ЛИТЕРАТУРА

1. Farkas Z. D., Hogg H. A., Loew G. A., Wilson P. W. — Proc. of 9-th Int. Conf. on High Energy Accel., p. 576, May 1974.
2. Hogg H. A., Loew G. A., Price V. G. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1983, 30, № 4, p. 3457.
3. Fiebig A., Hohbach R. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1983, 30, № 4, p. 3563.
4. Farkas Z. D. Radio Frequency Storage Pulser. Patent USA № 4467284, 1984.
5. Альтман Д. Л. Устройства СВЧ. — М.: Мир, 1968.
6. Лебедюк И. И., Лысов А. И., Хастанов М. Е, Шевченко Ю. Д. — Изв. вузов — Радиофизика, 1982, 25, № 9, с. 1093.
7. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. — М.: Наука, 1965.

Высшее техническое училище им. Н. Э. Баумана

Поступила в редакцию 23 января 1986 г.

УДК 621.396.677.49

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ И СВОЙСТВА КОЭФФИЦИЕНТОВ МИНИМАЛЬНОГО МНОГОЧЛЕНА КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ ПОМЕХИ АДАПТИВНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

В. Т. Ермолаев

1. На выходе N-канальной адаптивной антенной решетки (ААР) максимальное отношение мощностей сигнала и помехи, равное $|W^+S|^2(W^+MW)^{-1}$, достигается при весовом векторе $W=M^{-1}S$ [1], где M — корреляционная матрица помехи, S — вектор сигнала, «+» — знак эрмитова сопряжения. В случае I внешних некоррелированных дискретных источников помехи корреляционную матрицу M можно представить в виде [2]

$$M = E_N + \Lambda H \Lambda^+ . \tag{1}$$

Здесь единичная матрица E_N размерности $N\times N$ описывает свойства собственного шума ААР; матрица Λ размерности $N\times I$ составлена из вектор-столбцов $\Phi_i (i = 1, 2, 3, \ldots, I)$ амплитудно-фазовых распределений, создаваемых отдельными источниками; диагональная матрица H размерности $I\times I$ имеет элементы $h_{ij} = \nu_i\delta_{ij}$, где ν_i — отношение мощностей i-го источника помехи и собственного шума в одном канале ААР, δ_{ij} — символ Кронекера.

Как показано в [3], минимальный многочлен матрицы M можно записать в виде $\varphi(\lambda) = \lambda^{I+1} - p_0\lambda^I - p_1\lambda^{I-1} - \ldots - p_I$. Он аннулирует матрицу M $(\varphi(M) = 0)$. Поэтому

$$M^{I+1} = p_0M^I + p_1M^{I-1} + \ldots + p_{I-1}M + p_IE_N . \tag{2}$$

Аналогичное разложение справедливо и для обратной матрицы M^{-1}:

$$\begin{gathered} M^{-1} = c_0E_N + c_1M + c_2M^2 + \ldots + c_IM^I , \\ c_0 = -\frac{p_{I-1}}{p_I}, \quad c_1 = -\frac{p_{I-2}}{p_I}, \ldots, \quad c_{I-1} = -\frac{p_0}{p_I}, \quad c_I = \frac{1}{p_I} . \end{gathered} \tag{3}$$

Коэффициенты многочлена $\varphi(\lambda)$ определены в [3] для простого случая двух источников помехи $(I = 2)$. Обобщение примененного там метода на случай произвольного числа I встречает большие трудности. В данной работе предлагается другой метод расчета, который допускает указанное обобщение. Сформулированы свойства коэффициентов в разложениях (2) и (3).

2. Возводя последовательно матрицу M вида (1) в возрастающие степени и применяя метод математической индукции, получим выражение

$$M^r = M^{r-1} + \Lambda B^{r-1}H\Lambda^+ , \tag{4}$$

где $B = E_I + H\Lambda^+\Lambda$, E_I — единичная матрица размерности $I\times I$. Аналогично, возводя в степень матрицу B, получим, что

$$B^r = B^{r-1} + H\Lambda^+M^{r-1}\Lambda. \tag{5}$$

В частном случае при $r = 0$ из (4) следует выражение для обратной матрицы $M^{-1} = E_N - \Lambda B^{-1} H \Lambda^+$ [2].

В правой части (2) с помощью (4) произведем последовательную замену степеней M. На первом шаге заменим матрицу E_N на $(M - \Lambda H \Lambda^+)$, на следующем шаге M заменим на $(M^2 - \Lambda BH\Lambda^+)$. Продолжая эту процедуру, через I шагов придем к выражению

$$M^{I+1} = (p_I + p_{I-1} + \ldots + p_0)M^I + \Lambda[-p_I E_I - (p_I + p_{I-1})B - \\ - (p_I + p_{I-1} + p_{I-2}) B^2 - \ldots - (p_I + p_{I-1} + \ldots + p_1)B^{I-1}] H\Lambda^+ . \tag{6}$$

Сравнивая (6) с (4) при $r = I + 1$, получим

$$p_I + p_{I-1} + p_{I-2} + \ldots + p_0 = 1 ; \tag{7}$$

$$B^I = -[p_I E_I + (p_I + p_{I-1})B + (p_I + p_{I-1} + p_{I-2})B^2 + \ldots + \\ + (p_I + p_{I-1} + \ldots + p_1)B^{I-1}] . \tag{8}$$

Характеристический многочлен $\psi(\lambda)$ матрицы B можно записать в виде $\psi(\lambda) = \lambda^I - q_1\lambda^{I-1} - q_2\lambda^{I-2} - \ldots - q_I$. Поскольку $\psi(B) = 0$, то можно записать, что $B^I = q_1 B^{I-1} + q_2 B^{I-2} + \ldots + q_I E_I$. Сравнивая это выражение с (8) и принимая во внимание (7), получим систему равенств

$$\sum_{k=I-n}^{I} p_k = \begin{cases} -q_{I-n} & \text{при} \quad n = 0, 1, 2, \ldots, I-1 \\ 1 & \text{при} \quad n = I \end{cases} . \tag{9}$$

Отсюда легко получить также систему равенств, связывающих коэффициенты c_k в (3) с коэффициентами q_k многочлена $\psi(\lambda)$:

$$\sum_{k=0}^{I-n} c_k = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad n = 0 \\ (1 + 1/q_I) & \text{при} \quad n = 1 \\ (1 - q_{n-1}/q_I) & \text{при} \quad n = 2, 3, \ldots, I \end{cases} . \tag{10}$$

Коэффициенты q_k многочлена $\psi(\lambda)$ найдем, применяя метод Леверье [4], согласно которому

$$kq_k = s_k - q_1 s_{k-1} - \ldots - q_{k-1} s_1 \quad (k = 1, 2, 3, \ldots, I) , \tag{11}$$

где $s_k = \mathrm{Sp}\,(B^k)$, $\mathrm{Sp}(\cdot)$ — след матрицы. Отметим, что коэффициенты q_k с точностью до знака совпадают с суммами главных миноров k-х порядков матрицы B. В частности, q_I удобно вычислять по формуле $q_I = (-1)^{I+1}\Delta_I$, где Δ_I — определитель матрицы B. Эти коэффициенты можно определить также методом Фаддеева [4, 5]

3. В теории и технике ААР важное значение имеет априорная информация о матрице M или M^{-1}. Ее использование позволяет ускорить или упростить процесс адаптации. В этой связи информация о свойствах коэффициентов в разложениях (2) и (3) представляет интерес. Из (9) и (10) следует, что $\sum_{k=0}^{I} p_k = 1$, $\sum_{k=0}^{I} c_k = 1$. Это означает, что суммы коэффициентов разложений (2) и (3) не зависят от взаимного положения и мощностей источников помехи. Коэффициенты p_k и c_k являются действительными знакопеременными числами, причем $p_0 > 0$ и $c_0 > 0$. Указанные коэффициенты инвариантны относительно унитарного преобразования помеховых колебаний в ААР. Действительно, при унитарном преобразовании U входной вектор колебаний X преобразуется в вектор $Y = U^+X$, а матрица M — в матрицу $\tilde{M} = U^+MU$.

Учитывая, что $\tilde{M}^r = U^+M^rU$, легко доказать, что выражения, аналогичные (2) и (3) для матрицы $\tilde{M}$, будут иметь такие же коэффициенты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Applebaum S. P. — IEEE Trans., 1976, AP-24, № 5, p. 585.
2. Ширман Я. Д., Манжос В. Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1981.
3. Ермолаев В. Т., Флаксман А. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1982, 25, № 4, с. 472.
4. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. — М.: Гостехиздат, 1953.
5. Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. Вычислительные методы линейной алгебры. — М.: Физматгиз, 1963.

Поступила в редакцию
7 февраля 1986 г.