

УДК 537.87

## ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ НА ГРАНИЦЕ НАМАГНИЧЕННЫЙ ПОЛУПРОВОДНИК — ДИЭЛЕКТРИК

*Н. Н. Белецкий, Е. А. Гасан, В. М. Яковенко*

Получен спектр резонансных частот поверхностных колебаний на границе полупроводник — диэлектрик в случае произвольного распространения волны по отношению к внешнему постоянному магнитному полю, ориентированному параллельно плоскости раздела сред. Определены условия, при которых решения типа поверхностных колебаний отсутствуют, т. е. в спектре резонансных частот поверхностных волн появляется щель. Показано, что наличие щели соответствует непропусканию поверхностных колебаний в определенном секторе углов. Найдена зависимость положения и ширины щели от величины внешнего постоянного магнитного поля и параметров полупроводника и диэлектрика.

В последние годы в соответствии с тенденциями развития радиофизики и СВЧ электроники активно ведутся исследования поверхностных электромагнитных волн в плазме полупроводников. Уже довольно хорошо изучены свойства поверхностных волн в изотропной плазме. Их спектр ограничен сверху собственной частотой электростатических колебаний плазмы на границе раздела сред. Эта резонансная частота не зависит от направления распространения волны. Иначе обстоит дело в плазме, находящейся во внешнем постоянном магнитном поле  $H_0$ . Резонансные частоты в этом случае зависят от взаимной ориентации  $H_0$  и направления распространения поверхностной волны. Более того, для некоторых их ориентаций решения типа поверхностных волн отсутствуют. Знание таких областей имеет важное значение для возбуждения и обнаружения собственных поверхностных колебаний в магнитоактивной плазме. Изучению особенностей спектра поверхностных колебаний посвящены работы [1-4]. В них электростатические колебания рассматривались на границе газоразрядной [1, 2] и полупроводниковой [3, 4] плазмы. В последнем случае резонансные частоты найдены лишь для некоторых направлений распространения поверхностных колебаний относительно  $H_0$ .

Пусть невырожденный полупроводник  $n$ -типа занимает область пространства  $y < 0$ , а диэлектрик —  $y > 0$ . Внешнее постоянное магнитное поле  $H_0$  направлено вдоль границы раздела сред параллельно оси  $z$ . Магнитоплазменные колебания считаются потенциальными. Зависимость всех переменных величин от времени и координат представим в виде  $\exp[i(k_x x + k_z z + k_y y - \omega t)]$ , где  $\omega$  — частота, а  $k = (k_x, k_y, k_z)$  — волновой вектор. Пространственной дисперсией и потерями в среде пренебрегаем.

Поперечное волновое число поверхностных потенциальных колебаний в магнитоактивной полупроводниковой плазме имеет следующий вид:

$$k_{ys} = -i \kappa \sqrt{\sin^2 \theta + (\epsilon_{zz}/\epsilon_{xx}) \cos^2 \theta}, \quad (1)$$

где  $\theta$  — угол между двумерным волновым вектором  $\kappa = (k_x, 0, k_z)$  и  $H_0$  ( $k_x = \kappa \sin \theta$ ,  $k_z = \kappa \cos \theta$ ),  $\epsilon_{xx}$  и  $\epsilon_{zz}$  — диагональные компоненты тензора диэлектрической проницаемости полупроводниковой магнитоактивной плазмы [5, 6].

Так как поверхностные электростатические колебания существуют при выполнении условия  $\text{Im } k_{ys} < 0$ , то подкоренное выражение в формуле (1) должно быть больше нуля, т. е.

$$\sin^2 \theta + (\epsilon_{zz}/\epsilon_{xx}) \cos^2 \theta > 0. \quad (2)$$

В диэлектрике поперечное волновое число поверхностных колебаний равно  $k_{yd} = i\kappa$ .

Спектр резонансных частот поверхностных колебаний на границе магнитоактивная полупроводниковая плазма — диэлектрик определяется из следующего уравнения:

$$\epsilon_d - i\epsilon_{xy} \sin \theta + \epsilon_{xx} \sqrt{\sin^2 \theta + (\epsilon_{zz}/\epsilon_{xx}) \cos^2 \theta} = 0. \quad (3)$$

Выражение (3) совпадает с дисперсионным уравнением (6) работы [1] для поверхностных электростатических колебаний на границе плазма — вакуум, параллельно которой приложено внешнее постоянное магнитное поле. Из него в геометрии Фарадея ( $\theta = 0$ ) и Фойгта ( $\theta = \pm\pi/2$ ) следуют известные выражения для резонансных частот поверхностных магнитоплазменных поляритонов [7-10].

Введем относительные величины  $\xi = \omega/\omega_p$ ,  $\eta = \omega_H/\omega_p$ ,  $\epsilon_i = \epsilon_0/\epsilon_d$ , где  $\omega_p = \left(\frac{4\pi e^2 n_0}{m\epsilon_0}\right)^{1/2}$  и  $\omega_H = \frac{|e|H_0}{mc}$  — плазменная и циклотронная частоты;  $e$ ,  $n_0$ ,  $m$  — заряд, концентрация и эффективная масса электронов,  $\epsilon_0$  и  $\epsilon_d$  — диэлектрические постоянные кристаллической решетки полупроводника и диэлектрика.

В случае границы раздела плазма — вакуум ( $\epsilon_i = 1$ ) уравнение (3) является квадратным относительно  $\xi$ . Из него легко получить аналитическое выражение для частот поверхностных электростатических колебаний [1, 2]. В общем случае  $\epsilon_i \neq 1$  уравнение (3) является уравнением четвертой степени относительно  $\xi$  [3].

Анализ уравнения (3) численными методами показывает, что спектр электростатических колебаний  $\xi_{sp}(\theta)$  лежит в области

$$\xi_{sp}^- < \xi_{sp}(\theta) < \xi_{sp}^+, \quad (4)$$

где

$$\xi_{sp}^{\pm} = \pm \frac{\eta}{2} + \sqrt{\frac{\eta^2}{4} + \frac{\epsilon_i}{(\epsilon_i + 1)}}. \quad (5)$$

Частоты поверхностных электростатических колебаний достигают своего максимального  $\xi_{sp}^+$  и минимального  $\xi_{sp}^-$  значений при  $\theta = -\pi/2$  и  $\theta = \pi/2$  соответственно. Физически это связано с тем, что вектор напряженности электрического поля поверхностной волны лежит в плоскости, проходящей через нормаль к границе раздела сред и вектор  $\kappa$ . При  $\theta = \pm\pi/2$  эта плоскость перпендикулярна к  $H_0$ , т. е. действие силы Лоренца на электроны будет наиболее эффективным. При  $\theta = -\pi/2$  сила Лоренца находится в фазе с силой, действующей на электроны со стороны электрического поля поверхностной волны, а при  $\theta = \pi/2$  — в противофазе. Ясно, что в первом случае частота колебаний должна быть максимальной, а во втором — минимальной.

При некоторых соотношениях между параметрами  $\eta$  и  $\epsilon_i$  в спектре (4) появляется область (щель), в которой поверхностные колебания отсутствуют. Этой области соответствует некоторый интервал непропускания поверхностных электростатических колебаний по углу  $\theta$ .

Точки разрыва в спектре частот поверхностных электростатических колебаний находятся из уравнений:

$$\epsilon_{xx} = 0; \quad (6)$$

$$\epsilon_{xx} \sin^2 \theta + \epsilon_{zz} \cos^2 \theta = 0. \quad (7)$$

В этих критических точках уравнение (3) имеет вид

$$\varepsilon_d - i \varepsilon_{xy} \sin \theta = 0. \quad (8)$$

Щель в спектре частот поверхностных электростатических колебаний появляется в том случае, когда две критические точки попадают в область (4). В интервале частот между ними подкоренные выражения в формулах (1) и (3) являются отрицательными, т. е. поверхностных колебаний не существует.

Критическая точка  $\varepsilon_{xx} = 0$  соответствует частоте объемного магнитоплазменного резонанса  $\xi_r = \sqrt{1 + \eta^2}$ . В этой точке  $k_{y_s}^2$  имеет особенность типа полюс. Из условия  $\xi_r = \xi_{sp}^+$  находим следующее соотношение между параметрами  $\eta$  и  $\varepsilon_i$ :

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{ir} = \sqrt{1 + \eta^2} / \eta. \quad (9)$$

Если  $\varepsilon_i > \varepsilon_{ir}$ , то  $\xi_r < \xi_{sp}^+$  и в спектре частот поверхностных электростатических колебаний появляется щель, связанная с наличием в полупроводнике объемного магнитоплазменного резонанса (6). Для  $\varepsilon_i < \varepsilon_{ir}$   $\xi_r > \xi_{sp}^+$  и объемный резонанс не оказывает влияния на спектр (4). Критический угол  $\theta_r$ , при котором частота поверхностных электростатических колебаний  $\xi_{sp}(\theta_r)$  совпадает с  $\xi_r$ , равен

$$\theta_r = -\arcsin(\sqrt{1 + \eta^2} / \eta \varepsilon_i). \quad (10)$$

Из уравнения (10) следует, что  $0 > \theta_r \geq -\pi/2$  при  $\varepsilon_i \geq \varepsilon_{ir}$ . Множество решений системы уравнений (7), (8) соответствует двум частотным интервалам

$$\max[1, \eta] \leq \xi \leq \xi_r; \quad (11)$$

$$\xi \leq \min[1, \eta]. \quad (12)$$

Во внутренних точках интервалов (11) и (12) компоненты тензоров  $\varepsilon_{xx}$  и  $\varepsilon_{zz}$  имеют разные знаки.

Критические частоты, соответствующие обращению в нуль подкоренных выражений в формулах (1) и (3), определяются из следующего уравнения:

$$\xi_{c1,2}^2 = \frac{\eta^2 + \varepsilon_i^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\eta^2 + \varepsilon_i^2}{2}\right)^2 - \varepsilon_i^2}. \quad (13)$$

Частоты  $\xi_{c1,2}$  являются истинными корнями системы уравнений (7), (8), если они удовлетворяют одному из неравенств (11), (12). Этим частотам соответствуют критические углы распространения поверхностных электростатических колебаний

$$\theta_{c1,2} = \arcsin\left(\frac{(\eta^2 - \xi_{c1,2}^2) \xi_{c1,2}}{\varepsilon_i \eta}\right). \quad (14)$$

Если параметры  $\eta$  и  $\varepsilon_i$  связаны соотношением

$$\varepsilon_i^2 - 2\varepsilon_i + \eta^2 = 0, \quad (15)$$

то подкоренное выражение в формуле (13) обращается в нуль. При этом  $\xi_{c1} = \xi_{c2} = \xi_c = (\varepsilon_i)^{1/2}$ . Частота  $\xi_c$ , лежащая в одном из частотных интервалов (11), (12), представляет собой предельное значение критической частоты, при котором щель в спектре частот поверхностных электростатических колебаний, лежащая между  $\xi_{c1}$  и  $\xi_{c2}$ , модифицируется в точку.

Совместное решение системы уравнений (9) и (15) имеет вид

$$\eta = \eta_a = \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2}\right)^{1/2} = 0,786, \quad \varepsilon_i = \varepsilon_{ia} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618. \quad (16)$$

В точке (16)  $\xi_r = \xi_{sp}^+ = \xi_c$  и  $\theta_r = \theta_c = -\pi/2$ . Решая уравнение (15) относительно  $\varepsilon_i$ , находим

$$\varepsilon_i^\pm = 1 \pm \sqrt{1 - \eta^2}. \quad (17)$$

Ветви  $\varepsilon_i^\pm(\eta)$  существуют при  $\eta \leq 1$ . Им соответствуют предельные частоты

$$\xi_c^\pm = (1 \pm \sqrt{1 - \eta^2})^{1/2}. \quad (18)$$

При  $\eta=1$  ветви  $\varepsilon_i^\pm$  совпадают:  $\varepsilon_i^+ = \varepsilon_i^- = 1$  и  $\xi_c^+ = \xi_c^- = 1$ . Из рис. 1 видно, что кривые  $\varepsilon_i = \varepsilon_i^+(\eta)$ ,  $\varepsilon_i = \varepsilon_{ir}(\eta)$  и  $\varepsilon_i = 1 + \eta^2$  пересекаются в точке (16).

Рассмотрим вначале зависимость критических частот и критических углов поверхностных электростатических колебаний от  $\varepsilon_i$ , считая, что величина  $\eta$  является параметром.

В промежутке  $1 > \eta > \eta_a$  предельная частота  $\xi_c^+ = (\varepsilon_i^+)^{1/2} < \xi_r$ , т. е. она лежит в области определения критических точек (11). Этой предельной частоте соответствует угол  $\theta_c^+$ . При  $\varepsilon_i > \varepsilon_i^+$  существуют две ветви критических частот  $\xi_{c1}(\varepsilon_i)$  и  $\xi_{c2}(\varepsilon_i)$ , причем ветвь  $\xi_{c1}(\varepsilon_i)$  является возрастающей, а ветвь  $\xi_{c2}(\varepsilon_i)$  — убывающей. Согласно (13) при  $\varepsilon_i = \varepsilon_{ir}$  критические точки  $\xi_{c1}(\varepsilon_{ir})$  и  $\xi_r$  совпадают и лежат на верхней границе спектра частот поверхностных электростатических колебаний  $\xi_{sp}^+$ . При этом  $\theta_r = \theta_{c1} = -\pi/2$ . Если  $\varepsilon_i > \varepsilon_{ir}$ , то ветвь  $\xi_{c1}(\varepsilon_i)$  не приводит к разрыву в спектре (4), так как она лежит в области частот  $\xi > \xi_r$ . В этом промежутке значений  $\varepsilon_i$  щель в спектре частот поверхностных колебаний лежит между критическими точками  $\xi_r$  и  $\xi_{c2}(\varepsilon_i)$ .

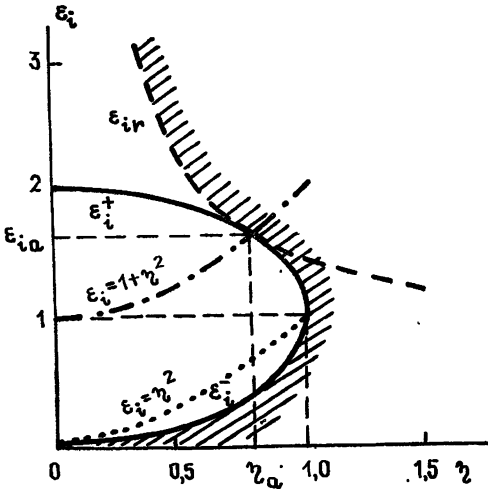


Рис. 1. Графики характерных кривых, связанных с критическими точками спектра частот поверхностных электростатических колебаний. Заштрихована область параметров  $(\eta, \varepsilon_i)$ , в которой спектр частот поверхностных колебаний является разрывным.

В промежутке  $\eta < \eta_a$  предельная частота  $\xi_c^+ > \xi_r$ , т. е. она является посторонним корнем системы уравнений (7), (8). Если  $\varepsilon_i > \varepsilon_i^+$ , то ветвь  $\xi_{c2}(\varepsilon_i)$  попадает в область (11) при  $\varepsilon_i = \varepsilon_{ir}$ . При этом критическая точка  $\xi_{c2}(\varepsilon_{ir})$  совпадает с критической точкой  $\xi_r$  и обе они лежат на верхней границе  $\xi_{sp}^+$  спектра (4), причем  $\theta_{c2} = \theta_r = -\pi/2$ . При дальнейшем увеличении  $\varepsilon_i$  ветвь  $\xi_{c2}(\varepsilon_i)$  лежит в области частот  $\xi < \xi_r$ , точки  $\xi_r$  и  $\xi_{c2}$  расходятся и в спектре частот поверхностных колебаний появляется щель.

Из рис. 1 видно, что для  $\eta < 1$  выполняется условие  $\varepsilon_i^- < \eta^2$ . В результате предельная частота  $\xi_c^- < \eta$  (соответствующий ей предельный угол обозначен  $\theta_c^-$ ), т. е. она лежит в области (12).

При  $\varepsilon_i < \varepsilon_i^-$  в спектре (4) существует щель, связанная с критическими точками  $\xi_{c1}$  и  $\xi_{c2}$ . Таким образом, при фиксированном  $\eta$ , лежа-

щем в области  $1 > \eta > \eta_a$ , спектр частот поверхностных электростатических колебаний является непрерывным, если

$$\varepsilon_i^- < \varepsilon_i < \varepsilon_i^+ \quad (19)$$

В интервале  $\eta < \eta_a$  этот спектр непрерывен при условии

$$\varepsilon_i^- < \varepsilon_i < \varepsilon_{ir} \quad (20)$$

На рис. 2 и рис. 3 представлены зависимости критических частот и критических углов поверхностных электростатических колебаний от  $\varepsilon_i$  для различных фиксированных значений  $\eta$ .

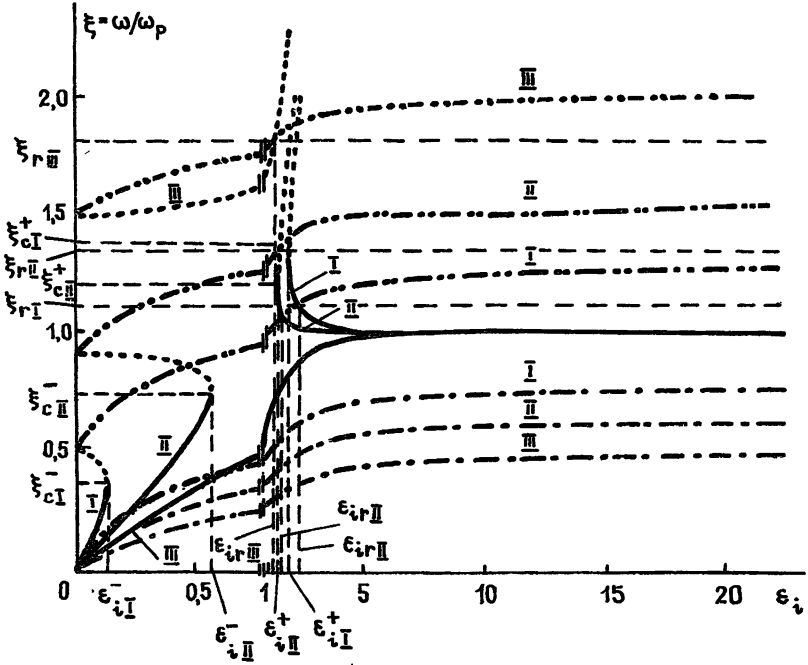


Рис. 2. Зависимость критических частот поверхностных электростатических колебаний на границе раздела полупроводник—диэлектрик от  $\varepsilon_i$  при фиксированном  $\eta$ :  
 I —  $\eta = 0,5 < \eta_a$ ; II —  $\eta = 0,9 > \eta_a$ ; III —  $\eta = 1,5$ .

Пунктирные линии соответствуют ветвям  $\xi_{c1}(\varepsilon_i)$ , сплошные линии —  $\xi_{c2}(\varepsilon_i)$ , штрихпунктирные линии —  $\xi_{sp}^+(\varepsilon_i)$ .

На рис. 4 приведена зависимость частоты поверхностных электростатических колебаний от  $\theta$  на границе полупроводник — диэлектрик для определенного соотношения между  $\varepsilon_i$  и  $\eta$ . Рассмотрим теперь зависимость критических точек от  $\eta$  при фиксированном  $\varepsilon_i$ . Для  $\varepsilon_i < \varepsilon_{ia}$  щель в спектре частот поверхностных электростатических колебаний появляется при

$$\eta > \eta_c = [\varepsilon_i(2 - \varepsilon_i)]^{1/2} \quad (21)$$

Если  $\eta = \eta_c$ , то щель в спектре поверхностных колебаний модифицируется в точку. Этому случаю соответствует предельная частота

$$\xi_c = (\varepsilon_i)^{1/2} \text{ и предельный угол } \theta_c = \arcsin\left(\frac{(1 - \varepsilon_i)}{\sqrt{2 - \varepsilon_i}}\right).$$

Так как  $\varepsilon_{ir} > 1$  для любого конечного значения  $\eta$ , то при  $\varepsilon_i < 1$  разрыв в спектре частот поверхностных электростатических колебаний обусловлен критическими точками  $\xi_{c1}$  и  $\xi_{c2}$ . В пределе  $\eta \rightarrow \infty$  находим  $\theta_{c1} \rightarrow -\arcsin \varepsilon_i$ ,  $\theta_{c2} \rightarrow \pi/2$ . Если  $\varepsilon_{ia} > \varepsilon_i > 1$ , то ветви  $\xi_{c1}(\eta)$  и  $\xi_{c2}(\eta)$  существуют в интервале  $\eta_c \leq \eta \leq \eta_r$ , где

$$\eta_r = (\sqrt{\varepsilon_i^2 - 1})^{-1} \quad (22)$$

При  $\eta = \eta_r$  имеем  $\xi_{c1} = \xi_r$  и  $\theta_{c1} = \theta_r = -\pi/2$ . Если  $\eta > \eta_r$ , то  $\xi_{c1}(\eta) > \xi_r$  и разрыв в спектре частот поверхностных колебаний обусловлен критическими точками  $\xi_r$  и  $\xi_{c2}$ . Для  $\varepsilon_i > \varepsilon_{ia}$  щель в спектре (4) появляется при  $\eta > \eta_r$ . Она лежит между критическими точками  $\xi_r$  и  $\xi_{c2}$ .

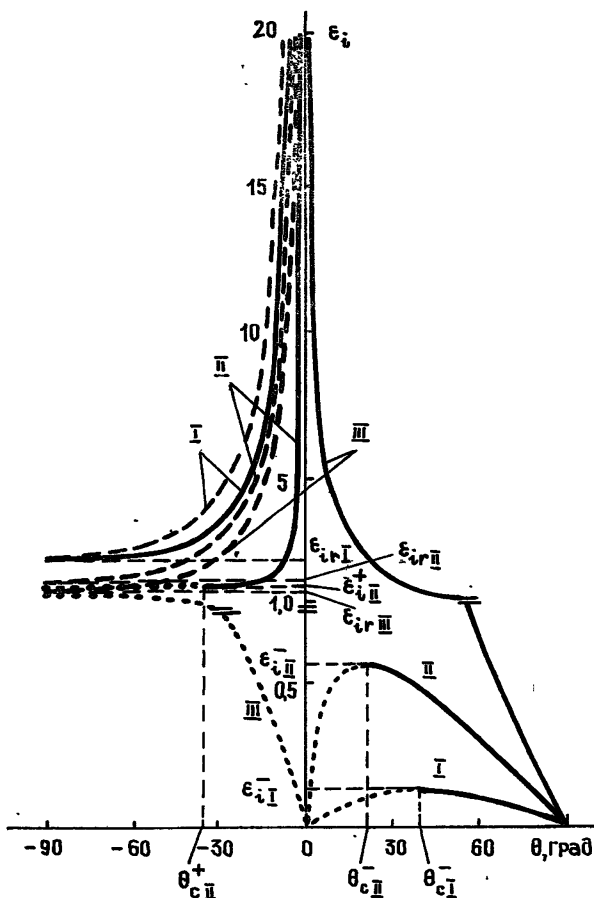


Рис. 3. Зависимость критических углов распространения поверхностных электростатических колебаний на границе полупроводник—диэлектрик от  $\varepsilon_i$  при фиксированном  $\eta$ :  
 I —  $\eta = 0,5 < \eta_a$ ; II —  $\eta = 0,9 > \eta_a$ ; III —  $\eta = 1,5$ .  
 Пунктирные линии соответствуют ветвям  $\theta_{c1}(\varepsilon_i)$ , сплошные линии —  $\theta_{c2}(\varepsilon_i)$ , штриховые линии —  $\theta_r(\varepsilon_i)$ .

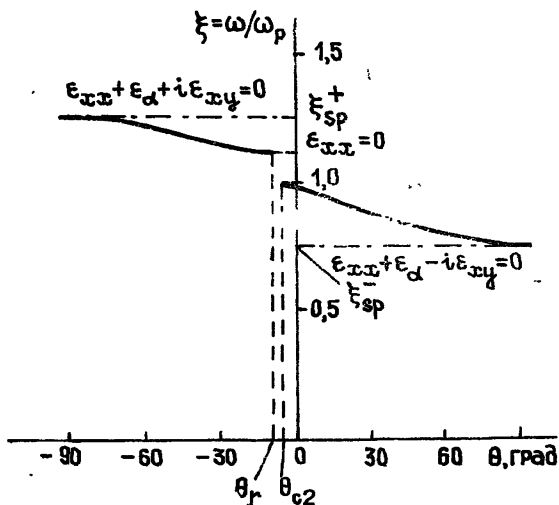


Рис. 4. Зависимость частоты поверхностных электростатических колебаний на границе раздела полупроводник—диэлектрик от величины  $\theta$  при  $\eta = 0,5$ ,  $\varepsilon_i = 16$ .

Отметим, что если  $\eta \geq 1$ , то щель в спектре частот поверхностных электростатических колебаний существует при любых  $\varepsilon_i$ , причем в случае  $\varepsilon_i = \eta = 1$  она модифицируется в точку и распространение поверхностных волн вдоль  $H_0$  становится невозможным ( $\theta_c = 0$ ). Этот результат находится в соответствии с выводом работы [1] о том, что высокочастотные поверхностные потенциальные волны отсутствуют в некоторой области углов  $\theta$  в случае, когда  $H_0$  параллельно границе плазма—вакуум при  $\omega_H \geq \omega_p$ .

Таким образом, существование, ширина и положение щели в спектре частот поверхностных электростатических колебаний полностью определяется парой величин ( $\eta$ ,  $\varepsilon_i$ ). Так как частота поверхностных колебаний однозначно зависит от угла  $\theta$ , то области щели по частоте соответствует определенный сектор углов  $\theta$ , в котором электростатические колебания на границе раздела сред не существуют. Результаты проведенного исследования позволяют предсказать зависимость частот поверхностных электростатических колебаний от  $\theta$  для любых значений  $\eta$  и  $\varepsilon_i$ , а также найти перестройку спектра частот этих колебаний при изменении как  $\eta$ , так и  $\varepsilon_i$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Пахомов В. И., Степанов К. Н. — ЖТФ, 1967, 37, № 8, с. 1393.
2. Abdel-Shahid N. Z., Pakhomov V. I. — Plasma Phys., 1970, 12, № 1, p. 55.
3. Chiu K. W., Quinn J. — J. Phys. Rev., 1972, B 5, № 12, p. 4707.
4. Ханкина С. И., Яковенко В. М. — ФТТ, 1967, 9, № 10, с. 2943.
5. Владимиров В. В., Волков А. Ф., Мейлихов Е. З. Плазма полупроводников. — М.: Атомиздат, 1979. — 256 с.
6. Белецкий Н. Н., Булгаков А. А., Ханкина С. И., Яковенко В. М. Плазменные неустойчивости и нелинейные явления в полупроводниках. — Киев: Наукова думка, 1984. — 192 с.
7. Бразис Р. С. — Лит. физ. сб., 1981, 21, № 4, с. 73.
8. Альтшулер Е. Ю., Кац Л. И., Попов В. В. Обзоры по электронной технике. Сер. 1. Электроника СВЧ. — М.: ЦНИИ Электроника, 1983, вып. 7(940). — 60 с.
9. Brion J. J., Wallis R. F., Hartstein A., Burstein E. — Phys. Rev. Lett., 1972, 28, № 22, p. 1455.
10. Wallis R. F., Brion J. J., Burstein E., Hartstein A. — Phys. Rev., 1974, B 9, № 9, p. 3424.

Институт радиофизики и электроники  
АН УССР

Поступила в редакцию  
3 июня 1985 г.

#### SURFACE ELECTROSTATIC OSCILLATIONS AT THE MAGNETIZED SEMICONDUCTOR-DIELECTRIC INTERFACE

*N. N. Beletskij, E. A. Gasan, V. M. Yakovenko*

The spectrum of resonance frequency of the surface oscillations are obtained on the semiconductor-dielectric boundary for the case of arbitrary wave propagation with respect to external magnetic field, the latter being directed along the boundary between the media. The conditions have been determined when the solutions of the surface wave-type are absent, i.e. a gap arises in the spectrum of the surface polariton resonance frequencies. The gap is shown to cause the surface wave nonpropagate in a definite angle interval. The dependence of both position and width of the gap on external magnetic field and the parameters of semiconductor and dielectric has been obtained.