ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXX, № 4 РАДИОФИЗИКА 1987.

УДК 621.378.325

К ПРОБЛЕМЕ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ВОЛНОВЫМ ФРОНТОМ СВЕТОВОГО ПУЧКА ПО ОТРАЖЕННОМУ СИГНАЛУ

В. А. Трофимов

Анализируется проблема адаптивного управления волновым фронтом пучка по отраженному от приемника сигналу с целью компенсации тепловой и керровской дефокусировки. Предложены алгоритмы управления фокусировкой и наклоном волнового фронта как при наличии ограничений на профиль зеркала, так и без них, а также в случае динамического управления. Выявлены причины возникновения осциллирующих режимов адаптивного управления апертурного зондирования и фазового сопряжения и предложены возможные способы их устранения. Обсуждается эффективность оптимизации фокусировки и наклона гауссовых и профилированных световых пучков. Отмечено, что для компенсации нелинейных искажений профилированных пучков требуются системы с меньшими степенями свободы, чем для гауссовых пучков.

В последние годы все большее внимание исследователей привлекает проблема компенсации нелинейных искажений оптического излучения [1–6]. Как правило, в задачах адаптивного управления параметрами светового пучка используют алгоритмы экстремального управления, минимизируя (или максимизируя) выбранный критерий качества J, который характеризует распределение мощности пучка в заданном сечении нелинейной среды на перемещающейся, в общем случае, приемной апертуре (критерии качества записаны в [7]). Среди них наибольшее применение для данного круга задач получил градиентный метод (и различные его модификации) [2], в котором очередное значение оптимизируемого параметра определяется производной функционала J по этому параметру и константой управления γ. Важно подчеркнуть, что для организации адаптивного процесса оптимизации в задачах апертурного зондирования необходима информация о производной функционала. При этом следует иметь в виду, что в целом ряде случаев производную функционала необходимо заменить ее разностным аналогом. Данная ситуация реализуется, если на двух последовательных итерациях происходит значительное изменение как оптимизируемых параметров, так и значений критерия качества. Математически же это означает, что нельзя выделить главную линейную часть приращения функционала относительно приращения управляемого параметра (см. [8]). В связи с этим весьма актуальной является разработка алгоритмов управления, использующих информацию о значении критерия качества для вычисления разностного аналога производной функционала.

В настоящей работе, в отличие от предыдущих, предложены потенциально сходящиеся алгоритмы апертурного зондирования, основанные только на информации о критерии качества. С помощью упрощенных моделей исследованы их сходимость и устойчивость, быстродействие, а также степень достижимой компенсации. Проанализированы также некоторые особенности алгоритма фазового сопряжения и дано объяснение причины его расходимости, которая наблюдалась в целом ряде работ, например в [1, 9]. При этом основное внимание уделяется изучению влияния нелинейности процесса распространения на адаптивную отработку параметров пучка и степень достижимой компенсации. В ряде работ [10–13] было показано, что профилированные пучки могут испытывать значительно меньшее самовоздействие, чем гауссовы, и, следовательно, их целесообразно использовать в задачах транспортировки световой энергии. Поэтому часть работы посвящена анализу законов отработки оптимальных значений параметров этих пучков и других вопросов управления, от которых зависит эффективность оптимизации.

1. Постановка задачи и основные уравнения. Как известно, распространение оптического излучения в нелинейной среде описывается квазиоптическим уравнением, которое в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{\partial A}{\partial z}+i\Delta_\perp A+i\,\alpha\varepsilon_{\text{нл}}A=0 \tag{1}$$

с граничными условиями

$$A(z=0,x,y)=f(x,y)\,e^{iS(x,y)}/Q, \tag{2}$$

где A — нормированная на пиковое значение комплексная амплитуда пучка; z — координата, вдоль которой происходит распространение оптического излучения, нормированная на $2ka^2$; k — волновое число, a — начальная ширина пучка; $\Delta_\perp$ — поперечный оператор Лапласа; x, y — поперечные координаты, нормированные на a; α — превышение начальной мощности P_0 пучка над критической $P_{\text{кр}}$; $\varepsilon_{\text{нл}}$ — нелинейная добавка к диэлектрической проницаемости; f, S — начальные амплитудный профиль и волновой фронт пучка; Q — норма распределения f. При распространении гипергауссовых пучков f имеет вид

$$f(x,y)=f_{\Gamma}(x,y)=\exp\left(-x^m-y^m\right), \tag{3}$$

а для гипертрубчатых пучков —

$$f(x,y)=f_{\text{тр}}(x,y)=\left(x^{2m}+y^{2m}\right)f_{\Gamma}(x,y). \tag{4}$$

Использование алгоритмов экстремального управления предполагает следующую связь оптимизируемых параметров θ пучка со значением производной выбранного функционала:

$$\hat{L}\,\theta=\hat{\gamma}\,\mathrm{grad}_\theta J, \tag{5}$$

где $\hat{\gamma}$ — матрица констант управления, $\hat{L}$ — оператор, посредством которого определяются новые значения оптимизируемых параметров. Отметим, что его конкретный вид определяется передаточной функцией системы, а, как уже было отмечено выше, в ряде случаев градиент функционала необходимо заменить его разностным соотношением.

Следует иметь в виду, если управление параметрами оптического излучения происходит независимо друг от друга, то матрица $\hat{\gamma}$ имеет отличные от нуля только диагональные элементы. В этом случае достаточно выявить основные закономерности оптимизации одного параметра: режимы работы, условия устойчивости и сходимости, а также быстродействие. Поэтому ниже рассмотрим сначала оптимизацию фокусировки пучка и наклона его волнового фронта, которые оказывают наибольшее влияние на качество компенсации.

2. Управление фокусировкой и наклоном. Рассмотрим оптимизацию фокусировки θ оптического излучения, используя следующий итерационный процесс:

$$\theta_{N+1}+(1-\sigma)\theta_N+\sigma\theta_{N-1}-\gamma\left(J(\theta_N)-J(\theta_{N-1})\right)/(\theta_N-\theta_{N-1})=0. \tag{6}$$

Данный алгоритм отличается от ранее исследованных [13] алгоритмов как записью градиента, так и наличием параметра σ. Его природа может быть связана, например, с инерцией зеркала либо непосредственно обусловлена организованным процессом управления. В последнем случае, широко исследуемом в данной работе, величина σ выбирается из условий устойчивости и быстродействия, от которых зависит качество компенсации при динамическом управлении из-за изменения характеристик среды или приемника (например, его положения).

Отметим, что σ характеризует влияние скорости изменения оптимизируемого параметра на предыдущей итерации на скорость его изменения на данной итерации и, по существу, определяет демпфирование поступающего в адаптивную систему сигнала. Так, если сигнал отсутствует ($\gamma=0$), то система вернется к своему устойчивому состоянию. Таким образом, σ оказывает регулиризирующее воздействие.

А. Компенсация керровской дефокусировки. Как показал опыт предыдущих работ (например, [4, 14]), на первом этапе анализа работы адаптивных систем целесообразно использовать упрощенные модели, основанные на безаберрационном описании процесса распространения оптического излучения. В этом случае, воспользовавшись связью безразмерной ширины пучка $f(L)$ с начальной фокусировкой, получим из (6) следующий закон отработки θ при настройке по критерию минимума ширины пучка $J_а=f^2(L)=\int\limits_0^\infty |A|^2 r^3 dr$ в сечении приемника:

$$\theta_{N+1}=\theta_N(1-\sigma)+\sigma\theta_{N-1}-\gamma L^2(\theta_N+\theta_{N-1}-2/L)\,, \tag{7}$$

где $L=4z$. Из (7) следует, что оптимальное значение $\theta_{опт}=1/L$ не зависит от σ.

Если $\sigma=\gamma L^2$, то, сравнивая (7) с алгоритмами, приведенными в [14], можно сделать вывод, что управление фокусировкой в этом случае аналогично ее отработке при наличии информации о производной функционала и справедливы все ранее полученные в наших работах выводы. Другую возможность представляет управление по (7) с $\sigma=1$. Тогда существуют два возможных направления работы адаптивной системы:

$$\theta_N=c_1(-1)^N+c_2(1-\gamma L^2)^N+1/L\,, \tag{8}$$

или, несколько в иной записи,

$$\theta_N=c_1p_1^N+c_2p_2^N+1/L\,, \tag{8'}$$

где константы c_1, c_2 определяются начальной кривизной зеркала и скоростью его деформации. Следовательно, при возрастании N и выполнении условия

$$|1-\gamma L^2|<1 \tag{9}$$

второе слагаемое стремится к нулю и система реализует бистабильный режим: фокусировка принимает два значения $1/L\pm c_1$, но они соответствуют одному значению критерия качества. В результате этого ширина пучка в сечении L нелинейной среды увеличивается по сравнению со значением, достигаемым при $\theta_{опт}$, в следующее число раз:

$$\eta=(L\theta_{нач}-1)^2\,\frac{(1-\gamma L^2)^2}{(2-\gamma L^2)^2}\,, \tag{10}$$

$\theta_{нач}$ — начальная фокусировка зеркала. Следовательно, η тем меньше, чем ближе γL^2 к единице. Подчеркнем также, что константы управления, для которых имеет место сходимость второго слагаемого в (8), отличаются от полученных в [14] в два раза. Очевидно, бистабильность процесса можно устранить, если специальным образом задать начальную скорость зеркала, или выбрать θ_1 равным $(\theta_{нач}-1/L)(1-\gamma L^2)$. Назовем в этом случае процесс адаптации условно сходящимся. Таким образом, можно сделать вывод, что ошибка фокусировки связана с организацией адаптивного процесса и обусловлена недостаточной информацией об изменении значения критерия качества.

Для полноты анализа и выяснения преимуществ вышеисследованных алгоритмов следует также рассмотреть наиболее естественный, на первый взгляд, алгоритм с $\sigma=0$. Проводя несложные вычисления, получим, что для $0{,}2 < \gamma L^2 < 5{,}8$ имеет место колебательный режим отработки фокусировки

$$\theta_N = p^N((\theta_{\text{нач}} - 1/L)\cos\varphi N + (\theta_1 - \theta_{\text{нач}} + 1/L) \times \times \operatorname{ctg}\varphi \cdot \sin\varphi N) + 1/L, \tag{11}$$

если $\varphi \neq \pi m$, и

$$\theta_N = p^N(\theta_{\text{нач}} - 1/L)\cos\varphi N + 1/L, \tag{12}$$

если $\varphi = \pi m$. Здесь

$$\gamma L^2 \neq 1, \quad p = 2((1-\gamma L^2)^2 - 2\gamma L^2)^2, \quad \varphi = \frac{\sqrt{(1-\gamma L^2)^2 - 4\gamma L^2}}{1-\gamma L^2},$$

p, φ — модуль и аргумент корней p_1, p_2 характеристического уравнения для (7). Следовательно, адаптивная система отрабатывает оптимальную фокусировку, если $p < 1$.

Если значение γL^2 не принадлежит интервалу [0.2—5.8], то оба корня характеристического уравнения действительны. Однако один из них всегда больше единицы (обозначим его через p_2), и справедливо соотношение $p_1 p_2 = \gamma L^2/4$. В этом случае процесс адаптации будет сходящимся только при

$$\theta_1 = (\theta_{\text{нач}} - 1/L)p_1. \tag{13}$$

Таким образом, данный алгоритм также можно отнести к условно устойчивому. Следует также отметить, что для $\sigma = 1 - \gamma L^2$ оптимальное значение фокусировки достигается всегда, однако быстродействие адаптивной системы уменьшается в два раза.

Существенной трудностью при реализации данных алгоритмов является то обстоятельство, что при обнаружении расходимости процесса устранить ее уменьшением константы управления, как это делают обычно, нельзя. Для полного устранения необходимо специальным образом выбрать θ_1. Этого можно достичь, используя квазипериодический режим работы.

Анализ процесса отработки оптимальной фокусировки при настройке адаптивной системы по значению пиковой интенсивности $J_I = 1/f^2(L) = |A(z, 0)|^2$ в сечении L нелинейной среды показывает возможность реализации стохастических режимов [14]. При этом вблизи $\theta_{\text{опт}}$ имеют место вышеперечисленные закономерности, однако необходимо γL^2 заменить на

$$\gamma/(L^2(1+\alpha_{\text{нл}})^2), \quad \alpha_{\text{нл}} = \alpha/4.$$

В заключение приведем устойчивый при любых γ алгоритм управления фокусировкой

$$\theta_N = \theta_{N-1} - \gamma\frac{J(\theta_N) - J(\theta_{N-1})}{\theta_N - \theta_{N-1}}, \tag{14}$$

который при настройке системы по ширине пучка имеет вид

$$(1+\gamma L^2)\theta_N = (1-\gamma L^2)\theta_{N-1} + 2\gamma L. \tag{15}$$

Управление по (15) целесообразно использовать при численном моделировании адаптивных систем.

Б. Тонкий нелинейный слой. Аналогичные зависимости имеют место при компенсации дополнительной расходимости $\theta_{нл}$ оптического излучения при его прохождении тонкого нелинейного слоя. При этом необходимо в (7) $1/L$ заменить на $1/L+\theta_{нл}$. В случае распространения светового импульса дополнительная расходимость становится функцией итерации $\theta_{нл}(N)$ и качество ее отслеживания зависит от скорости ее изменения $\Delta_N\theta_{нл} = \sigma\theta_{нл}(N-1)+(1-\sigma)\theta_{нл}(N) - \theta_{нл}(N+1)$ на двух последовательных итерациях. Рассмотрим это более подробно.

Компенсация дополнительной расходимости при динамическом управлении происходит по закону

$$\bar\theta_{N+1} = \bar\theta_N(1-\sigma-\gamma L^2)+\bar\theta_{N-1}(\sigma-\gamma L^2)+\Delta_N\theta_{нл}. \tag{16}$$

Здесь $\bar\theta_N = \theta_N - \theta_{нл} - 1/L$ — отстройка фокусировки от ее оптимального значения. Отметим, что при $\sigma=\gamma L^2$ отработка оптимальной фокусировки аналогична проанализированному в [14] случаю компенсации $\theta_{нл}$ при наличии информации о производной критерия качества. Отличие состоит лишь в выражении для $\Delta_N\theta_{нл}$.

Если $\sigma=1$, то решение (16) имеет вид

$$\bar\theta_N = p_2^N\left((\theta_{нач} - 1/L) + \sum_{k=0}^{N}(-1)^k p_2^{-k}\sum_{m=0}^{k-1}(-1)^{m+1}\Delta_m\theta_{нл}\right) \tag{17}$$

при условии специального выбора начальной скорости деформации зеркала для подавления бистабильности. Наконец, для $\sigma = 1-\gamma L^2$ отработка фокусировки осуществляется по закону

$$\bar\theta_N = (1-2\gamma L^2)^{(N-1)/2}(\theta_{нач} - 1/L) + (1-2\gamma L^2)^{(N-1)/2}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{\Delta_k\,\theta_{нл}}{(1-2\gamma L^2)^{k/2}}. \tag{18}$$

Следовательно, быстродействие адаптивной системы уменьшается в два раза. Существенно, что из-за этого нескомпенсированная дополнительная расходимость оказывает более сильное влияние на предельно достижимое значение ширины пучка на приемнике.

В случае $\sigma=0$ настройка адаптивной системы по минимуму ширины пучка осуществляется более сложным образом. Соответствующий закон управления фокусировки можно получить из (16), используя результаты работы [15]. Однако ввиду громоздкости он здесь не приводится. Аналогичные зависимости имеют место для других критериев качества.

В случае прохождения пучком движущегося слоя возникает необходимость компенсации дополнительного наклона θ_α волнового фронта. Так как управление наклоном $\theta^{(x)}$ волнового фронта по критерию положения центра тяжести пучка относительно центра приемной апертуры аналогично отработке оптимальной фокусировки по критерию $J_а$, то остановимся только на анализе работы адаптивной системы по значению интенсивности в центре приемной апертуры. Проводя несложные преобразования, получим следующий закон управления:

$$\theta^{(x)}_{N+1} = (1-\sigma)\,\theta^{(x)}_N + \sigma\theta^{(x)}_{N-1} - \frac{\gamma L^2}{f^4(L)}\left(\theta^{(x)}_{N-1} + \theta^{(x)}_N - 2\theta_\alpha\right)\times \exp\left[-\frac{L^2(\theta^{(x)}_N - \theta_\alpha)^2}{f^2(L)}\right], \tag{19}$$

из которого следует, что при оптимальной фокусировке быстродействие адаптивной системы изменяется в $\exp[-(\theta^{(x)}_N-\theta_\alpha)^2/(1+\alpha_{нл})]/(L(1+\alpha_{нл}))^2$ раз. Поэтому целесообразно сначала проводить компенсацию центра тяжести пучка относительно приемника.

В. Световой импульс в толстом нелинейном слое. Компенсация нелинейной расходимости светового импульса в толстом нелинейном слое с целью достижения его минимальной ширины на приемнике происходит по закону

$$\theta_{N+1} = \theta_N(1-\sigma-\gamma L^2)+(\sigma-\gamma L^2)\theta_{N-1}+\gamma L^2(2/L - (\alpha_{нл}(N) - \\ - \alpha_{нл}(N-1))/(\theta_N - \theta_{N-1}) . \tag{20}$$

Из (20) следует важный для практики вывод: при приближении фокуса к положению приемника происходит «срыв» монотонного процесса отработки $\theta_{опт}$, а максимально возможная точность фокусировки определяется скоростью изменения нелинейной расходимости

$$\Delta_N\theta = L(\alpha_{нл}(N) - \alpha_{нл}(N-1))/2 \tag{21}$$

и связана непосредственно с быстродействием системы.

В случае выполнения (21) система станет отрабатывать значение $\theta=0$. Если $[\alpha_{нл}(N) - \alpha_{нл}(N-1)]/(\theta_N - \theta_{N-1})$ на каком-либо шаге имеет отрицательное значение, то адаптивная система фокусирует пучок до приемника на расстоянии, равном обратной величине данного отношения, а для противоположного неравенства — дальше сечения, в котором он находится. Поэтому после некоторого числа итераций процесс отработки фокусировки, по-видимому, будет бистабильным, если изменения $\alpha_{нл}(N)$ происходят с равной скоростью, и стохастичным, если изменения $\alpha_{нл}(N)$ происходят случайно, например, из-за турбулентности атмосферы. Отметим, что сформулированная выше особенность компенсации нестационарного самовоздействия не зависит от значения σ.

В случае настройки адаптивной системы по другим критериям качества, например по пиковой интенсивности или принимаемой мощности, качество фокусировки импульса определяется следующей величиной:

$$J_\theta = \frac{\alpha_{нл}(N) - \alpha_{нл}(N-1)}{(\theta_N - \theta_{N-1})[(1-L\theta_N)^2 + L^2(1+\alpha_{нл}(N))]^2} . \tag{22}$$

Поэтому вдали от оптимальной фокусировки нелинейная расходимость не оказывает существенного влияния на работу адаптивной системы. Вблизи же значения $\theta_{опт}$ влияние J_θ на процесс отработки фокусировки в зависимости от величины $L^4(1+\alpha_{нл}(N))^2$ может как усилиться, так и ослабеть.

3. Зеркала с ограничениями и динамическое управление. Для проблемы компенсации нелинейных искажений представляет большой интерес анализ адаптивного управления гибким зеркалом при наличии ограничения на его форму. Как было показано в [16], оно приводит к существенным изменениям процесса адаптации. Для краткого анализа этих особенностей рассмотрим управление (6) по критерию

$$J_\lambda = J+\lambda J_s, \tag{23}$$

где λ характеризует максимальную деформацию зеркала, J_s — интеграл от квадрата распределения волнового фронта. При управлении только фокусировкой $J_s=\theta^2$. В этом случае (7) принимает вид

$$\theta_{N+1} = (1-\sigma)\theta_N + \sigma\theta_{N-1} - \gamma L^2(\theta_N(1 + \lambda/L^2) + \\ + \theta_{N-1}(1+\lambda/L^2) - 2/L) \tag{24}$$

и, следовательно, справедливы выводы, полученные в предыдущем пункте: необходимо только γL^2 заменить на $\gamma L^2(1+\lambda/L^2)$. Очевидно, при этом изменяются условия устойчивой адаптации и значение θ_1, необходимое для подавления расходящейся ветви управления.

Возможна также несколько иная организация управления. Например, целесообразно в правую часть (6) добавить член $\lambda((1-\sigma')\theta_N+\sigma'\theta_{N-1})$. Выбором σ' можно несколько улучшить устойчивость процесса адаптации.

Несколько слов следует сказать о проблеме динамического управления фокусировкой и наклоном волнового фронта пучка при наличии движения приемной апертуры, например, при продольном смещении $L_N=L_0+V_z t$, где V_z — скорость продольного движения, t — время. Тогда при настройке адаптивной системы по минимуму ширины оптического излучения (6) принимает вид:

$$\theta_{N+1}=\theta_N(1-\sigma)+\sigma\theta_{N-1}-\gamma L_N^2\,(\theta_N+\theta_{N-1}L_{N-1}/L_N-$$
$$-2/L_N)-\gamma\Delta_N L\,\{(1+\alpha_{нл})(L_N+L_{N-1})+ \tag{25}$$
$$+\theta_{N-1}(\theta_N L_N+\theta_{N-1}L_{N-1}-2)\}/(\theta_N-\theta_{N-1})\,.$$

Нетрудно видеть, что последнее слагаемое в фигурных скобках стремится к нулю при приближении фокусировки к оптимальному значению. Между тем первое слагаемое стремится к константе. Из-за этого при постоянном γ неизбежно произойдет «срыв» процесса адаптации. Анализ показывает, что ошибка, вносимая этим слагаемым, равна

$$\gamma\Delta_N L\,(1+\alpha_{пл})(1/L_N+1/L_{N-1})/\Delta_N\varphi\,, \tag{26}$$

где $\Delta_N\varphi$ — разность отстроек фокусировки от ее оптимального значения на двух соседних итерациях. В некотором смысле (26) аналогично наличию ограничения на фокусировку.

Важно подчеркнуть, что при перемещении приемной апертуры более целесообразно качество коррекции оценивать по значению принимаемой мощности или пиковой интенсивности, так как в этом случае в (26) появится сомножитель $1/(L_N^2(1+\alpha_{нл}))^2$, который в ряде случаев уменьшает ошибку. Однако если приемник приближается, то константу управления необходимо уменьшать также из-за изменения $1/L_N^4$. Целесообразно оптимизировать сначала наклон волнового фронта, а затем его фокусировку.

Существует еще одна возможность улучшения процесса адаптации. Для этого необходимо в правую часть (6) добавить слагаемое $\gamma\bar\lambda\theta_N/(\theta_N-\theta_{N-1})$ и специальным образом выбирать $\bar\lambda$, например, для критерия ширины пучка из условия

$$\bar\lambda\theta_N=(L_N^2-L_{N-1}^2)(1+\alpha_{нл}) \tag{27}$$

или аналогичных условий для других критериев. Реально выбирать $\bar\lambda$ можно исходя из требования монотонности адаптации. Точно также организовывается управление при компенсации нелинейной расходимости светового импульса (см. (20)). Естественно, что в этом случае (27) изменится. Подчеркнем, что при таком выборе $\bar\lambda$ адаптация при управлении по закону (6) будет совпадать с коррекцией нелинейных искажений при наличии информации о градиенте функционала. Если $\bar\lambda$ отличается от значения, полученного из (27), то ошибка в отработке волнового фронта допускается значительно меньше, чем при оптимизации только по алгоритму (6). Отметим, что в общем случае при управлении волновым фронтом $S(x,y)$ в (6) необходимо заменить θ на $S(x,y)$ и соответствующие изменения внести в другие выражения, например, в (26), (27). Дальнейший анализ коррекции волнового фронта базируется на результатах, изложенных в [4, 7, 14].

В заключение рассмотрим работу инерционного зеркала, управление фокусировкой которого при настройке по минимуму ширины пучка осуществляется по закону

$$\theta_{N+1}(1+\sigma)-\theta_N(1+2\sigma-2\gamma L^2)+\sigma\theta_{N-1}=2\gamma L\,. \tag{28}$$

Здесь σ характеризует время инерции зеркала. Из (28) следует, что для значений γ, удовлетворяющих условию

$$-2\sqrt{2\gamma L^2\sigma} < 1-2\gamma L^2 < 2\sqrt{2\gamma L^2\sigma}, \tag{29}$$

реализуется осциллирующий режим отработки фокусировки. Причем для его сходимости требуется, чтобы корни характеристического уравнения для (28) по модулю были меньше единицы. В результате этого имеют место жесткие требования на γ, так как σ в данном случае является характеристикой зеркала.

4. Управление волновым фронтом профилированных пучков в толстом нелинейном слое. Рассмотрим характерные особенности адаптивной фокусировки профилированных световых пучков, полагая, что имеется информация о градиенте выбранного критерия качества. В этом случае, используя результаты, приведенные в [12], нетрудно видеть, что анализ работы адаптивной системы, проведенный на основе безаберрационного описания, эквивалентен анализу, выполненному на основе интегрального описания процесса самовоздействия светового пучка в керровской среде в смысле условий устойчивости, сходимости и быстродействия. Поэтому все ранее предложенные рекомендации по организации адаптации целесообразно использовать и в данном случае. Отметим лишь, что в результате достижения оптимальной фокусировки ширина первоначально гауссова пучка на приемнике уменьшится по сравнению с ее значением, достигаемым при плоском фазовом фронте, в следующее число раз:

$$\eta = 1 + 1/8z^2(2+\alpha), \tag{30}$$

что с учетом изменения z и α при переходе к безаберрационному описанию отличается от полученного в [4] выражения для η: область эффективной оптимизации увеличивается в два раза.

В случае пучка с гипергауссовым (уплощенным $f_{\text{г}} = \exp[-(x^2 + y^2)^m]$) начальным профилем управление фокусировкой при непрерывном алгоритме осуществляется по закону

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma z^2 2^{4-1/m} \frac{\Gamma(1+2/m)}{\Gamma(1+1/m)} (\theta - 1/4z). \tag{31}$$

Здесь $\Gamma(x)$ — гамма-функция. При дискретном алгоритме в (31) от производной необходимо перейти к разности. Таким образом, при переходе к гипергауссовым пучкам необходимо для сохранения устойчивой адаптации в случае дискретного алгоритма управления несколько уменьшать γ. Существенно, что от m не зависит оптимальная фокусировка. В результате ее достижения ширина гипергауссова оптического излучения уменьшится в следующее число раз:

$$\eta = 1 + \frac{\Gamma(1+2/m)}{z^2(m\,2^{1/m} + \alpha)\,2^{3+1/m}}. \tag{32}$$

Следовательно, в случае постоянного z при переходе к уплощенным пучкам уменьшается область эффективной оптимизации. Поэтому с ростом m целесообразно увеличивать начальную ширину пучков. Отметим, что при распространении оптического излучения с гипертрубчатым начальным распределением амплитуды ($f_{\text{тр}} = (x^2 + y^2)^m f_{\text{г}}$) отношение квадрата ширины пучка с плоским фронтом к соответствующему значению при оптимальной фокусировке составляет

$$\eta = 1+\Gamma(2+2/m)/(2^{2+1/m} z^2 m(m + \alpha(2 + 1/m)(3+1/m)2^{-4})). \tag{33}$$

Сравнивая (32) и (33), нетрудно сделать вывод, что при прочих равных условиях с ростом превышения мощности пучка над критической область эффективного управления его фокусировкой для трубчатого оптического излучения примерно в три раза больше области гипергауссова светового излучения. Следовательно, для достижения одного и того же уменьшения ширины пучка на приемнике в случае трубчатого светового пучка можно использовать зеркало с одной степенью свободы, в то время как для оптического излучения с уплощенным начальным профилем амплитуды необходимо подключать аберрационные моды. Детальный анализ нелинейных искажений профилированных пучков показывает целесообразность использования трубчатого оптического излучения.

Из анализа коррекции смещения центра тяжести оптического пучка при его распространении в движущейся среде с тепловым механизмом нелинейности следует, что законы отработки начального наклона волнового фронта аналогичны случаю компенсации самоотклонения пучка при прохождении тонкого нелинейного слоя. Следует, однако, подчеркнуть, что при переходе к профилированным пучкам может требоваться значительно меньший наклон зеркала. Поэтому его оптимальное значение достигается существенно быстрее.

5. Сходимость и устойчивость алгоритма фазового сопряжения. Для выявления характерных особенностей алгоритма фазового сопряжения рассмотрим отработку только фокусировки пучка. Как известно, она осуществляется по закону

$$\theta_{N+1} = -\gamma\theta_N^{(\text{отр})}(z=0)\,, \tag{34}$$

где $\theta_N^{(\text{отр})}(z=0)$ — фокусировка отраженного пучка в сечении $z=0$, γ обычно выбирается равным единице. Значение $\theta_N^{(\text{отр})}$ можно определить по отраженному от приемника световому пучку, ширина $f_{\text{отр}}$ которого при безаберрационном описании его распространения рассчитывается из следующего соотношения:

$$f_{\text{отр}}^2(z) = f_0^2(L)\left(1-\theta^{(\text{отр})}(z=L)(L-z)\right)^2 + \frac{(L-z)^2}{f_0^2(L)}\,. \tag{35}$$

Здесь $f_0^2(L) = f^2\rho^2/(f^2+\rho^2)$ — начальная ширина отраженного от приемника оптического излучения, $\theta^{(\text{отр})}(z=L)$ — его начальная фокусировка, ρ — безразмерный радиус мишени, коэффициент отражения которой характеризуем гауссовой функцией $(R=e^{-r^2/2\rho^2})$, $f^2 = (1-\theta_N L)^2 + L^2(1+\alpha_{\text{нл}})$ — квадрат ширины падающего на приемник оптического излучения. Таким образом, если $\rho \ll f$, то начальный радиус отраженного пучка определяется размером мишени (или ее эффективно отражающей области). Если же $\rho \gg f$, то радиус отраженного пучка равен f. Этот случай, по-видимому, более близок к технологическим задачам. Отметим также, что при записи (35) не учитывались дифракция отраженного оптического излучения на неоднородностях, наведенных падающим световым пучком, что, вообще говоря, справедливо не всегда. Однако для определения характерных особенностей процесса адаптации достаточно ограничиться здесь этим приближением.

Рассмотрим отдельно два случая: $\theta^{(\text{отр})}(z=L)=0$ и $\theta^{(\text{отр})}(z=L)\neq 0$. Первая ситуация соответствует фокусировке оптического излучения на диффузно рассеивающий приемник, когда адаптивная система работает по наиболее яркому блику $(\rho \ll 1)$. Второй случай соответствует ситуации, когда размеры отражающей области достаточно большие, и ее нельзя рассматривать как точечный объект. В первом случае при сделанных выше предположениях нетрудно получить следующую зависимость θ_{N+1} от θ_N:

$$\theta_{N+1} = -\gamma\theta_N^{(\text{отр})} = \frac{\gamma}{L(f_0^4/L^2+1)}\,. \tag{36}$$

Из анализа (36) следует, что при $\gamma=1$ качество фокусировки в линейной среде тем хуже, чем больше параметр

$$f_0^2/L = \frac{2ka_п^2}{z2ka^2} = \frac{2ka_п^2}{z_п}, \tag{37}$$

где $a_п$, $z_п$ — размер отражающей области и расстояние до приемника в физических переменных. Таким образом, качество фокусировки определяется отношением расстояния до приемника к дифракционной длине отраженного пучка. Следовательно, желательно в алгоритме фазового сопряжения проводить адаптацию по наиболее яркому блику на мишени. Если же f_0^2 не стремится к нулю, то для сходимости алгоритма фазового сопряжения необходимо выбрать $\gamma = 1 + f_0^4/L$. Этим способом можно добиться коррекции ошибки фокусировки, обусловленной конечным размером приемника, вследствие чего в плоскости $z=0$ регистрируем интерференцию отраженных от приемника сферических волн.

При работе адаптивной системы по объекту с конечным поперечным размером и гладкой поверхностью необходимо учитывать отличие волнового фронта отраженного светового пучка от плоского. В этом случае вместо (36) получим следующий алгоритм управления:

$$\theta_{N+1} = \gamma \frac{1 - f_0^2 (1/L - \theta^{(отр)} (z=L))\, \theta^{(отр)} (z=L)}{L[1 + f_0^4 (1/L - \theta^{(отр)} (z=L))]^2},$$

$$\theta^{(отр)} (z=L) = \frac{1 - \theta_N (1/L - \theta_N)}{L(1 + (1/L - \theta_N)^2)}, \tag{38}$$

который, как видим, значительно сложнее алгоритма (36). Однако в данном случае оптимальное значение фокусировки (равное $1/L$) реализуется для любого f_0. Следовательно, при фокусировке оптического излучения на гладкую поверхность алгоритм фазового сопряжения может быть эффективным.

Вкратце остановимся на анализе эффективности алгоритма фазового сопряжения в случае компенсации нелинейной расходимости. Следует отметить, что нелинейность среды проявляется, во-первых, при вычислении f_0^2 (если $\rho \sim f$), во-вторых, при распространении отраженного от приемника светового пучка. Поэтому, вообще говоря, необходимо проанализировать четыре возможные ситуации, что представляет самостоятельную работу. Однако здесь ограничимся лишь некоторыми замечаниями. Так, в случае шероховатой поверхности при $f \gg \rho$ остаются справедливыми рассуждения, относящиеся к (36), (37). Если $f \sim \rho$, но $\theta^{(отр)} (z=L) = 0$ (фаза каждого излучателя на приемнике случайна), то управление будет осуществляться по закону

$$\theta_{N+1} = \gamma L / \{2[L^2 + (L^2(1+\alpha_{нл}) + (1 - L\,\theta_N)^2)^2]\}. \tag{39}$$

В (39) учтено, что $f \sim \rho$ (в случае $f \ll \rho$ в знаменателе (39) отсутствует множитель 2). Таким образом, качество фокусировки будет определяться параметром $L^2(1+\alpha_{нл})$, а для точной фокусировки необходимо выбрать специальным образом константу управления $\gamma = \gamma_{опт}$. Этот алгоритм следует назвать модифицированным алгоритмом фазового сопряжения. Если константа управления γ не равна $\gamma_{опт}$, то при некоторых значениях $\alpha_{нл}$ сходимость будет нарушаться, что в действительности имеет место на практике [1, 9], и фокусировка будет осциллировать либо около нуля, либо около некоторого значения. В результате этого интенсивность оптического излучения на приемнике будет осциллировать от итерации к итерации.

Как уже отмечалось, для более точного описания процесса распространения следует учесть изменение показателя преломления, обусловленное падающей волной. В этом случае в первом приближении для ширины пучка отраженной волны с плоским начальным волновым фронтом получим следующее выражение:

$$f^2_{\text{отр}}(z) = f_0^2(L)(1+\varkappa(z))^2 + \frac{1}{f_0^2(L)}\left(\int\limits_L^z \frac{d\xi}{1+\gamma(\xi)}\right)^2,$$

$$\varkappa(z) = R^2 \chi_{\text{нл}} \int\limits_L^z d\xi \int\limits_L^\xi \frac{d\eta}{f^4(\eta)}, \tag{40}$$

где R — модуль коэффициента отражения. Используя (40), можно провести исследование, аналогичное сделанному выше. Однако ввиду громоздкости получаемых выражений оно здесь не приводится. Подчеркнем, если коэффициент отражения не превышает десятых долей процента, то действие нелинейности среды на уширение пучка можно не учитывать при $\alpha_{\text{пл}} \leqslant 10^3$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Адаптивная оптика / Перевод с англ. / Под ред. Э. А. Витриченко. — М.: Мир, 1980.
2. Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П. — Изв. АН СССР. — Сер. физическая, 1978, 42, № 12, с. 2547.
3. Ахманов С. А., Воронцов М. А. и др. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 1, с. 3.
4. Сухоруков А. П., Трофимов В. А. — Изв. АН СССР. — Сер. физическая, 1982, 46, № 10, с. 1933.
5. Лукин В. П., Матюхин В. Ф. — Квантовая электроника, 1983, 10, № 12, с. 2465.
6. Вдовин В. А., Сорокин Ю. М. — Квантовая электроника, 1985, 12, № 1, с. 55.
7. Сухоруков А. П., Трофимов В. А. — Квантовая электроника, 1985, 12, № 8, с. 1617.
8. Васильев Ф. П. Методы решения экстремальных задач. — М.: Наука, 1981.
9. Воронцов М. А., Чесноков С. С. — Изв. вузов — Физика, 1980, № 10, с. 15.
10. Аскарьян Г. А., Студенов Б. В. — Письма в ЖЭТФ, 1969, 10, с. 113.
11. Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П., Трофимов В. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, 27, № 10, с. 1292.
12. Трофимов В. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1985, 28, № 5, с. 624.
13. Захарова И. Г., Карамзин Ю. Н., Трофимов В. А. Препринт ИПМ АН СССР № 140. — М., 1984.
14. Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П., Трофимов В. А. — Изв. АН СССР. —Сер. физическая, 1984, 48, № 7, с. 1400.
15. Самарский А. А., Карамзин Ю Н. Разностные уравнения. — М.: Знание, 1978.
16. Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П., Трофимов В. А. — Квантовая электроника, 1984, 11, № 4, с. 693.

Московский государственный университет

Поступила в редакцию 17 июня 1985 г.

TO THE PROBLEM OF ADAPTIVE GOVERNING OF LIGHT BEAM WAVE FRONT OVER REFLECTING SIGNAL

V. A. Trofimov

The problem of adaptive governing of the light beam wave front over reflecting signal is analysed with the aim of the compensation of thermal and Kerr defocusing. Algorithmes of governing by the focus and the inclination of wave front are supposed and analysed both with the presense of limitations on the mirror profile and without them. Reasons of an appearence of the oscillation regime of an adaptive governing are defined and possibilities of their removal are supposed. Advantages of the application of the profiling beams are marked.