

УДК 537.874.6

**ВОЗБУЖДЕНИЕ МОДУЛИРОВАННЫМ ПОТОКОМ
ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ
СИСТЕМЫ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ**

Л. А. Пазынин, В. Г. Сологуб

В приближении заданного тока исследовано электромагнитное поле, возникающее при движении модулированного потока заряженных частиц вдоль оси спирально проводящего отрезка круглого волновода. Основное внимание уделено анализу особенностей, обусловленных конечным размером замедляющей структуры.

Во многих приборах СВЧ используется эффект взаимодействия электронных потоков с электромагнитными полями замедляющих систем. Однако при теоретическом рассмотрении этого вопроса, как правило, ограничиваются моделями замедляющих систем бесконечной длины, и вне поля зрения остаются явления, обусловленные конечностью размеров реальных систем [1-4].

1. В настоящей работе исследуется электромагнитное поле, возбуждаемое модулированным по плотности потоком заряженных частиц, движущимся с постоянной скоростью вдоль оси замедляющей системы конечной длины, представляющей собой отрезок круглого спирально проводящего волновода.

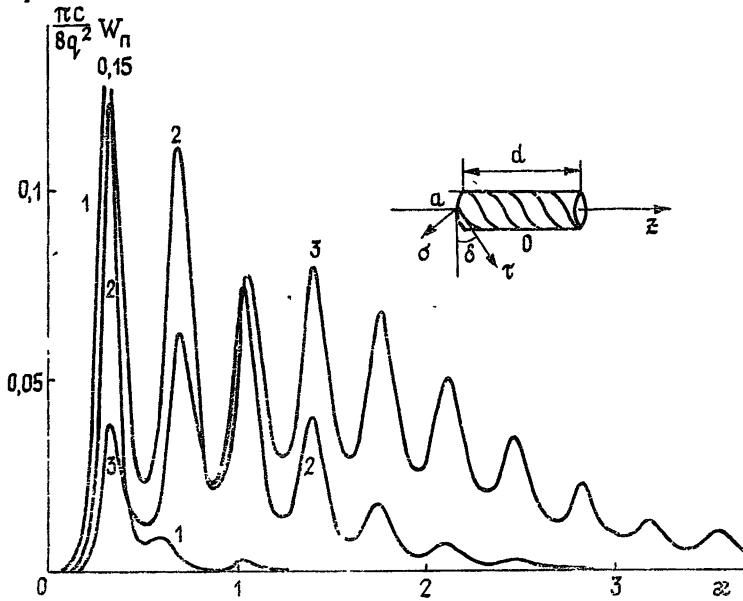


Рис. 1.

Радиус волновода — a , длина — d , угол спиральной проводимости δ ($0 < \delta \leq 90^\circ$). Плотность тока в потоке заряженных частиц

$$j_z^0(r, z) = qv \frac{\delta(r)}{2\pi r} \exp(i k_0 z - i \omega t),$$

где q — средняя плотность зарядов, v — скорость зарядов, ω — частота, $k_0 = \omega/v$, $\delta(r)$ — дельта-функция Дирака. Учитывая азимутальную симметрию задачи, рассеянное поле можно выразить через продольные компоненты электрического и магнитного векторов Герца Π_z^e, Π_z^m , которые будем искать в виде

$$\Pi_z^{e,m}(\rho, \zeta) = iq \frac{r a \gamma^2}{\pi c} \sin \delta K_0(kr) \int_{-\infty}^{\infty} X^{e,m}(s) G^{e,m}(g, \rho) e^{i\zeta s} ds, \quad (1)$$

где

$$k = ka, \quad \gamma^2 = \beta^{-2} - 1, \quad \beta = v/c, \quad \rho = r/a, \quad \zeta = z/a, \quad \eta = d/2a,$$

$$G^e(g, \rho) = \begin{cases} H_0^{(1)}(g) J_0(pg) \\ J_0(g) H_0^{(1)}(pg) \end{cases}, \quad G^m(g, \rho) = \begin{cases} H_1^{(1)}(g) J_0(pg) \\ J_1(g) H_1^{(1)}(pg) \end{cases},$$

верхние строки здесь соответствуют $\rho < 1$, нижние — $\rho > 1$, $J_v(g)$, $H_v^{(1)}(g)$ — функции Бесселя первого и третьего рода, и выбрана та ветвь корня $g(s) = \sqrt{k^2 - s^2}$, для которой $\operatorname{Im} g \geq 0$ (когда $\operatorname{Im} g = 0$, то $\operatorname{Re} g > 0$).

Из непрерывности для всех z компоненты магнитного поля H_t (t — направление спиральной проводимости) находим связь между искомыми функциями $X^e(s)$ и $X^m(s)$:

$$g X^m(s) = -i \kappa \operatorname{ctg} \delta X^e(s).$$

Удовлетворяя граничному условию на поверхности отрезка волновода и условию непрерывности магнитного поля на его дополнении, приходим к следующей системе парных интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} X(s) Q(s) e^{i\zeta s} ds &= e^{i\kappa \beta^{-1}} \zeta \quad (|\zeta| < \eta), \\ \int_{-\infty}^{\infty} X(s) e^{i\zeta s} ds &= 0 \quad (|\zeta| > \eta), \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$X(s) = \sin \delta X^e(s), \quad Q(s) = g^2 J_0(g) H_0^{(1)}(g) + \kappa^2 \operatorname{ctg}^2 \delta J_1(g) H_1^{(1)}(g).$$

Для нахождения решения уравнения (2) воспользуемся одним из вариантов метода частичного обращения оператора, основанным на решении задачи Римана—Гильберта для отрезка вещественной оси [6]. Выделяя неубывающую при $s \rightarrow \infty$ часть

$$Q(s) = \frac{i|s|}{\pi} - \frac{i|s|}{\pi} \varepsilon(s)$$

$$(\varepsilon(s) = Q(s^{-2}) \text{ при } |s| \rightarrow \infty)$$

и обращая интегральный оператор, соответствующий в (2) весовой функции $Q_0(s) = i|s|/\pi$, приходим к интегральному уравнению Фредгольма второго рода:

$$X(s) = \eta \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \frac{|t|}{s} \varepsilon(t) V_{\eta s}^{\eta t} dt - i\pi \eta s^{-1} V_{\eta s}^{\eta s^{-1}} \eta \quad (-\infty < s < \infty), \quad (3)$$

где

$$V_{\lambda}^{\mu} = (1/2) \lambda [J_0(\lambda) J_1(\mu) - J_0(\mu) J_1(\lambda)] / (\mu - \lambda).$$

Искомая функция $X(s)$ с точностью до постоянного множителя совпадает с преобразованием Фурье плотности полного поверхностного тока $j_r(\zeta) = j_r^+(\zeta) - j_r^-(\zeta)$, текущего вдоль направления спиральной проводимости. По этой функции восстанавливаются все характеристики рассеянного поля, в частности:

угловое распределение рассеянной энергии

$$W(\theta) = cR \operatorname{Re}(R [EH]) = \frac{q^2}{c x^2} \bar{W}(\theta), \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{W}(\theta) = & ((2/\pi)x^3 \gamma^2 K_0(x\gamma))^2 [\sin^2 \theta J_0^2(x \sin \theta) + \\ & + \cot^2 \delta J_1^2(x \sin \theta)] |X(x \cos \theta)|^2, \end{aligned}$$

полная рассеянная энергия (S — сфера радиуса $R = \sqrt{r^2+z^2} \gg kd^2$)

$$W_n = c \operatorname{Re} \int_S [EH] ds = \frac{8q^2 x^3 \gamma^4}{\pi c} K_0^2(x\gamma) \operatorname{Re} X(\mu\beta^{-1}), \quad (5)$$

распределение поверхностного тока

$$\begin{aligned} j_\tau^+(\zeta) = & \frac{c}{4\pi} H_\sigma(1+0,\zeta) = \frac{qx^2 \gamma^2}{4\pi^2 a \sin \delta} K_0(x\gamma) \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} X(s) g [\sin^2 \delta J_0(g) H_1^{(1)}(g) - \cos^2 \delta J_1(g) \times \\ & \times H_0^{(1)}(g)] e^{i\zeta s} ds \end{aligned} \quad (6)$$

на внешней стенке спирально проводящего отрезка волновода и

$$\begin{aligned} j_\tau^-(\zeta) = & \frac{c}{4\pi} H_\sigma(1-0,\zeta) = \frac{qx^2 \gamma^2}{4\pi^2 a \sin \delta} K_0(x\gamma) \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} X(s) g [\sin^2 \delta J_1(g) H_0^{(1)}(g) - \cos^2 \delta J_0(g) H_1^{(1)}(g)] e^{i\zeta s} ds \end{aligned} \quad (7)$$

— на внутренней стенке,

распределение продольной составляющей электрического поля на оси системы

$$E_z(0, \zeta) = \frac{iqx\gamma^2}{\pi ac} K_0(x\gamma) \int_{-\infty}^{\infty} X(s) g^2 H_0^{(1)}(g) e^{i\zeta s} ds. \quad (8)$$

Алгоритм вычисления этих характеристик при произвольных соотношениях между геометрическими параметрами отрезка волновода и длиной волны строится на основе численного решения интегрального уравнения (3). Для сокращения объема оперативной памяти ЭВМ, необходимого для хранения значений ядра, уравнение (3) заменялось на вытекающие из него два независимых уравнения на полуоси относительно четной и нечетной частей функции $X(s)$. Подынтегральные функции в этих уравнениях убывают как t^{-4} , поэтому интервал интегрирования заменялся конечным. Так как у ядра в (3) производная по t в точке $t=x$ имеет логарифмическую особенность, то при вычислении интеграла вблизи этой точки использовалась квадратурная формула, учитывающая наличие такой особенности. Вне окрестности $t=x$ интегрирование проводилось по формуле Симпсона. Матрица полученной таким образом системы линейных уравнений относительно значений $X(s)$ в узлах квадратурных формул в случае больших значений x, η разбивалась на четыре блока и обращалась поблочно. Верхний предел интегрирования, число узлов и их распределение определялись путем численного эксперимента. При этом точность вычисления функции $X(s)$ контролировалась с помощью равенства

$$X^*(\mu\beta^{-1}) = \int_{-\infty}^{\infty} |X(s)|^2 Q(s) ds,$$

представляющего собой интегральную характеристику точности выполнения граничных условий и закона сохранения энергии. Максимальная относительная погрешность выполнения этого равенства для приведенных в данной работе значений параметров не превышает нескольких процентов.

После нахождения $X(s)$ зависимости $W(\theta)$, W_{π} , $E_z(0, \zeta)$ определялись непосредственно по формулам (4), (5), (8). Поверхностные токи (6), (7) представляют собой преобразование Фурье медленно убывающих при $s \rightarrow \infty$ функций. Для улучшения сходимости этих интегралов при вычислении j_+^+, j_-^- вместо $\tilde{X}(s)$ подставлялась правая часть интегрального уравнения (3). Алгоритм реализован в виде комплекса программ в системе «Дубна» БЭСМ-6. Время вычисления всех перечисленных характеристик рассеянного поля для одного набора значений параметров η , δ , κ , β около трех минут.

2. Физическая интерпретация полученных численных зависимостей основана на сопоставлении их с соответствующими асимптотическими выражениями для высокочастотного случая, который может быть исследован по схеме, предложенной в [6].

Анализ аналитических свойств решения $X(s)$ парных уравнений (2) как функции комплексного переменного s приводит к следующему представлению:

$$X(s) = \tilde{g}_{\beta}(s) Q^{-1}(s) + \frac{e^{i\eta s}}{4\pi Q^-(s)} \int_0^\infty [\Psi^+(x) + \Psi^-(x)] e^{isx} dx + \\ + \frac{e^{-i\eta s}}{4\pi Q^+(s)} \int_0^\infty [\Psi^+(x) - \Psi^-(x)] e^{-isx} dx. \quad (8')$$

Здесь $Q^+(s)$ и $Q^-(s) = Q^+(-s)$ — функции, дающие факторизацию функции $Q(s) = Q^+(s)Q^-(s)$, $\tilde{g}_{\beta}(s) = \sin \eta (s - \kappa \beta^{-1}) / \pi (s - \kappa \beta^{-1})$, а неизвестные функции $\Psi^{\pm}(x)$ являются решениями следующих интегральных уравнений второго рода:

$$\Psi^{\pm}(x) = \pm \int_0^\infty R(x, t) \Psi^{\pm}(t) dt + g^{\pm}(x) \quad (0 < x < \infty),$$

где

$$R(x, t) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty e^{i\mu(2\eta+x+t)} \frac{Q^+(\mu)}{Q^-(\mu)} d\mu,$$

$$g^{\pm}(x) = g_{-\beta}(x) \pm g_{\beta}(x), \quad g_{\beta}(x) = - \int_{-\infty}^\infty e^{i\mu(\eta+x)} \tilde{g}_{\beta}(\mu) \frac{d\mu}{Q^-(\mu)}.$$

Деформируя контур интегрирования, ядро можно представить в виде

$$R(x, t) = R^{(s)}(x, t) + R^{(i)}(x, t),$$

$$R^{(s)}(x, t) = -i \sum_{n=0}^{\infty} e^{i\mu_n(2\eta+x+t)} \frac{Q^{+\circ}(\mu_n)}{Q'(\mu_n)},$$

$$R^{(i)}(x, t) = -\frac{1}{2\pi} \int_C e^{i\mu(2\eta+x+t)} \frac{Q^+(\mu)}{Q^-(\mu)} d\mu,$$

$$Q(\mu_n) = 0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

где контур C охватывает разрез, проходящий в верхней полуплоскости

из точки κ параллельно мнимой оси на бесконечность. Нетрудно показать, что при $\kappa\eta \gg 1$.

$$R^{(i)}(\kappa, t) = O(\kappa \ln^2 \kappa \eta / (\kappa \eta)^3).$$

Поэтому для протяженных отрезков спирального волновода ($\kappa\eta \gg 1$) решение уравнений

$$\Psi^\pm(\kappa) = \pm \int_0^\infty R^{(i)}(\kappa, t) \Psi^\pm(t) dt + f^\pm(\kappa),$$

где

$$f^\pm(\kappa) = \pm \int_0^\infty R^{(g)}(\kappa, t) \Psi^\pm(t) dt + g^\pm(\kappa),$$

можно получить в явном виде методом последовательных приближений:

$$\Psi^\pm(\kappa) = f^\pm(\kappa) + \int_0^\infty R^+(\kappa, t) f^\pm(t) dt,$$

где

$$R^*(\kappa, t) = \sum_{m=0}^\infty R_m^{(i)}(\kappa, t), \quad R_0^{(i)}(\kappa, t) = \pm R^{(i)}(\kappa, t),$$

$$R_m^{(i)}(\kappa, t) = (\pm 1)^{m-1} \int_0^\infty R^{(i)}(\kappa, s) R_{m-1}^{(i)}(s, t) ds.$$

Ограничеваясь случаем $\operatorname{Im} \mu_0 \eta \gg 1$ для $n = 1, 2, 3, \dots$, когда в протяженном отрезке спирально проводящего волновода ($\kappa\eta \gg 1$) распространяются без затухания только медленные волны с постоянными распространения $\mu_0 = \pm h$, из (8') получаем следующее выражение для решения системы парных уравнений:

$$\begin{aligned} X(s) = & \tilde{g}_\beta(s) Q^{-1}(s) + \frac{\gamma(h) G_\beta(h)}{1 - \alpha^2(h)} \frac{e^{i\eta s}}{Q^-(s)(h+s)} + \\ & + \frac{\gamma(h) G_{-\beta}(h)}{1 - \alpha^2(h)} \frac{e^{-i\eta s}}{Q^+(s)(h-s)}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} G_\beta(h) = & \tilde{g}_{-\beta}(h) - \alpha(h) \tilde{g}_\beta(h), \quad \gamma(h) = e^{ih\eta} Q^+(h) [Q'(h)]^{-1}, \\ \alpha(h) = & e^{2ih\eta} \tilde{\alpha}(h), \quad \tilde{\alpha}(h) = -Q^+(h) [2hQ'(h)]^{-1}. \end{aligned}$$

Параметр $\tilde{\alpha}(h)$ совпадает с коэффициентом отражения по току от края спирально проводящего волновода собственной медленной волны [5].

$$R_1 = - \lim_{s \rightarrow h} \frac{(s-h) Q^+(s)}{(s+h) Q^-(s)} = - \frac{Q^{+2}(h)}{2hQ'(h)},$$

3. Переходя к обсуждению численных результатов,, остановимся прежде всего на величине полной рассеянной энергии W_n . Анализ особенностей зависимости W_n от параметров κ и β показал, что принимаемые ею максимальные значения связаны с тремя резонансными механизмами рассеяния электромагнитных волн.

Рассмотрим сначала поведение W_n при изменении нормированной частоты κ . Эта характеристика была исследована в [7] в случае идеально проводящего отрезка круглого волновода, которому соответствует значение угла спиральной проводимости $\delta = 90^\circ$. Основной особенностью зависимости W_n от частоты в случае идеально проводящего отрезка было наличие резонансов двух типов [7]. Резонансам первого типа, расположенным в запредельной области $\kappa < v_{01}$ (v_{01} — первый корень нулевой функции Бесселя), соответствуют частоты κ_n , при которых длина отрезка волновода близка к целому числу полуволн на ча-

стоте поля источника (тем точнее, чем больше η). Резонансы в области $\chi > \chi_{01}$ соответствуют частотам χ_{0np} собственных симметричных колебаний электрического типа внутренней полости отрезка круглого волновода [8].

Как показали результаты численного счета, небольшое отклонение направления проводимости от продольного ($\Delta\delta \leq 5^\circ$) практически не сказывается на положении и амплитудах резонансов первого типа, тогда как амплитуды резонансов второго типа очень быстро уменьшаются. При дальнейшем уменьшении угла δ зависимость W_n от частоты содержит только резонансы первого типа. Для немалых δ типичный вид этой характеристики представлен на рис. 1 для значений $\eta=3$, $\delta=45^\circ$ ($1-\beta=0,4$, $2-\beta=0,6$, $3-\beta=0,8$). В отличие от изотропно проводящего отрезка волновода здесь резонансные частоты приближенно определяются из условия кратности длине полуволны длины не самого отрезка, а его спирально проводящих витков:

$$\chi_n = \frac{\pi n}{2\eta} \sin \delta \quad (n=1, 2, 3, \dots) . \quad (9)$$

Более точные значения резонансных частот χ_n , с учетом значений модуля и фазы коэффициента отражения от края структуры, можно при $\eta \gg 1$ получить, исходя из асимптотики для величины полных потерь энергии:

$$W_n = \frac{8q^2\chi^3\gamma^4}{\pi c} K_0^2(\chi\gamma) \operatorname{Re} \frac{\gamma(h)}{1-\alpha^2(h)} \times \\ \times \left\{ \frac{G_\beta(h) e^{i\chi\beta^{-1}\eta}}{Q^-(\chi\beta^{-1})(h+\chi\beta^{-1})} + \frac{G_{-\beta}(h) e^{-i\chi\beta^{-1}\eta}}{Q^+(\chi\beta^{-1})(h-\chi\beta^{-1})} \right\}. \quad (10)$$

Из этого выражения видно, что максимумы излучения приходятся на частоты при которых резонансный знаменатель $1-\alpha^2(h)$ принимает минимальные значения, т. е. условием более точным, чем (9), является

$$\chi_n = \min_\chi \left| 1 - e^{i\chi\eta} \left[\frac{Q^{+2}(h)}{2\hbar Q'(h)} \right]^2 \right|.$$

Уменьшение угла δ ведет к увеличению добротности резонансов и сгущению резонансных частот χ_n при одновременном уменьшении ширины спектра излучения за счет области высоких частот. Увеличение длины структуры также приводит к сгущению резонансных частот и росту добротности колебаний на этих частотах.

Кроме описанных продольных колебаний на частоте поля источника в рассматриваемой конечной структуре возникают также продольные колебания на некоторой более низкой частоте. Резонансные максимумы, связанные с этим типом колебаний, хорошо видны на рис. 2, где представлена зависимость W_n от скорости электронного потока β для $\eta=7$, $\delta=11,25^\circ$ и двух значений χ : $\chi_1=1,008$ не удовлетворяет условию (9), $\chi_2=0,965$ — n в (9) равно 47. Для области значений скорости потока, где расположены эти максимумы, можно получить, исходя из (10), следующие приближенные значения положения резонансов по β при фиксированных χ , η и δ :

$$\beta_m = \chi [h - (\pi/\eta)(m - 1/2)]^{-1}, \quad (11)$$

при этом число резонансов равно целой части числа $\eta(h-\chi)/\pi$.

Анализ выражения (10) и численных результатов показал, что резонансы в зависимости W_n от β возникают тогда, когда вдоль структуры укладывается целое число m полуволн на резонансной частоте $(1/2)(h-\chi\beta^{-1})c/a$, равной половине частоты биений между замедленной в данной системе волной и волной, распространяющейся со скоростью электронного потока. На рис. 2 номер резонанса m приведен над соответствующим максимумом.

Описанные два типа резонансного рассеяния связаны с конечной длиной спирально проводящего волновода, третий тип является следствием замедляющих свойств такой структуры. Наличие в спектре рассеянного поля (1) поверхностных волн приводит к тому, что при определенных условиях амплитуда одной из них может значительно возрастать. Это будет иметь место в условиях «синхронизма», когда скорость потока заряженных частиц β близка к фазовой скорости такой волны β_Φ . В этом случае происходит эффективный обмен энергией между потоком и замедленной волной. Эффектом передачи энергии от потока в рассеянное электромагнитное поле и объясняется наличие в зависимости $W_\pi(\beta)$ на рис. 2 основного максимума при $\beta \approx \beta_\Phi \approx 0,2$.

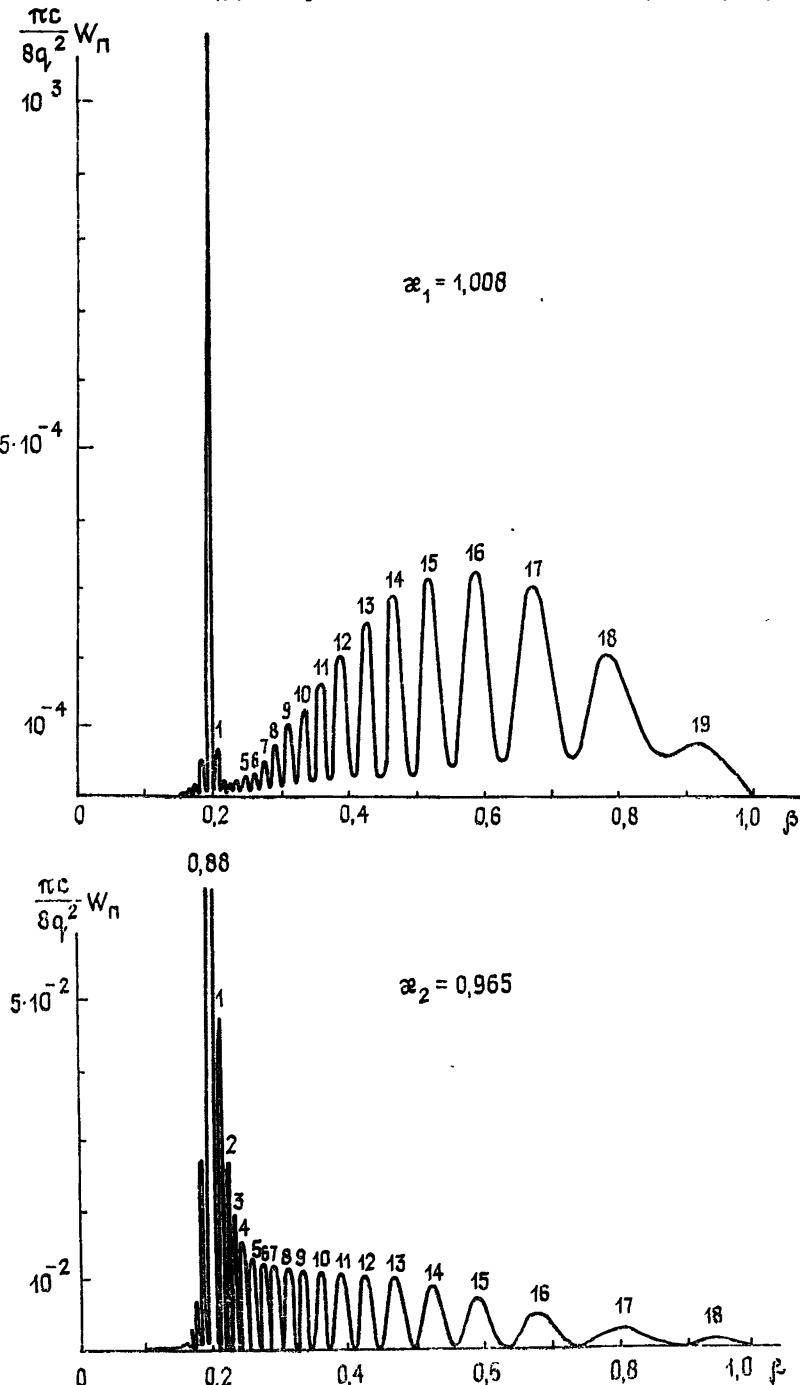


Рис. 2.

Во всем диапазоне частот и углов δ его положение с хорошей точностью определяется из дисперсионного уравнения $Q(h)=0$ ($\beta_\Phi=\kappa/h$) для бесконечного спирально проводящего волновода. Так, например, при $\kappa=1,008$, $\delta=11,25^\circ$ получим $\beta_\Phi \approx 0,197$.

Таким образом, основной максимум излучения определяется механизмом перекачки энергии из пучка в замедленную волну с дальнейшим преобразованием ее в результате рассеяния на концах отрезка в объемную уходящую волну. Если условие продольных резонансных колебаний (9) не выполняется, то в зависимости $W_n(\beta)$ для $\beta > \beta_\Phi$ значения максимумов и минимумов одного порядка. В резонанском случае их величины могут отличаться на порядок и более (кривая для κ_2 на рис. 2). Максимум излучения на скорости, при которой выполнено условие «синхронизма», в свою очередь существенно превосходит значения W_n при всех других значениях скорости потока, причем тем сильнее, чем длительней взаимодействие замедленной волны и потока (чем больше $\eta \operatorname{ctg} \delta$). Для величины интенсивности излучения в условиях «синхронизма» ($h=\kappa\beta^{-1}$) из (10) получаем при $\kappa\eta \gg 1$ следующую зависимость, которая имеет осциллирующий характер:

$$W_n = \frac{8q^2 \eta^2 \kappa^3 \gamma^4}{\pi^2 c \tilde{Q}'(h)} K_0^2(\kappa\gamma) \operatorname{Re}(1 - \tilde{\alpha}^4) / (1 - 2\tilde{\alpha}^2 \cos 4h\eta + \tilde{\alpha}^4),$$

где

$$\tilde{Q}'(h) = \frac{2}{\pi} h \{ 4I_0(\Gamma) K_0(\Gamma) + \Gamma [1 + I_0(\Gamma) K_0(\Gamma) (I_1(\Gamma) K_1(\Gamma))^{-1}] \times \\ \times [I_1(\Gamma) K_0(\Gamma) - I_0(\Gamma) K_1(\Gamma)] \}, \quad \Gamma = \sqrt{h^2 - \kappa^2}.$$

Нетрудно увидеть, что добротность резонансов здесь возрастает с уменьшением δ ($\alpha(h) \rightarrow -i$ при $\delta \rightarrow 0$), а максимумы приходятся на те значения частоты, при которых в условиях «синхронизма» наступает также и резонанс по длине (9).

Угловое распределение рассеянной энергии сложным образом зависит от параметров η , δ , κ , β . Общим свойством диаграмм рассеяния является отсутствие излучения в осевых направлениях $\theta=0^\circ$; π . Типичное угловое распределение энергии, рассеянной идеально проводящим отрезком круглого волновода, приведено на рис. За для $\eta=7$, $\kappa=2,4143$ (числа на диаграммах — значение $\max_{\theta} \bar{W}(\theta)$). При нерелятивистских скоростях пучка основными являются два боковых лепестка, направления которых тем ближе к оси цилиндра, чем больше его относительная длина η и нормированная частота κ .

С появлением малой анизотропии проводимости стенок волновода ($\Delta\delta \leq 5^\circ$) возрастает относительный вклад в излучение лепестков, связанных с собственными колебаниями его внутренней полости — центральный лепесток диаграммы на рис. За ($\eta=7$, $\kappa=2,4143$, $\delta=84,37^\circ$). Дальнейшее уменьшение угла δ сопровождается, прежде всего, существенным уменьшением относительной величины боковых лепестков. Для небольших δ при нерелятивистских скоростях основным становится центральный лепесток диаграммы или, если число лепестков четное, два ближайших к направлению $\theta=90^\circ$. При таких скоростях с переходом к малым углам проводимости (при $\kappa \leq 1$) диаграмма деформируется таким образом, что ее огибающая приближается к распределению вида $\sin^2 \theta$. Это связано с тем, что при малых δ токи в спирально проводящем отрезке становятся почти круговыми и образуют тем самым на малых частотах магнитный диполь, диаграмма которого пропорциональна $\sin^2 \theta$. Рост относительной длины отрезка и уменьшение длины волны увеличивают изрезанность диаграммы излучения (рис. 3 б, $\eta=15$, $\delta=11,25^\circ$, $\kappa=0,965$). С увеличением скорости потока угловое распределение энергии, симметричное при малых β , деформи-

руется так, что при сохранении числа и положения всех лепестков увеличивается относительный вклад лепестков, ближайших к направлению движения пучка (рис. 3б). При релятивистских скоростях основным в угловом распределении является крайний правый лепесток.

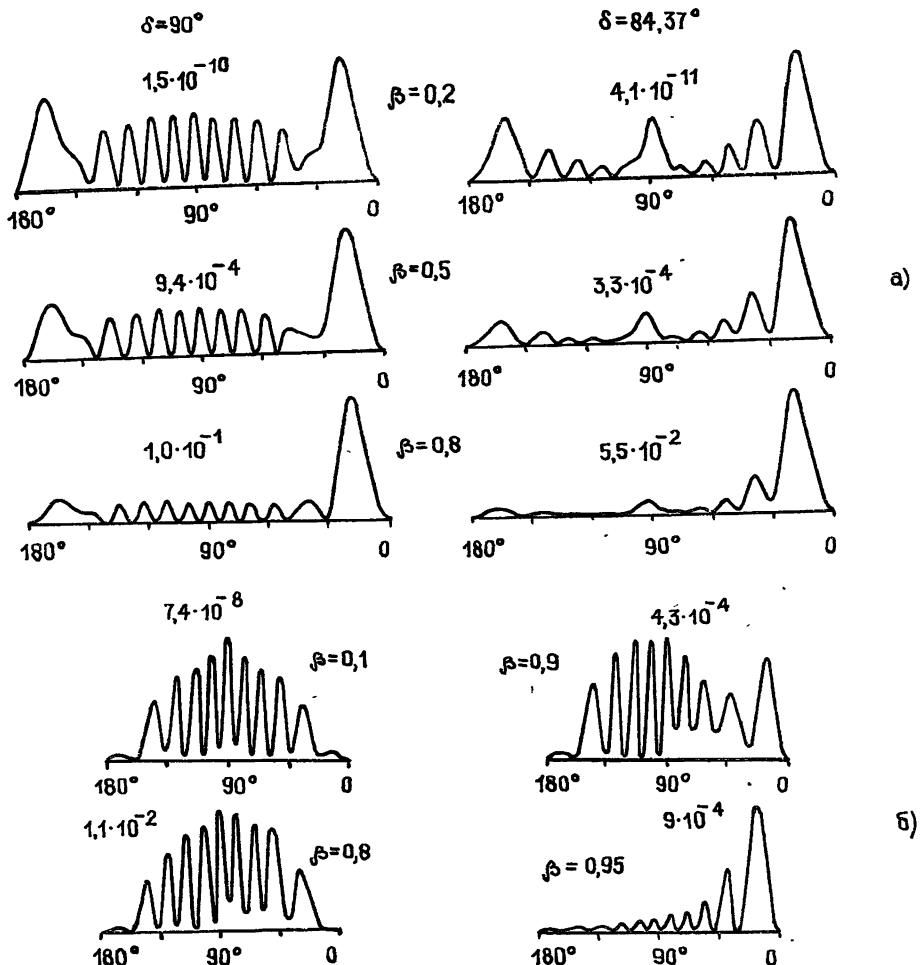


Рис. 3.

Характер распределения поверхностного тока на внешней и внутренней стороне идеально проводящего отрезка волновода на частоте первого собственного резонанса представлен на рис. 4 для $\eta=7$, $\beta=0,9$, $\kappa=2,4143$ (сплошные кривые). Амплитуда внешнего тока $|j_z^+(\zeta)|$ представляет собой осциллирующую функцию ζ . Период этих осцилляций при релятивистских скоростях электронного потока близко к длине волны λ поля источника. Распределение $\arg j_z^+(\zeta)$ близко к распределению фазы поля источника $\kappa\zeta/\beta$. Зависимость тока $j_z^-(\zeta)$ на внутренней поверхности идеально проводящего отрезка волновода существенно иная, так как описывает резонансные колебания внутренней полости [8]. При небольших отклонениях направления проводимости от продольного ($\Delta\delta \leq 5^\circ$) (пунктирные кривые на рис. 4 соответствуют $\delta=84,37^\circ$, $\kappa=2,4143$, $\eta=7$, $\beta=0,9$) распределение $j_z^+(\zeta)$ меняется мало, тогда как в распределении внутреннего тока происходит существенная перестройка: в зависимости $|j_z^-(\zeta)|$ появляются пространственные осцилляции, в распределении $\arg j_z^-(\zeta)$ исчезает характерный для резонансных колебаний участок постоянной фазы. Аналогичные изменения происходят и в распределении поля $E_z(\zeta)$ на оси системы.

Замедляющие свойства рассматриваемой структуры начинают проявляться при меньших углах спиральной проводимости. Это видно из рис. 5 для $\delta=45^\circ$, $\eta=3$, $\kappa=3,21$, $\beta=0,7$. Для такого δ $j_\tau^+(\xi) = -j_\tau^-(\xi)$. Число вариаций амплитуды поверхностного тока равно числу полуволн на частоте поля источника, укладывающихся вдоль направления спиральной проводимости, т. е. $n \approx 2\kappa\eta/\pi \sin \delta$ (см. (9)). Наклон фазовых распределений $\arg j_\tau^\pm(\xi)$, $\arg E_z(\xi)$ на отдельных участках вдоль рассекающей структуры близок к наклону прямой $\kappa\xi/\beta\phi$, описывающей поведение фазы медленной плоской волны, распространяющейся в положительном направлении оси z со скоростью $v_\phi = c\beta\phi$. Здесь $\beta\phi = 0,725$ — относительная скорость медленной волны, определяемая из дисперсионного уравнения $Q(h)=0$ для бесконечного спирально проводящего волновода с теми же κ и δ . Амплитуда E_z быстро убывает с удалением от краев волновода, как $|\xi|^{-2}$, а поведение фазы E_z с точностью до постоянного слагаемого соответствует уходящей объемной волне $e^{i\omega t} e^{i\kappa z}$.

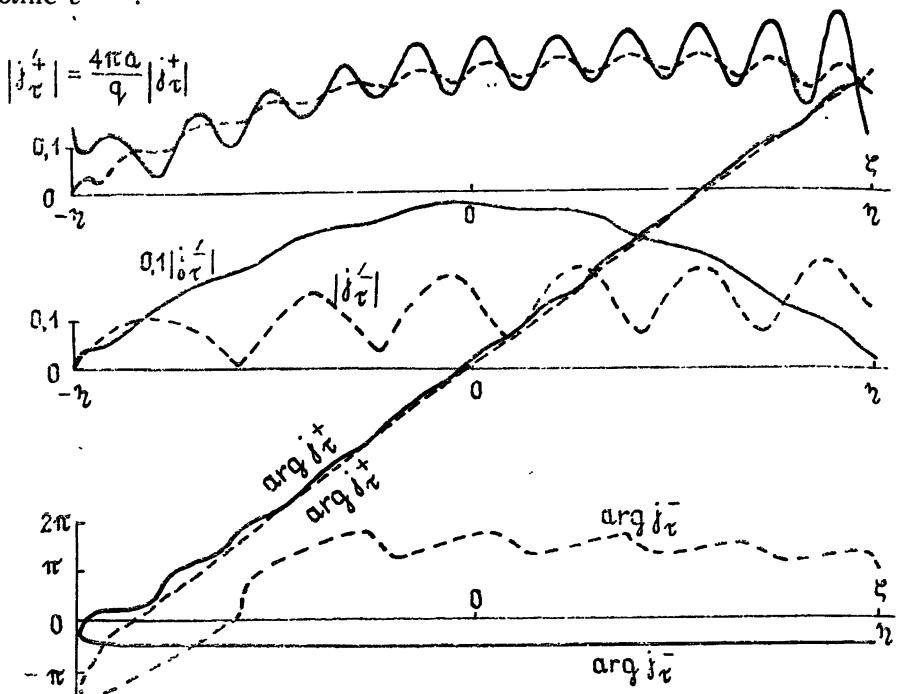


Рис. 4.

Для приложений наибольший интерес представляет спираль с малым значением угла проводимости и относительной длиной порядка нескольких десятков. При уменьшении угла δ в распределении амплитуд поверхностных токов (рис. 6, $\eta=7$, $\delta=11,25^\circ$, $\kappa=0,37$, $\beta=0,2$) увеличивается число осцилляций n в соответствии с соотношением $n \approx 2\kappa\eta/\pi \sin \delta$. При этом в отличие от диапазона $45^\circ < \delta < 90^\circ$, где амплитуда j_τ^+ превосходила амплитуду j_τ^- , для $\delta < 45^\circ$ $|j_\tau^+| < |j_\tau^-|$. Уменьшение угла δ приводит к увеличению величин $M^\pm = \max_\xi |j_\tau^\pm| / \min_\xi |j_\tau^\pm|$.

Это является следствием того, что, как показано в [5], модуль коэффициента отражения по току поверхностной волны от края полубесконечного спирально проводящего волновода стремится к единице при $\delta \rightarrow 0$. Поэтому в волноводе конечной длины с уменьшением δ устанавливаются все более добротные продольные колебания поверхностного тока. Величину модуля коэффициента отражения по току R_1^\pm можно оценить, зная M^\pm , с помощью соотношения $|R_1^\pm| = (M^\pm - 1)/(M^\pm + 1)$. Так, для значений параметров, указанных на рис. 6, получается вели-

чина порядка 0,85. На повышение добротности продольных колебаний поверхности тока указывает и появление практически горизонтальных участков в распределении фазы токов. Так как удвоенное расстояние между двумя ближайшими минимумами $|j_{\tau}^{\pm}(\xi)|$ равно длине замедленной волны λ_3 , то, исходя из рис. 6, легко определяется фазовая скорость замедленной волны в рассматриваемой структуре: $v_{\phi} = \lambda_3 c / \lambda$. Вычисленное таким образом значение v_{ϕ} , в отличие от бесконечного спирального волновода, представляет собой, как это видно из распределения фазы вдоль структуры, среднее за пространственный период значение фактической фазовой скорости $v_{\phi} = ck [(d/d\xi) \arg j_{\tau}(\xi)]^{-1}$. Зависимость $|E_z(\xi)|$, характеризующая интенсивность взаимодействия поля замедленной волны с электронным потоком, внутри волновода имеет ту же структуру, что и амплитуда поверхности тока, а вне его быстро убывает.

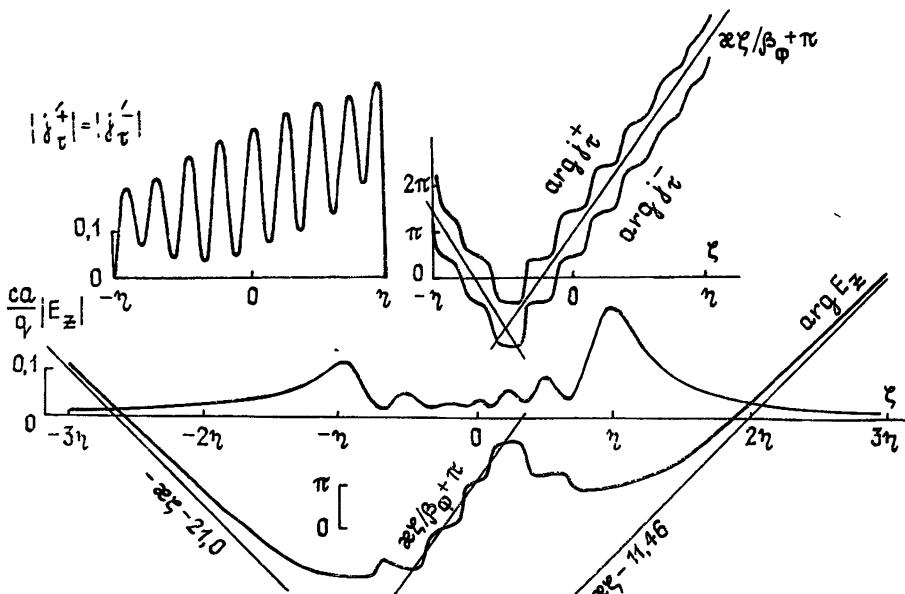


Рис. 5.

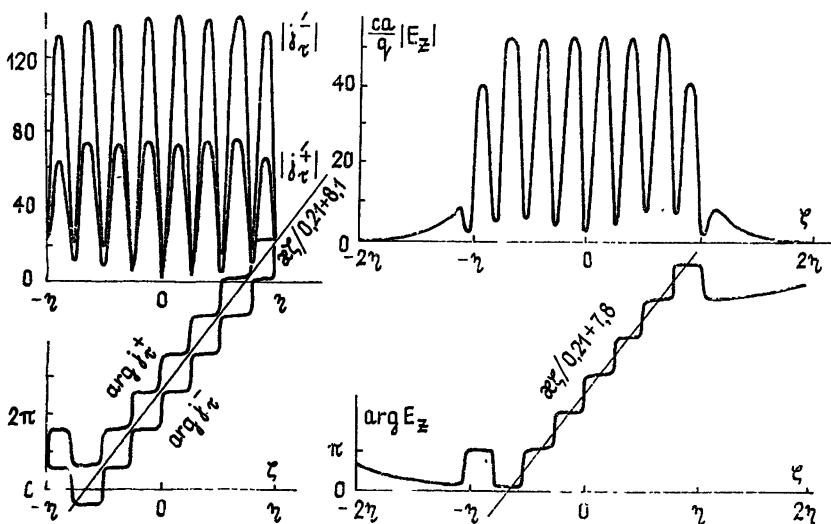


Рис. 6.

С увеличением длины спирально проводящего отрезка в распределении компонент $j_{\tau}^{\pm}(\xi)$, $E_z(\xi)$ вдоль отрезка волновода кроме коле-

заний с пространственным периодом $\lambda_3 = 2\pi/h$ появляются более длинноволновые колебания, которые порождают резонансные максимумы в зависимости $W_n(\beta)$ при $\beta_\Phi < \beta < 1$ (рис. 2). Причина появления этих колебаний становится видна при рассмотрении асимптотики распределения поверхностного тока в протяженном отрезке волновода ($\eta \gg 1$). Главный член асимптотики полного поверхностного тока вдали от краев отрезка имеет вид

$$j_\tau(\zeta) = \frac{q\kappa^2\gamma^2}{2i\pi^3 a \sin \delta} K_0(\kappa\gamma) \int_{-\infty}^{\infty} X(s) e^{is\zeta} ds = \frac{q\kappa^2\gamma^2}{2i\pi^3 a \sin \delta} \times \\ \times K_0(\kappa\gamma) \left\{ [Q(\kappa\beta^{-1})]^{-1} \exp(i\kappa\beta^{-1}\zeta) + [Q'(h)]^{-1} \left[\frac{\exp[i(h - \kappa\beta^{-1})\eta]}{h - \kappa\beta^{-1}} \right. \right. + \\ + 2\pi i \frac{\alpha(h) G_\beta(h)}{1 - \alpha^2(h)} \left. \right] e^{ih\zeta} + [Q'(h)]^{-1} \left[\frac{\exp[i(h + \kappa\beta^{-1})\eta]}{h + \kappa\beta^{-1}} \right. + \\ \left. \left. + 2\pi i \frac{\alpha(h) G_{-\beta}(h)}{1 - \alpha^2(h)} \right] e^{-ih\zeta} \right\}.$$

Первое слагаемое здесь представляет собой поле изображения электронного потока на поверхности рассеивающего экрана, а два других — прямую и обратную собственные волны спирального волновода. Одновременное распространение двух волн в прямом направлении приводит к возникновению эффекта пространственного биения волн. В результате суммарная прямая волна оказывается промодулированной с периодом $\lambda_m = 4\pi/(h - \kappa\beta^{-1})$, а ее амплитуда — с периодом $\lambda_m/2$ (рис. 7, $\delta = 11,25^\circ$, $\eta = 15$, $\kappa = 1,008$, $\beta_3 = 0,227$, $\beta_5 = 0,25$, $\beta_9 = 0,315$). Здесь индекс m у β_m означает номер резонанса (см. (11)) и равен числу полуволн на частоте модуляции, укладываемых вдоль отрезка волновода.

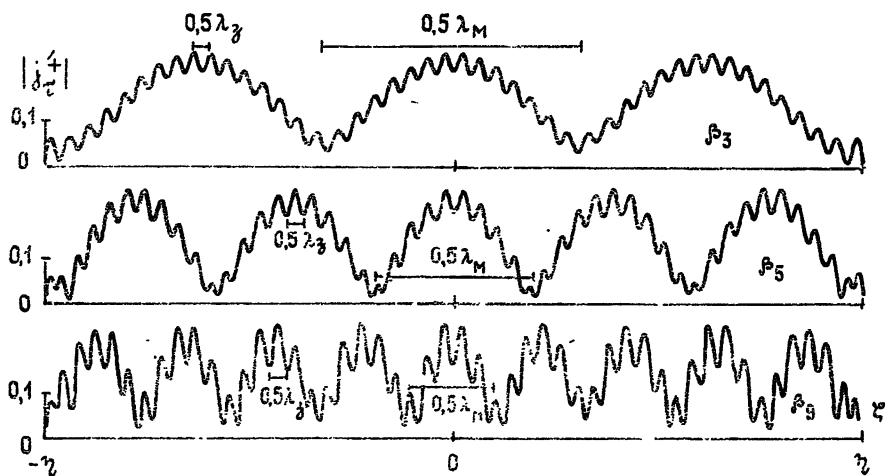


Рис. 7.

Так как амплитуда прямой волны промодулирована, а амплитуда обратной волны при малых δ близка к амплитуде прямой, то наряду с участками, на которых фаза $j_\tau^\pm(\zeta)$, $E_z(\zeta)$ растет вдоль структуры, при определенных значениях параметров имеются участки ее убывания (на рис. 8 $\eta = 15$, $\delta = 11,25^\circ$, $\kappa = 0,965$, $\beta = 0,2$; 0,232; 0,312). На этих участках фазовая скорость замедленной волны отрицательна, условие «синхронизма» на них не выполняется, поэтому наличие таких участков ослабляет эффективность взаимодействия электронного потока и замедленной волны. С помощью предложенного алгоритма можно добиться оптимизации этого взаимодействия.

Таким образом, в результате проведенного исследования установлено, что конечность размеров рассмотренной замедляющей системы приводит к появлению двух типов резонансного рассеяния электромагнитных волн из-за возникновения продольных колебаний поверхности тока. Для первого типа резонансов длина отрезка спирально проводящего волновода кратна, с учетом фазы коэффициента отражения, половине длины волны, замедленной им, для второго — половине периода модуляций, возникающих при сложении волны, замедленной системой, и волны поля изображения электронного потока в стенке волновода, распространяющихся в прямом направлении.

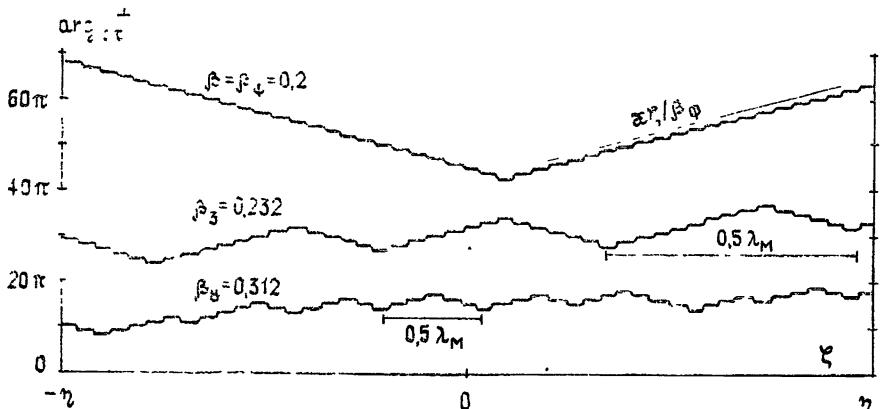


Рис. 8.

Можно показать, что оба эти типа резонансов имеют место также при рассеянии собственного поля модулированного потока заряженных частиц произвольными протяженными экранами, ориентированными вдоль направления движения потока.

ЛИТЕРАТУРА

- Клеен В. Введение в электронику сверхвысоких частот. Ч. I. — М.: Сов. радио, 1962.
- Лопухин В. М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками. — М.: Гостехиздат, 1956.
- Тараненко З. И., Трофименко Я. К. Замедляющие системы. — Киев: Техника, 1965.
- Силин Р. А., Сазонов В. П. Замедляющие системы. — М.: Сов. радио, 1966.
- Миказан П. С. — Радиотехника и электроника, 1960, 5, № 3, с. 403.
- Сологуб В. Г. — ЖВМ и МФ, 1971, 11, № 4, с. 837.
- Пазынин Л. А., Сологуб В. Г. — Препринт ИРЭ АН УССР № 241. — Харьков, 1984.
- Лапта С. И., Сологуб В. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1973, 16, № 10, с. 1588.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
12 июня 1985 г.

AN EXCITATION OF THE CYLINDRICAL FINITE LENGTH DELAYING SYSTEM BY THE MODULATED STREAM OF CHARGED PARTICLES

L. A. Pazynin, | V. G. Sologub |

The electromagnetic field arising during the time of moving of the modulated charged particle stream along the axis of the spiral conductive part of the circular waveguide is found in the given current approach. The main attention is paid to the field singularities analysis, stipulated by the finiteness of the delaying structure.