

$$\times [(T_{z_1} - T_{a_1})(1 - A) \times (T_{z_2} - T_{a_2}) A].$$

Из (7) следует, что в случае модуляции входным циркулятором ошибки  $\Delta T$  не зависят от изменения  $T_{вх}$  при проведении измерения и калибровки.

На примере формулы (7) посмотрим, как выглядят выражения для  $\Delta T$  в режиме термостабилизации каждой из температур при своих заданных величинах температуры  $T_{a_1} = T_{a_2} = T_a$ ;  $T_{z_1} = T_{z_2} = T_z$ . В этом случае

$$\Delta T = \frac{(1-p^2)\Delta\eta - \Delta p^2\eta - \Delta p^2\Delta\eta}{\eta(1-p^2)} (T - T_a) + \frac{\Delta p^2}{\eta(1-p^2)} \times$$

$$\times (T_z - T_a) = K_1(T - T_a) + K_2(T_z - T_a).$$

Из (8) следует, что в этом случае наличие ошибок  $\Delta T$  связано только с отклонением свойств эталона от свойств измеряемого объекта. С другой стороны, обращает на себя внимание тот факт, что температура антенны во время калибровок и измерения должна находиться в соответствующем соотношении не только с температурой измеряемого объекта, но и с температурой согласованной нагрузки ( $T_z$ ).

Что касается погрешности  $\delta T$ , определяемой соотношением (3), то она может быть сделана достаточно малой (менее 0,1 K) путем точного измерения температуры эталонов и повышения флуктуационной чувствительности измерительных устройств.

Полученные в работе соотношения для оценки погрешностей определения глубинных температур позволили дать рекомендации по оптимальному построению схемы радиотермометра, созданию калибровочных эталонов и выбору температурных режимов измерений и калибровки. При выполнении этих рекомендаций абсолютная точность измерения глубинных температур может достигать десятых долей градуса.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Троицкий В. С. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 9, с. 1054.

Институт радиотехники и электроники  
АН СССР

Поступила в редакцию  
20 января 1986 г.

УДК 534.0

## СИНХРОНИЗАЦИЯ ХАОТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В СИСТЕМЕ МАККЕЯ—ГЛАССА

*П. С. Ланда, С. М. Перминов*

При изучении хаотических автоколебаний важным является вопрос об их количественных характеристиках. Сейчас известно несколько количественных характеристик хаотических автоколебаний: спектр, автокорреляционная функция, энтропия, ляпуновские показатели, размерности. В какой-то мере эти количественные характеристики хаоса связаны между собой: спектр связан с автокорреляционной функцией, энтропия — с ляпуновскими показателями и размерностями. При экспериментальных исследованиях определение этих характеристик, кроме спектра, как правило, сложно, так как требует машинной обработки получаемых реализаций с большими затратами времени и оперативной памяти ЭВМ [1, 2]. Поэтому актуальным является вопрос о характеристиках хаоса, легко определяемых из эксперимента.

В работах [3, 4] высказана и на ряде примеров проверена гипотеза о связи амплитудного порога синхронизации и энтропии системы. Под порогом синхронизации понимается то минимальное значение амплитуды внешнего периодического воздействия, при котором на какой-либо частоте этого воздействия существует синхронизация хаотической системы, т. е. колебания являются периодическими с периодом, кратным периоду внешнего воздействия.

Практически порог синхронизации удобно определять следующим образом. При достаточно большой амплитуде внешнего воздействия находим частоты, соответствующие границам областей синхронизации по первому переходу модуля мультипликатора через единицу. Уменьшая амплитуду воздействия  $A$ , определяем значения  $A_1, A_2, A_3, \dots$ , в которых эти границы смыкаются (индексы 1, 2, 3, ... соответствуют номерам областей синхронизации). Порогом синхронизации  $A_H$  является минимальное значение найденных величин  $A_i$ . Отметим, что для периодических систем порог синхронизации равен нулю [5]. Наличие порога синхронизации у хаотических систем можно, как уже отмечалось, объяснить тем, что тенденция к синхронизации происходит на фоне противоположной тенденции к хаосу. Синхронизация наступает тогда, когда первая тен-

денция превышает вторую. В работах [3, 4] на ряде примеров трехмерных систем показано, что

$$A_H = cK^\alpha, \quad (1)$$

где  $c$  — масштабный множитель,  $K$  — метрическая энтропия системы,  $\alpha = 0,33 \pm 0,05$  — коэффициент, по-видимому, единый для всех систем. В рассмотренных системах величина энтропии отождествлялась с максимальным положительным ляпуновским показателем, поскольку, согласно теореме Песина [6], на аттракторе энтропия равна сумме положительных ляпуновских показателей, а трехмерные системы могут иметь лишь один такой показатель. Поэтому вопрос о том, входит ли в формулу (1) действительно энтропия, а не максимальный положительный ляпуновский показатель, остается открытым.

Выяснению этого вопроса посвящена данная работа. Исследуется синхронизация системы Маккея—Гласса [7], которая описывается дифференциальным уравнением с запаздыванием:

$$\dot{x} = ax_c / (1+x_c^c) - bx, \quad (2)$$

где  $x_c = x(t - \tau)$ .

Уравнение (2) при  $a=0,2$ ,  $b=0,1$ ,  $c=10$  и различных значениях  $\tau$  исследовалось в работе [7] с использованием процедуры Паккарда—Такенса [8]. Согласно результатам [7] стационарное состояние  $x=0$  теряет устойчивость при  $\tau=4,53$ , и при этом возникает предельный цикл с периодом, равным  $T=3\tau$ .

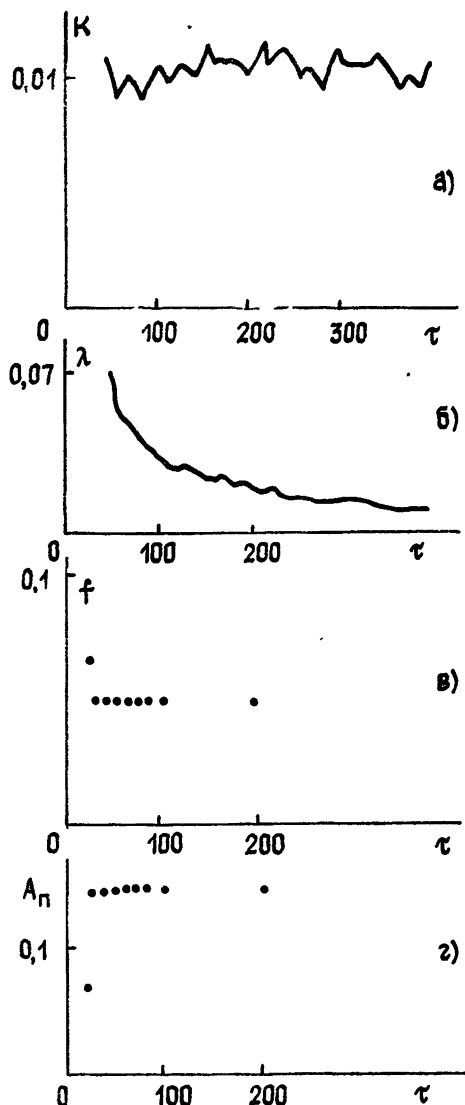


Рис. 1.

При  $\tau=13,3$  начинается серия бифуркаций удвоения периода, приводящая к хаосу при  $\tau=16,8$ . В области хаоса были определены размерности аттрактора и спектр

ляпуновских показателей. На рис. 1 а, б приведены взятые из [7] зависимости от  $\tau$  энтропии и максимального ляпуновского показателя. Как видно из рис. 1, при увеличении параметра  $\tau$  в зоне хаоса величина энтропии остается примерно постоянной, а величина максимального положительного ляпуновского показателя убывает (число положительных показателей соответственно возрастает).

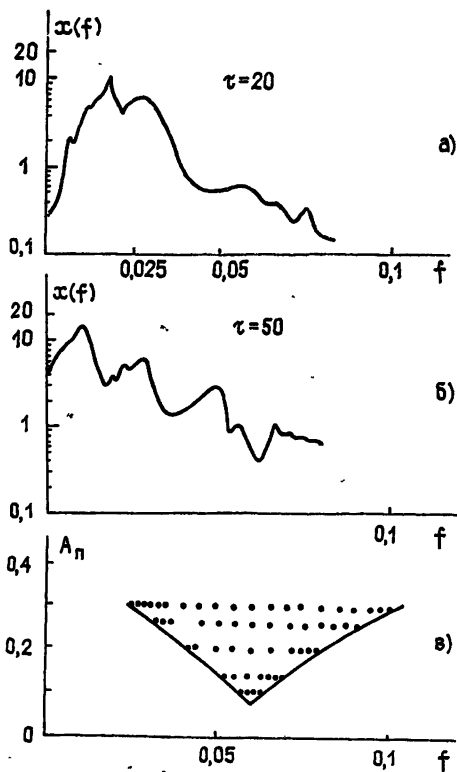


Рис. 2.

На рис. 2а, б представлены полученные нами спектры колебаний в системе (2) при различных значениях параметра  $\tau$ . Видно, что в области хаоса спектры являются сплошными с явно выраженными пиками на частотах вблизи значений  $f \sim 1/3\tau$ .

При добавлении нами в уравнение (2) члена  $A \cos 2\pi ft$  численно наблюдалось явление синхронизации в описанном выше смысле. На рис. 2в изображена основная область синхронизации при  $\tau=20$ . При этом вблизи порога синхронизация происходит на частотах, слабо выраженных в спектрах автономного генератора. Это, по-видимому, связано с сильной нелинейностью рассматриваемой системы. Большой интерес представляет то, что частота, соответствующая порогу синхронизации, при изменении  $\tau$  практически не меняется (рис. 1в).

Расчеты показали, что величина порога синхронизации вначале с ростом  $\tau$  увеличивается, а затем практически остается постоянной в той области, где энтропия  $K \sim \text{const}$  (рис. 1г). Это свидетельствует о том, что величина порога синхронизации зависит не от величины максимального положительного ляпуновского показателя, а именно от энтропии системы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Grassberger P. — *Physica*, 1983, 9 D, p. 189.
2. Takens F. — *Lect. Notes Math.*, 1981, № 898, p. 366.
3. Кузнецов Ю. И., Ланда П. С., Перминов С. М., Ольховой А. Ф. — Препринт физфака МГУ № 9. — М., 1984.
4. Кузнецов Ю. И., Ланда П. С., Перминов С. М., Ольховой А. Ф. — *ДАН СССР*, 1985, 281, № 2, с. 291.
5. Блехман И. И. *Синхронизация в природе и технике*. — М.: Наука, 1981, с. 351.
6. Песин Я. Б. — *УМН*, 1977, 32, с. 55.
7. Farmer J. D. — *Physica*, 1982, 4 D, p. 336.

Московский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
13 января 1986 г.