(2a)

$$\nu = 2 \cos^2(\beta \pm \psi_0) \frac{\omega - \omega_B}{|\delta| \omega_B} \pm \frac{(\Delta\varphi)^2}{|\delta|} \sin \psi_0 \sin \beta \cos(\beta \pm \psi_0),$$

$$\omega_B = c\tau/2\sqrt{\epsilon} \cos(\beta \pm \psi_0);$$

$$t = (\psi_0 - \psi) \sin 2\psi_0/|\delta|, \quad \cos \psi_0 = c/v\sqrt{\epsilon},$$

$$\delta = -(\Delta\epsilon/2\epsilon) \cos 2(\beta \pm \psi_0), \quad (26)$$

$$b_r = -\frac{k_{rz}}{k_{0z}} = \frac{\cos(\psi_0 \pm 2\beta)}{\cos \psi_0} > 0, \quad b = \frac{k_{rx}}{k_{0x}} = \frac{\sin(\psi_0 \pm 2\beta)}{\sin \psi_0},$$

ψ — полярный угол волнового вектора \mathbf{x} , имеющего с волновым вектором \mathbf{x}_e ($\omega_e = \omega\sqrt{\epsilon_e}/c$) во внешней среде одинаковые тангенциальные составляющие вдоль поверхности образца, $\Delta\varphi$ имеет смысл малого отклонения по азимуту указанных векторов от плоскости дифракционного отражения, а верхний и нижний знаки в выражениях для ω_B , ν , b_r , b , t , δ отвечают направлениям на черенковском конусе соответственно с азимутами $\phi=0$ и $\phi=\pi$.

Как показывает детальный анализ граничной задачи для образца конечной толщины, выражения для амплитуд поля излучения E_0^e , E_τ^e в черенковский и дифракционный конусы значительно упрощаются, если толщина образца превышает длину поглощения $L^* = c\sqrt{\epsilon} \cos \psi_0/\omega e''$, и описываются следующими выражениями:

$$E_0^e = 2 \exp[i(k_{0z} - \omega_{0z}^e)L] (E_0 + E_\tau \delta/|\delta| t^2) [\cos \psi_0^e / \cos \psi_0 + \sqrt{\epsilon_e/\epsilon}]^{-1}, \quad (3a)$$

$$\sin \psi_0^e = \sqrt{\epsilon/\epsilon_e} \sin \psi_0;$$

$$E_\tau^e = 2(E_\tau + E_0 \delta t_1/|\delta|) [\cos \psi_1^e / \cos \psi_1 + \sqrt{\epsilon_e/\epsilon}]^{-1}, \quad (36)$$

$$\sin \psi_1^e = \sin \psi_1 \sqrt{\epsilon/\epsilon_e},$$

где $t_j = -(\Delta k_j \cos \psi_0/|\delta|)$, $j = 1, 2$.

Проиллюстрируем, например, вывод выражения (3a) для амплитуды E_0^e поля излучения в черенковский конус, т. е. решим граничную задачу на выходной поверхности (вылет частицы из среды в вакуум). Поле в кристалле запишем следующим образом:

$$E_{kp}(r) = E_0 \pi_0 \exp(i\mathbf{k}_0 r) + E_\tau \pi_\tau \exp(i\mathbf{k}_\tau r) + \quad (4a)$$

$$+ \epsilon_2 \left[\pi_0 \exp(i\mathbf{k}_{02} r) - \frac{t_2 |\delta|}{\delta} \pi_\tau \exp(i\mathbf{k}_{\tau 2} r) \right] + E'_0 \exp(i\mathbf{k}'_0 r),$$

где E_0 , E_τ — решения неоднородной системы (1), второе слагаемое в (4а) описывает затухающую в направлении от выходной поверхности ($-z$) собственную волну ($j=2$), а последнее слагаемое — плоскую волну, обусловленную диэлектрическим отражением от выходной границы. Поле во внешней среде за кристаллом представим в виде

$$E^e(r) = E_0^e \exp(i\kappa_e r) + E_2^e \exp(i\kappa_{2e} r), \quad (4б)$$

$$\kappa_{0x} = k_{0x}, \quad \kappa_{2ex} = k_{\tau x}, \quad \kappa_{2e} = (\omega/c)\sqrt{\epsilon_e} = \kappa_e.$$

Приравнивая тангенциальные составляющие электрического и магнитного полей на выходной границе, получим систему четвертого порядка относительно неизвестных E_0^e , E_2^e , ξ_2 , E'_0 , откуда получаем (3а) и $E_2^e = 0$.

Анализ неоднородной системы (1) показывает, что ее решения E_0 , E_τ (описывающие поле заряженной частицы в периодической среде) резко возрастают для тех направлений волновых векторов \mathbf{k}_0 , \mathbf{k}_τ (при фиксированной частоте ω), которые одновременно удовлетворяют дисперсионному уравнению $(1 - k_0^2/\kappa^2)(1 - k_\tau^2/\kappa^2) - \delta^2 = 0$ и условию $\omega = -k_0 v$, т. е. определяются сечениями дисперсионных поверхностей плоскостью $\omega = k_0 v$ [9]. Такие сечения (кривые, описывающие зависимость полярного угла ψ от азимутального φ волнового вектора \mathbf{k}_0 в максимуме излучения) приведены на рис. 2а (b>0) и 2б (b<0) в координатах $v \infty (\Delta\varphi)^2$, $t \in \psi - \psi_0$.

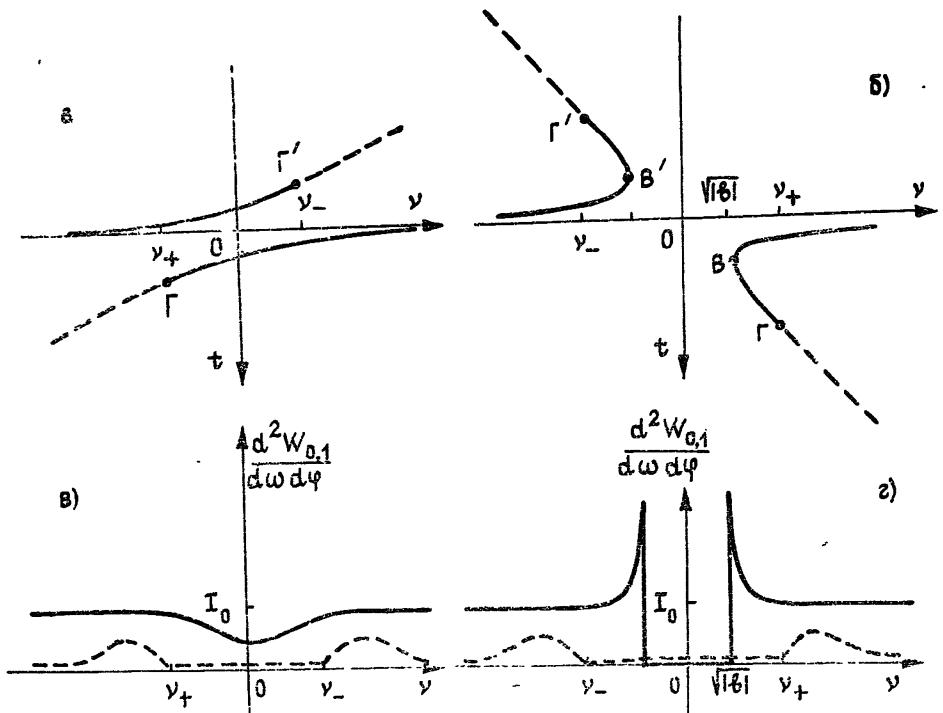


Рис. 2.

Что же касается амплитуд поля излучения вне кристалла, то амплитуда E_0^e излучения в черенковский конус, как следует из (3а), возрастает только для сплошной ветви сечения дисперсионной поверхности (рис. 2а, 2б), а амплитуда E_2^e излучения в дифракционный конус возрастает только для пунктирной ветви (рис. 2а, 2б).

Интегрируя квадраты амплитуд (3) по φ , вычисляем дифференциальные по азимуту спектральные плотности излучения в черенковский конус $d^2W_0/d\omega d\varphi$ (на выходной поверхности) и дифракционный

конус $d^2W_1/d\omega d\varphi$ (на входной поверхности). Поскольку $d^2W_{0,1}/d\omega d\varphi$ являются четными функциями ν , приведем их зависимости для $\nu > \sqrt{|b|} > \sqrt{b_r}$ ($b < 0$):

$$\frac{d^2W_{0,1}}{d\omega d\varphi} = I_{0,1} (\omega_{0,1}^+ + \omega_{0,1}^-), \quad I_0 = \frac{e^2 \omega}{2\pi c^2} (1 - c^2/v^2 \varepsilon) L * (\psi_0) T (\psi_0), \quad (5)$$

$$I_1 = I_0 (\psi_1),$$

где

$$\begin{aligned} \omega_0^+ &= \frac{|b| [b_r - (\nu + \sqrt{\nu^2 + b})^2]^2}{2[\nu(1 - b) - (1 + b)\sqrt{\nu^2 + b}] (\nu + \sqrt{\nu^2 + b})^2 \sqrt{\nu^2 + b}}, \quad \omega_1^- = 0, \\ \omega_0^- &= \begin{cases} -\omega_0^+ (-\nu), & \sqrt{|b|} < \nu < \nu_+ = (b_r - b)/2\sqrt{b_r}, \\ 0, & \nu \geq \nu_+ \end{cases}, \\ \omega_1^+ &= \begin{cases} \frac{|b| [b_r - (\nu - \sqrt{\nu^2 + b})^2]^2 / 2b_r^2}{[\nu(1 - b) + (1 + b)\sqrt{\nu^2 + b}] \sqrt{\nu^2 + b}}, & \nu \geq \nu_+, \\ 0 & \nu \leq \nu_+ \end{cases}, \end{aligned}$$

$T(\psi_0)$ — коэффициент прохождения излучения через границу под углом ψ_0 .

Подведем некоторые итоги. Анализ спектрально-углового распределения излучения Вавилова — Черенкова в условиях его дифракции на пространственно-периодической структуре в геометрии Брегга показывает существование таких интервалов $|\nu| \ll \nu_+$ частоты (азимута), в которых дифференциальная по азимуту спектральная плотность излучения $d^2W_1/d\omega d\varphi$ в дифракционный конус обращается в нуль (в частности, оказываются подавленными известные корневые особенности [7—9], см. пунктирные кривые на рис. 2в, г). Интересно отметить, что в указанном интервале значений ν вектор Пойнтинга S собственной волны (усредненный по времени и периоду $d = 2\pi/\tau$) перпендикулярен дисперсионной поверхности (рис. 1) и по отношению к входной поверхности направлен в глубь кристалла. Однако интенсивность излучения в черенковский конус $d^2W_0/d\omega d\varphi$ на выходной поверхности в общем случае отлична от нуля (см. сплошные кривые на рис. 2в, г), при этом вектор Пойнтинга S (по отношению к выходной поверхности) для сплошной вставки дисперсионной поверхности всегда направлен из кристалла. При изменении ориентации границ образца по отношению к кристаллу (изменении угла β) обсуждаемый интервал значений ν может быть значительноужен (или расширен). В частности, при $b_r > |b|$ запрещенный для излучения интервал частот (азимутов), обусловленный ориентацией поверхности, отсутствует для излучения на входной поверхности, но возникает для излучения на выходной поверхности.

Полезно отметить, что на нижней частотной границе $\omega_e^- = \omega_B(\pi) [1 - |\delta| \sqrt{|b|} / 2 \cos^2(\beta - \psi_0)]$ запрещенной для излучения зоны [7—9, 11] в выражениях (5) появляется неинтегрируемая по азимуту особенность ($\nu'' \ll |\delta|$): $d^2W/d\omega d\varphi \propto I_0 / |\Delta\varphi|$. Возрастание спектральной плотности на указанной частоте связано с тем, что ветвь дисперсионной поверхности с азимутом $\Delta\varphi < 0$ касается симметричной ей ветви с азимутом $\Delta\varphi > 0$ в точке B' (рис. 2б). Причем точка B' оказывается в плоскости дифракционного отражения $\Delta\varphi = 0$.

Обратимся далее к интересному случаю аксиально-симметричной задачи, когда поверхность образца ориентирована параллельно слоям структуры ($\nu \parallel \tau$). Поскольку тангенциальные составляющие всех волновых векторов в такой геометрии оказываются совпадающими, то диэлектрически отраженная волна E'_0 в (4а) должна совпадать с собственной волной ($\infty \xi_2$). Поэтому при анализе граничной задачи получаем систему второго порядка относительно E'_0 , ξ_2 , откуда интегриро-

ванием по ϕ приходим к следующим выражениям для спектральных плотностей излучения:

$$\frac{dW_0}{d\omega} = 2\pi I_0 v^2 (v^2 + 1)^{-1} (1 + f^2 + 2f \cos \tau z)^{-1}, \quad (6a)$$

$$f = r |\delta| / \delta (|v| + \sqrt{v^2 + 1});$$

$$\frac{dW_1}{d\omega} = 2\pi I_0 v^2 (v^2 + 1)^{-1} (|v| + \sqrt{v^2 + 1})^{-1} (1 + f^2 - 2f \cos \tau z)^{-1}, \quad (6b)$$

где $r = (\sqrt{\epsilon_e} \cos \psi_0 - \sqrt{\epsilon} \cos \psi_0) (\sqrt{\epsilon_e} \cos \psi_0 + \sqrt{\epsilon} \cos \psi_0)^{-1}$, $v = 2 \frac{\omega - \omega_B}{\omega_B, \delta} \times$
 $\times \cos^2 \psi_0$, $\omega_B = \frac{c\tau}{2\sqrt{\epsilon \cos \psi_0}}$, $\pm z$ — координаты входной (выходной) по-
верхности образца.

Спектральная плотность излучения в дифракционный конус при значительном отклонении частоты ω от ω_B ($|v| \gg 1$) быстро спадает до значений $\sim e^2 \delta^2 / c \epsilon''$, соответствующих структурному излучению Вавилова — Черенкова [10], а (6а) переходит в известное выражение [2, 3] для спектральной плотности излучения Вавилова — Черенкова из толстой одиородной пластинки: $dW_0/d\omega = 2\pi I_0 (\sim e^2/c \epsilon'')$. Поскольку поглощение предполагается слабым ($\epsilon'' \ll |\delta|$), то спектральная плотность излучения (6а) (или (6б)) ($\sim e^2/c \epsilon''$) аналогично [2, 3] значительно превосходит спектральную плотность переходного излучения ($\sim e^2/c$).

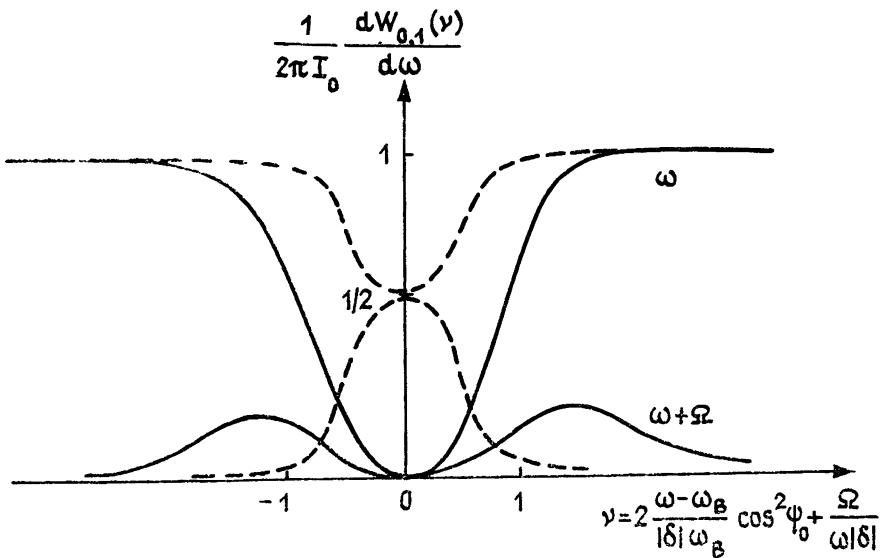


Рис. 3.

Существенно также то, что условие черенковского излучения во внешней одиородной среде (в частности, в вакууме) не выполнено ($\epsilon_e < (c/v)^2$). Таким образом, выражения (5), (6) описывают спектральные распределения излучения Вавилова — Черенкова из полубесконечной периодической структуры как с учетом переходного излучения, так и с учетом диэлектрического отражения на границе.

Укажем, что если угол раствора конуса ψ_0 равен углу Брюстера ($r=0$), то диэлектрическое отражение от границ отсутствует, а вместе с ним исчезает и зависимость спектральных плотностей излучения (6) от значения диэлектрической проницаемости на поверхностях образца

(координаты $\pm z$). Для этого случая зависимости $dW_{0,1}/d\omega$ приведены на рис. 3. Для сравнения на том же рисунке приведены зависимости $dW_{0,1}/d\omega$ для непоглощающего образца (пунктирные кривые, $L^* \rightarrow L$, $\varepsilon_e = \varepsilon$, при этом излучение Вавилова — Черенкова во внешней среде предполагалось отсутствующим [11]). Из их сравнения следует, что в поглощающем образце диссипация наиболее значительна на брэгговской частоте ω_B . Напомним в связи с этим, что именно вблизи брэгговской частоты ω_B (для направлений излучения под углом ϕ_0 к траектории частицы) вектор Пойнтинга S направлен в глубь образца. Интегрируя (66) по частоте, приходим к следующему выражению для интегральной интенсивности излучения в дифракционный конус (усредненной по координате z входной поверхности):

$$W_1 = \frac{\pi I_0 \omega_B |\delta|}{\cos^2 \phi_0} \left\{ \frac{\pi}{1+r^2} - \frac{1}{r^2} + \frac{(1-r^2)^2}{2r^3(1+r^2)^2} \ln \frac{1+r}{1-r} \right\}.$$

Что же касается дифракции излучения Вавилова — Черенкова на движущейся звуковой решетке, то в такой ситуации, как хорошо известно, частота дифрагированной волны k_z в (4а) сдвигается на частоту звука Ω (увеличивается, если $k_0 \tau > \pi/2$). При этом диэлектрически отраженная от выходной границы волна испытывает дифракционное отражение с понижением частоты, поскольку направление ее волнового вектора k'_0 составляет острый угол с направлением распространения звука τ . В результате для излучения имеем бесконечный спектр гармоник с изменением частоты:

$$\omega + n\Omega = \omega_n.$$

В случае $r=0$ после интегрирования для гармоник наибольшей амплитуды ($n=0$ на выходной поверхности, $n=+1$ на входной) приходим к выражениям (6а), (6б), где $r=0$, $v \rightarrow v + \Omega/|\delta| \omega$ (рис. 3).

Заканчивая рассмотрение задачи об излучении в геометрии Брэгга, укажем частоту максимума спектрального распределения (6б) в дифракционный конус $\omega_m = \omega_\infty (1 - \gamma^{-2}/2)$, где $\omega_\infty = (c\pi/d)(1+v_\infty|\delta|\varepsilon/2)$, а v_∞ (с точностью до членов более высокого порядка по γ^{-2} и δ) не зависит от лоренц-фактора частицы γ ($v_\infty = \text{const}$). В частности, для излучения под углом Брюстера ($r=0$) величина $v_\infty = \sqrt{(\sqrt{17}-1)/2}$. Таким образом, отклонение ω_m от ω_∞ пропорционально квадрату массы частицы (при фиксированной энергии частицы). Поскольку обсуждаемый максимум спектрального распределения (6б) оказывается довольно узким $\Delta\omega/\omega \sim \delta$, то для частиц не слишком больших энергий ($\gamma^{-2} \gg |\delta|$) максимумы ω_m спектрального распределения (6б) (для частиц одинаковой энергии, но разной массы) не перекрываются, что указывает на возможность различия таких частиц по массам. Для частиц большей энергии спектральное разрешение $\Delta\omega/\omega$ должно быть лучше, чем γ^{-2} . Основное достоинство обсуждаемого метода состоит в том, что интегральная по двум углам характеристика излучения, а именно спектральная плотность излучения в дифракционный конус, имеет резко выраженный максимум в частотной зависимости, положение которого зависит от скорости частицы (а значит, и от лоренц-фактора частицы).

Излучение Вавилова — Черенкова в условиях дифракции в геометрии Лауз. Рассмотрим далее такую ориентацию границ образца и направления периодичности диэлектрических свойств кристалла, при которой излучения в черенковский и дифракционный конусы выходят через одну и ту же поверхность образца (геометрия Лауз, рис. 4). Будем по-прежнему предполагать толщину образца значительно превышающей длину поглощения $L^* = c\sqrt{\varepsilon} \sin(\beta \pm \phi_0)/\omega e'' \sin \beta$. Поле в кристалле в таком случае может быть представлено в виде суммы решений неоднородной системы (1) и суперпозиции двух затухающих в направ-

лении от границы ($-x$) собственных волн, определяемых решениями однородной системы (1), волновые векторы которых $\vec{k}_0^r, \vec{k}_\tau^r$ изображены на рис. 4. Полезно отметить, что вектор Пойнтинга S_r для них направлен в глубь образца. Опуская далее подробности решения граничной задачи, которые детально рассмотрены выше на примере геометрии Брегга, приведем выражения для дифференциальных по азимуту спектральных плотностей излучения в дифракционный конус (длина дифракционной экстинкции предполагается сравнимой с длиной поглощения, $\lambda/\epsilon'' \sim \lambda/|\delta|$):

$$\frac{d^2 W_1}{d\omega d\varphi} = I_0 (-b) \frac{(\epsilon''/\epsilon)^2 \delta^2 \sqrt{(r-x)/2}}{r[r-x-(1+b)^2(\epsilon''/\epsilon)^2/2]}, \quad b = \frac{\sin(\psi_0 - 2\beta)}{\sin \psi_0} < 0, \\ x = v^2 + b[(\epsilon''/\epsilon)^2 + \delta^2] - (\epsilon''/\epsilon)^2(1+b)^2/4, \quad (7a)$$

$$r = [\dot{x}^2 + (\epsilon''/\epsilon)^2(1-b)^2v^2]^{1/2}, \quad \varphi \rightarrow \pi;$$

$$\frac{d^2 W_1}{d\omega d\varphi} = I_0 \frac{\delta^2(b+1)/4}{4v^2 + (1+b)^2((\epsilon''/\epsilon)^2 + \delta^2)}, \quad b = \frac{\sin(\psi_0 \pm 2\beta)}{\sin \psi_0} > 0, \quad (7b)$$

$$v = 2 \frac{\omega - \omega_B}{\omega_B} \cos^2(\beta \pm \psi_0) \pm (\Delta\varphi)^2 \sin \psi_0 \sin \beta \cos(\beta \pm \psi_0),$$

$$\omega_B = c\tau/2\sqrt{\epsilon} \cos(\beta \pm \psi_0),$$

где $I_0 = e^2 \omega (1 - c^2/v^2 \epsilon) L^* T / 2\pi c^2$, $\delta = -(\Delta\epsilon/2\epsilon) \cos 2(\beta \pm \psi_0)$.

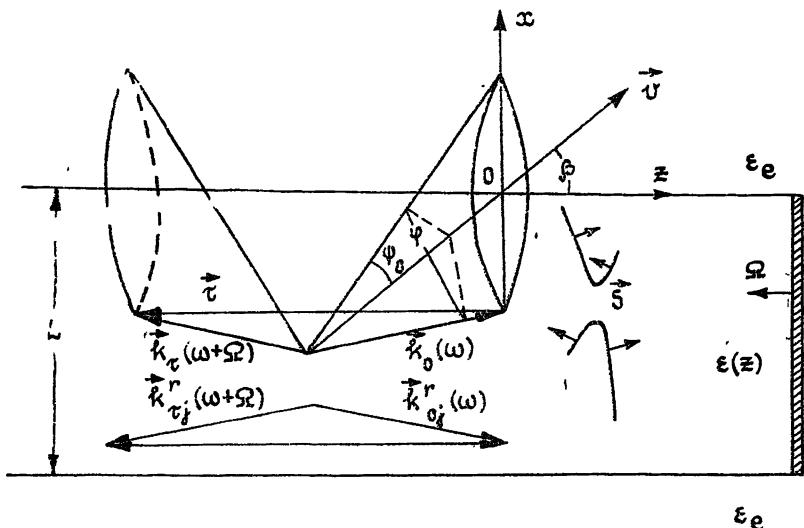


Рис. 4.

Наиболее значительное отличие спектрально-углового распределения излучения в геометрии Лауз (от рассмотренного выше в первой части спектрально-углового распределения при дифракции в геометрии Брегга) состоит в том, что отсутствуют запрещенные для излучения ветви дисперсионной поверхности. Интересно в связи с этим отметить, что вектор Пойнтинга S_r в любой точке дисперсионной поверхности направлен из образца (для направлений излучения под углом ψ_0 к траектории частицы).

Что же касается запрещенных для излучения зон [6-9, 11] (см. интервал значений v между точками B и B' на рис. 2б), то она проявляется только при малом поглощении $\epsilon'' \ll |\delta|$. Действительно, из

общих выражений (7а) для $v=0$ находим $d^2W/d\omega d\varphi \sim I_0 L_{\text{ext}}/L^*$, а для $v=\pm|\delta|V/b$ имеем $d^2W/d\omega d\varphi \sim I_0 V L^*/L_{\text{ext}}$. «Размытие» запрещенной зоны и особенностей на ее границах связано с тем, что при $L^* \sim L_{\text{ext}}$ сечения дисперсионных поверхностей плоскостью $\omega = k_0 v$ (рис. 2а, б) уже не определяют направления испускания излучения Вавилова — Чиренкова, поскольку угловая ширина максимумов амплитуд поля $\Delta\psi \sim \epsilon''$ оказывается одного порядка угловых интервалов области дифракционного отражения (запрещенной зоны, $\Delta\psi \sim \delta$).

Интегрированием (7б) вычисляем спектральную плотность излучения в дифракционный конус:

$$\frac{dW_1}{d\omega} = I_0 \frac{\pi(b+1)\delta^2}{4\delta_1} \left[\frac{\mp v + \sqrt{v^2 + \delta_1^2}}{2(v^2 + \delta_1^2) \sin \psi_0 \sin \beta \cos(\beta \mp \psi_0)} \right]^{1/2}, \quad (8)$$

где $v=v(\Delta\varphi=0)$, $\delta_1=(1+b)[\delta^2+(\epsilon''/\epsilon)^2]^{1/2}/2$. Основные особенности спектрального распределения излучения в черенковский и дифракционный конусы $dW_{0,1}/d\omega$ качественно иллюстрируются на рис. 5. Возрастание $dW_1/d\omega$ на частотах $\omega_B(0)$, $\omega_B(\pi)$ обусловлено тем, что одна и та же частота здесь излучается в интервале углов $\Delta\varphi \sim V/\delta$. При отклонении частоты, например, от $\omega_B(0)$ ($\omega < \omega_B(0)$) спектральная плотность излучения в дифракционный конус (8), изменяясь по закону $\sim I_0 |\delta| |v|^{-1/2}$, спадает до значений $\sim I_0 |\delta|$. Напротив, для $\omega > \omega_B(0)$ закон спадания $dW_1/d\omega$ (до значений $\sim I_0 \delta^2$) более быстрый: $dW_1/d\omega \sim I_0 \delta^2 |v|^{-3/2}$.

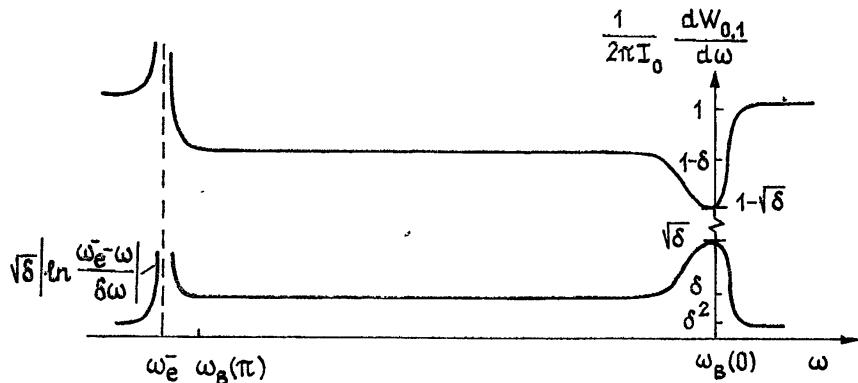


Рис. 5.

Обратимся далее к случаю, когда частица движется под малым углом к плоскости слоев среды ($\beta \approx \pi/2$). В такой геометрии направление волнового вектора $k_0(\varphi=0)$ излучения в черенковский конус оказывается близким к направлению $k_0^*(\varphi=\pi)$ излучения в дифракционный конус (обусловленному дифракционным рассеянием излучения в черенковский конус с азимутом $\varphi=\pi$). Вместо выражений (7) теперь имеем следующие (поглощение далее считается слабым, $\epsilon'' \ll |\delta|$):

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W_0}{d\omega d\varphi} &= I_0 \left[\frac{v^2 - \delta^2/2}{|v| \sqrt{v^2 - \delta^2}} + \frac{\delta^2/2}{|v - q| \sqrt{(v - q)^2 - \delta^2}} \right], \\ v &= 2 \sin^2 \psi_0 \left[\frac{\omega - \omega_B}{\omega_B} - \frac{(\Delta\varphi)^2}{2} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{d^2 W_1}{d\omega d\varphi} = I_0 \left[\frac{(v - q)^2 - \delta^2/2}{|v - q| \sqrt{(v - q)^2 - \delta^2}} + \frac{\delta^2/2}{|v| \sqrt{v^2 - \delta^2}} \right], \quad q = -2(\tau v)c^2/\omega v^2.$$

Физический смысл условия $|q| \gg \varepsilon''$, при выполнении которого справедливы выражения (9), состоит в том, что частица, пройдя расстояние порядка длины поглощения L^* , многократно оказывается как в максимуме, так и в минимуме диэлектрической проницаемости. При этом угловой интервал $\Delta\phi \sim q$ между черенковским и дифракционным конусами значительно превышает угловую ширину максимумов амплитуд поля $\Delta\phi \sim \varepsilon''$, так что при вычислении интеграла по полярному углу ϕ складываются интенсивности волн излучения в черенковский конус (первое слагаемое в (9)) и в дифракционный конус (второе слагаемое в (9)). Зависимости (9) иллюстрируются на рис. 6а, бб для $q > 0$, где азимутальные границы $\Delta\phi_{\pm}$ запрещенной зоны определяются из условия $v = \pm |\delta|$, а $\Delta\phi_{\pm}^* = [(\Delta\phi_{\pm})^2 - q/\sin^2 \psi_0]^{1/2}$. При изменении направления движения частицы величина q может сменить знак ($q < 0$), так что граничные значения $\Delta\phi_{\pm}^*$ будут в таком случае превышать $\Delta\phi_{\pm}$.

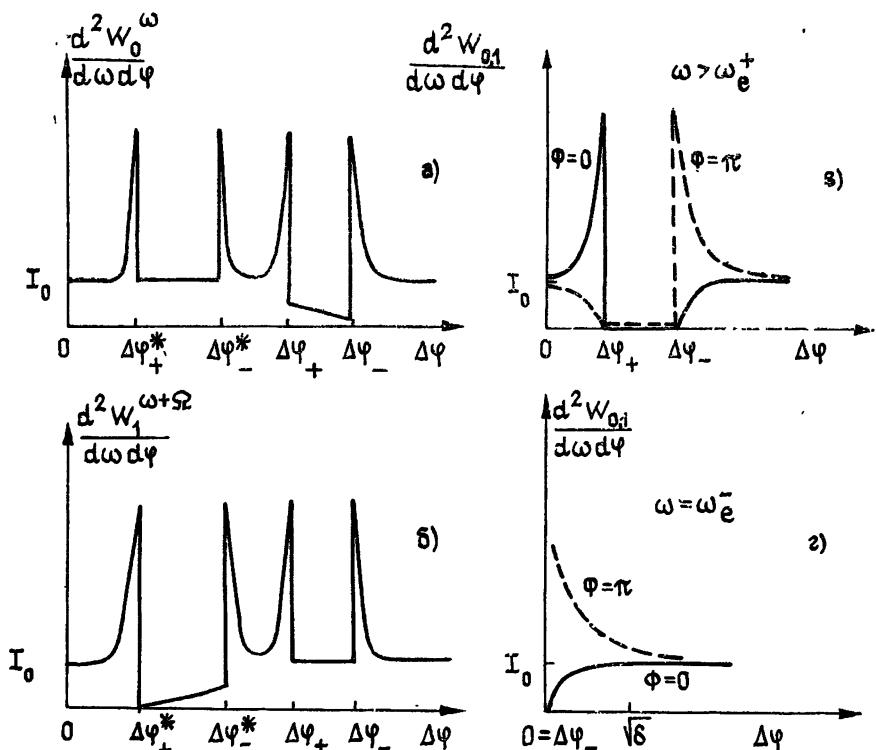


Рис. 6.

В случае же движения частицы в плоскости фиксированной фазы Φ диэлектрической проницаемости направления излучения в черенковский конус совпадают с направлениями излучения в дифракционный конус ($k_0 = k_0^*, k_\tau = k_\tau^*$), так что в максимумах излучения складываются амплитуды волн $E_{0,\tau}$, $E_{0,\tau}^*$. Поэтому вместо выражений (9) получаем следующие:

$$\frac{d^2 W_0}{d\omega d\phi} = \frac{d^2 W_1}{d\omega d\phi} = I_0 \frac{|v + \delta \cos \Phi|}{\sqrt{v^2 - \delta^2}}. \quad (10)$$

Как следует из (1), (10), на нижней частотной границе $\omega_e^- = \omega_B (1 - \delta/2 \sin^2 \psi_0)$ ($v = -\delta < 0$) запрещенной зоны (при движении частицы в плоскости минимума $\varepsilon(r)$, $\Phi = \pi$) амплитуды $E_{0,\tau}$ и $E_{0,\tau}^*$ складываются, $d^2 W/d\omega d\phi \rightarrow \infty$, а при движении в плоскости максимума ($\Phi = 0$) вычитаются, $d^2 W/d\omega d\phi \rightarrow 0$. Азимутальная зависимость (10) для $\omega > \omega_e^+$ иллюстрируется на рис. 6в. При уменьшении частоты

вначале в нуль обращается $\Delta\phi_+$, а затем и $\Delta\phi_-$ (рис. 6г, $\omega = \omega_e^-$). Укажем, что для рассматриваемой частоты ω_e^- как раз и реализуется особенность $d^2W/d\omega d\phi \propto I_0 / |\Delta\phi|$. Вычитая из (10) величину I_0 (определенную интенсивность излучения вне дифракции, $|v| \gg |\delta|$), после интегрирования по $\Delta\phi$ ($\Phi = \pi$) приходим к следующим соотношениям, ограничивающим возрастание $d\Delta W/d\omega$ спектральной плотности излучения при $\omega \rightarrow \omega_e^-$:

$$\frac{I_0 \sqrt{|\delta|}}{\sqrt{2} \sin \psi_0} \ln \frac{2 |\delta| \omega_e^-}{\omega_e^- - \omega} \leq \frac{d\Delta W}{d\omega} \leq \frac{2I_0 \sqrt{2 |\delta|}}{\sin \psi_0} \ln \frac{4 |\delta| \omega_e^-}{\omega_e^- - \omega}. \quad (11)$$

В общем же случае появляется дополнительный множитель, зависящий от фазы Φ . В частности, при движении частицы в плоскости максимума (r) ($\Phi = 0$) особенность на частоте ω_e^- отсутствует, причем $dW/d\omega$ меньше спектральной плотности черенковского излучения ($dW/d\omega = 2\pi I_0$) в однородной среде с показателем преломления $\sqrt{\epsilon}$ на величину $\sim \sqrt{\delta} I_0$ (сплошная кривая на рис. 6г).

Подводя итог, отметим, что малое отклонение направления скорости частицы от плоскости слоя периодической среды, где спектрально-угловое распределение излучения Вавилова — Черенкова описывается выражением (10) (рис. 6в, г), приводит к качественному изменению зависимостей $d^2W/d\omega d\phi$, которые в таком случае описываются выражениями (9) (рис. 6а, б).

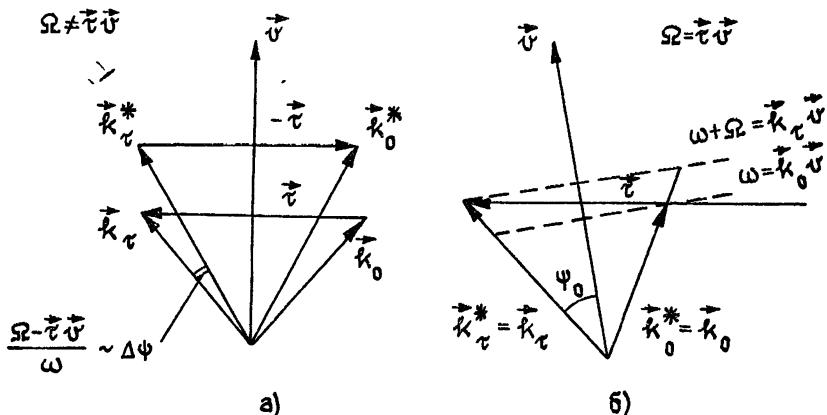


Рис. 7.

Полученные выше выражения (8) — (11) остаются справедливыми также и при дифракции на звуке в оптически изотропном образце с учетом следующих замен: $v \rightarrow v + \Omega/\omega$, $q = 2(\Omega - \tau v)c^2/\omega\epsilon v^2$. Условие обращения величины q в нуль при дифракции на звуке принимает следующий вид: $\Omega = \tau v$ или (см. также рис. 7а, б)

$$\cos \theta_{\text{зв}} = v_{\text{зв}}/v. \quad (12)$$

Это означает, что частица, двигаясь практически перпендикулярно направлению распространения звука, все время остается в плоскости фиксированной фазы волны диэлектрической проницаемости, т. е. фазы звука. Поскольку при дифракции на звуке в твердых телах типичные значения $\delta \leq 10^{-5}$, то изменения спектральной плотности излучения в зависимости от пространственного положения траектории частицы не превышают одного процента. В связи с этим на эксперименте целесообразно измерять спектральную плотность излучения в интервале углов $\Delta\phi \sim \sqrt{\delta}$, отнесенную к величине самого интервала $\Delta\phi$ (в отсутствие

звук (1/|Δφ|) $d\dot{W}(\Delta\phi)/d\omega = I_0$). Указанная характеристика для частот, близких к ω_e^- , превышает I_0 в несколько раз. В средах с немалыми значениями δ, например холостерических жидких кристаллах [9], интервал Δφ может достигать 10—15 градусов. Разумеется, спектральное разрешение должно быть лучше δ. В противном случае будет измерена величина, близкая к I_0 . Таким образом, спектральная плотность излучения вблизи ω_e^- может превышать спектральную плотность излучения Вавилова—Черенкова в однородных средах с показателем преломления γε.

Подчеркнем некоторые возможные для экспериментального изучения вопросы. Перспективной представляется аксиально-симметричная геометрия движения частицы перпендикулярно слоям, для которой спектральная плотность излучения в дифракционный конус сравнивается с значениями спектральной плотности излучения Вавилова—Черенкова в однородных средах, что может представлять интерес для разделения частиц по массам. В толстом образце $dW_1/d\omega \sim e^2\omega L/c^2$ будет превышать спектральную плотность (неизбежно присутствующего в эксперименте) переходного излучения $dW_1/d\omega \sim e^2/c$.

При движении частицы под углом может быть реализовано возрастание спектральной плотности на нижней частотной границе ω_e^- (угловое разрешение детектора излучения по азимуту Δφ должно быть порядка $\sqrt{\delta}$). Выполнение условия $\Omega = \tau v$ может быть установлено по анализу зависимостей $d^2W/d\omega d\phi$. Таким образом, например с помощью малого изменения направления распространения звука может быть зафиксирована малая поперечная составляющая скорости частицы.

Автор благодарен В. А. Белякову за обсуждение работы, а также Б. М. Болотовскому и Е. И. Кацу за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

- Зрелов В. П. Излучение Вавилова—Черенкова и его применение в физике высоких энергий.—М.: Атомиздат, 1968.
- Гарифян Г. М., Ян Ши. Рентгеновское переходное излучение.—Ереван: АН АрмССР, 1983.
- Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние.—М.: Наука, 1984.
- Болотовский Б. М., Чуховский Ф. Н.—ЖЭТФ, 1968, 55, с. 2011.
- Casey K. F., Yen C., Karigelian Z.—Phys. Rev. B, 1965, 140, p. 768.
- Федоров В. В., Смирнов А. И.—ЖЭТФ, 1979, 76, с. 866.
- Кац Е. И.—ЖЭТФ, 1971, 61, с. 1686.
- Беляков В. А., Дмитренко В. Е., Орлов В. П.—Письма в ЖТФ, 1975, 1, с. 978.
- Шипов Н. В.—ЖЭТФ, 1984, 86, с. 2075.
- Велуаков В. А., Оглов В. Р.—Phys. Lett. A, 1972, 42, p. 3.
- Шипов Н. В., Беляков В. А.—ЖЭТФ, 1978, 75, с. 1589.

Всесоюзный научно-исследовательский центр
по изучению свойств поверхности
и вакуума

Поступила в редакцию
15 июля 1985 г.,
после доработки
3 июня 1986 г.

ON THE DIFFRACTION OF CERENKOV RADIATION BY SOUND IN SOLIDS

N. V. Shipov

The logarithmic singularity of spectral density of Cerenkov radiation under diffraction by sound in solids and its dependence on particle trajectory are found and theoretically investigated. The magnitude of the spectral density of the diffraction radiation is seemed to be very sensitive to the velocity of the particle. One may use that fact to distinguish the fast particles with different masses. It is shown that the intensity of radiation at the Bragg frequency for the Cerenkov cone is equal to zero but it is not equal to zero for the diffraction cone at the same frequency.