

УДК 621.372.85

ДИФРАКЦИЯ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ НА КОНЦЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ТРУБКИ

А. Д. Васильев, А. Б. Маненков

На примере задачи о дифракции поверхностной волны на конце тонкостенной диэлектрической трубки исследован вопрос о точности различных вариантов вариационной методики. Показано, что наилучшие результаты расчета коэффициента отражения обеспечивает стационарный функционал, построенный при совместном использовании интегральных уравнений для электрического и магнитного полей (смешанная формулировка вариационного принципа).

Вариационный метод, предложенный первоначально для исследования нерегулярных металлических волноводов [1], оказался также весьма эффективным для анализа большого числа задач, связанных с расчетом неоднородностей в открытых структурах [2, 3]. Однако на основе простейших вариантов этого метода довольно трудно оценить погрешность получаемых результатов, а также выбрать из этих вариантов наиболее точный. В ряде случаев можно ответить на эти вопросы, если существует точное решение задачи. Анализ таких задач интересен тем, что позволяет дать определенные рекомендации при использовании вариационной методики для близких (по геометрии) нерегулярных структур, для которых точное решение неизвестно. В настоящей работе такой анализ проведен на примере задачи об отражении поверхностной волны от открытого конца тонкостенной диэлектрической трубки.

1. Основные уравнения. Геометрия задачи изображена на рис. 1а; средний диаметр трубки обозначен через $2a$, толщина стенки — через $2d$ и диэлектрическая проницаемость — через ϵ . Слева на конец волновода набегают поверхностная симметричная мода магнитного типа H_{01} .

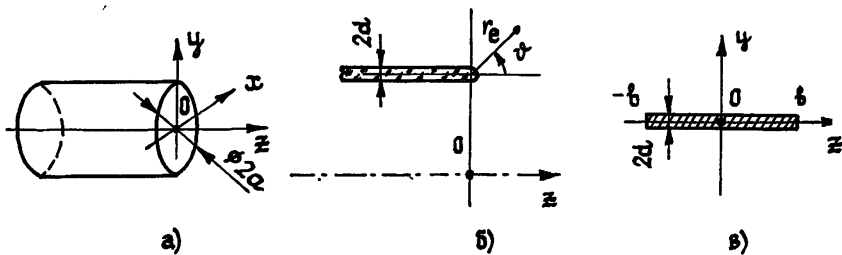


Рис. 1.

Вне стенки электрическое поле этой моды в цилиндрической системе координат r, ϕ, z может быть представлено в виде*

$$E_{\phi} = \begin{cases} AI_1(pr)e^{ihz}, & r < a - d \\ BK_1(pr)e^{ihz}, & r > a + d \end{cases} \quad (1)$$

где I_1, K_1 — модифицированные цилиндрические функции, A, B — константы, $h = \sqrt{k^2 + p^2}$ — постоянная распространения, $k = \omega \sqrt{\epsilon \mu_0}$ —

* Зависимость от времени предполагается в виде $\exp(-i\omega t)$.

волновое число, ϵ_v , μ_v — проницаемости вакуума. Поперечное волновое число p определяется из характеристического уравнения, которое, в свою очередь, выводится из условия непрерывности полей на границах $r = a \pm d$. В дальнейшем будем рассматривать волновод с тонкой стенкой, у которого

$$kd\sqrt{\epsilon/\epsilon_v} \ll 1, \quad d \ll a, \quad \epsilon > \epsilon_v. \quad (2)$$

В этом случае на поверхности $r=a$ можно ввести приближенные граничные условия [4, 5]

$$E_\varphi^+ = E_\varphi^-, \quad H_z^+ - H_z^- = YE_\varphi^+, \quad Y = 2i\omega d(\epsilon - \epsilon_v), \quad (3)$$

где E_φ^+ , H_z^+ и E_φ^- , H_z^- — поля, экстраполированные с поверхностей $r=a+d$ и $r=a-d$ к поверхности $r=a$.

При выполнении неравенств (2) рассматриваемая задача дифракции сводится к интегральному уравнению Винера—Хопфа. Если обозначить через $G(\omega)$ преобразование Фурье от скачка $(H_z^+ - H_z^-)$, то это уравнение приводится к виду [5, 6]

$$\int_{C_\omega} [1 - 2\alpha I_1(ua) K_1(ua) \theta(-z)] G(\omega) e^{-i\omega z} d\omega = 0, \quad (4)$$

$$u = \sqrt{\omega^2 - k^2}, \quad \theta(x) = \frac{1}{2} [1 + \operatorname{sgn}(x)], \quad \alpha = \frac{\omega a \mu_v Y}{2i},$$

где C_ω — контур в комплексной плоскости ω , проходящий вдоль действительной оси $\operatorname{Im} \omega = 0$ и охватывающий снизу точку $\omega = -h$. Решение (4) проводится по известной методике [4-7]; опуская промежуточные выкладки, мы приведем только окончательные результаты. Обозначим через $L_+(\omega)$ и $L_-(\omega)$ — функции, аналитические соответственно при $\operatorname{Im} \omega > 0$ и $\operatorname{Im} \omega < 0$ и такие, что

$$L(\omega) = 1 - 2\alpha I_1(ua) K_1(ua) = L_+(\omega) L_-(\omega). \quad (5)$$

Электрическое поле при $r < a$ может быть представлено в виде

$$E_\varphi = \int_{C_\omega} \frac{I_1(ur) K_1(ua)}{(\omega+h) L_-(\omega)} e^{-i\omega z} d\omega. \quad (6)$$

При выводе формулы (6) мы учитывали, что функции $|E|^2$ и $|H|^2$ интегрируемы в окрестности ребра тонкой диэлектрической стенки [7]. Выражение для поля E_φ при $r > a$ получается из (6) заменой $I_1(ur) K_1(ua)$ на $I_1(ua) K_1(ur)$. Выделяя из интегрального представления (6) поля падающей и отраженной волн, для коэффициента отражения ρ поверхностной волны H_{01} имеем

$$\rho = [L_+(h)]^2 / [2hL'(h)]. \quad (7)$$

Отметим, что при фиксированном адмитансе Y и $a \rightarrow \infty$ все формулы можно привести к виду, который получается в задаче о дифракции медленной волны на обрыве импедансной полуплоскости [8].

Граничные условия (3), которые были использованы выше, выводятся для регулярной геометрии [5], и их применимость вблизи ребра диэлектрической стенки не вполне очевидна. Можно вывести формулы (4), не применяя соотношения (3), методом объемного интегрального уравнения [9, 10]. Этот метод основывается на введении вспомогательного тока поляризации $\mathbf{j} = -i\omega(\epsilon - \epsilon_v) \mathbf{E}$. Для упрощения получающегося уравнения следует учесть неравенства (2) и дополнительно предположить, что край диэлектрической стенки имеет скругленные углы (рис. 1б); в этом случае поле $E_\varphi(r, z)$ внутри диэлектрика конеч-

но и слабо зависит от поперечной координаты r . Пренебрегая этой зависимостью, нетрудно преобразовать объемное интегральное уравнение к виду (4).

Опишем теперь кратко вариационную методику расчета [1, 3, 11]. Исходя из условий непрерывности полей в плоскости стыка двух волноводов (свободное пространство при $z > 0$ мы тоже будем называть волноводом), можно получить интегральные уравнения для электрического E_φ и магнитного H_r полей в сечении $z=0$

$$\hat{Q}_e[E_\varphi] = H_r^{(0)}, \quad \hat{Q}_m[H_r] = E_\varphi^{(0)}, \quad (8)$$

где $E_\varphi^{(0)}$ и $H_r^{(0)}$ — поля падающей поверхностной волны H_{01} . Выражения для ядер интегральных операторов \hat{Q}_e и \hat{Q}_m получаются на основе спектральных разложений по системе собственных волн обоих волноводов [2, 3]. Отметим, что эти ядра сингулярны, в частности, ядро \hat{Q}_m имеет логарифмическую особенность при совпадении аргументов. Из вышеприведенных уравнений можно получить три различные формы стационарных функционалов для коэффициента отражения волны H_{01} :

$$(1-\rho)/(1+\rho) = \Phi_e(E_\varphi); \quad (9)$$

$$(1+\rho)/(1-\rho) = \Phi_m(H_r); \quad (10)$$

$$4\rho/(1-\rho^2) = \Phi_{em}(E_\varphi, H_r) = \Phi_e(E_\varphi) + \Phi_m(H_r). \quad (11)$$

При выводе (9) было использовано первое уравнение (8), поэтому будем называть (9) электрической формулировкой вариационного принципа; аналогично соотношение (10) назовем магнитной формулировкой, а (11) — смешанной формулировкой. В дальнейшем мы ограничимся только простейшей формой вариационной методики, подставляя в стационарные функционалы (9) — (11) в качестве пробных полей E_φ и H_r поля падающей моды. Для рассматриваемой гедметрии благодаря ортогональности мод в этом приближении получаются достаточно простые соотношения. Например, из (11) следует

$$\frac{\rho}{1-\rho^2} = \frac{(a^2/h)}{\langle E_\varphi^{(0)}; E_\varphi^{(0)} \rangle} \int_0^\infty \frac{J_1^2(xa) x dx}{(x^2 + p^2) h_x}, \quad h_x = \sqrt{k^2 - x^2}, \quad (12)$$

где J_1 — функция Бесселя и

$$\langle E_\varphi; E_\varphi \rangle = \int E_\varphi^2 r dr d\varphi \quad (13)$$

— интеграл по всему сечению $z=0$.

Сравнение выражений (9) — (11) показывает, что в большинстве случаев формула (11), содержащая функционал Φ_{em} , удобнее других как при расчетах на ЭВМ, так и для аналитических оценок. В частности, функционал (11) легко преобразовать к форме, содержащей только один несобственный интеграл, а при малых значениях ρ вычисления по формуле (11) требуют существенно меньшей точности вычисления всех квадратур. Последнее свойство объясняется тем, что функционал Φ_{em} имеет порядок величины ρ , в то время как функционалы Φ_e и Φ_m порядка единицы.

2. Сравнение результатов расчета. При практических вычислениях факторизация функции $L(\omega)$ проводилась численно с помощью соотношений, приведенных в книге [7]. Все интегралы рассчитывались адаптивной процедурой, описанной в [12], причем предварительно проводилось улучшение их сходимости стандартными методами. На рис. 2 и 3 представлены зависимости модуля $|\rho|$ и фазы $\arg \rho$ (в градусах)

коэффициента отражения от безразмерного параметра $\alpha = k^2 ad (\epsilon/\epsilon_v - 1)$ при $ka=5$ и $ka=50$. Отметим, что поверхностная волна H_{01} существует лишь при $\alpha > \alpha_0 = 1$, поэтому все зависимости начинаются с этого значения α_0 . На этих рисунках кривые 1 построены на основе формулы

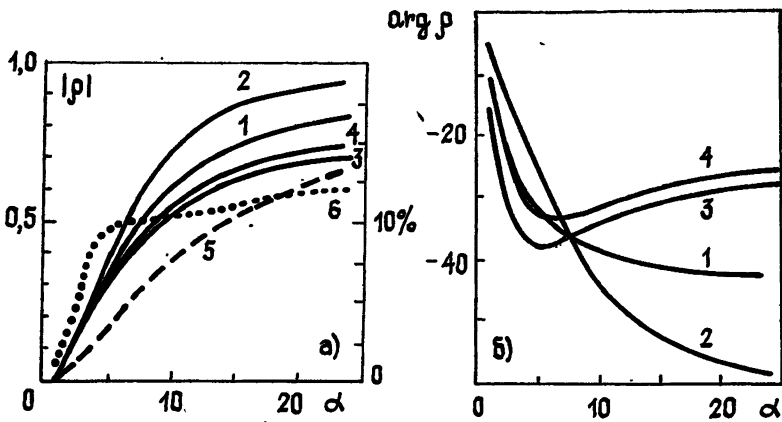


Рис. 2.

(7), полученной методом факторизации, а кривые 2—4 — с помощью стационарных выражений (9)—(11) соответственно. Штриховые линии 5 на рис. 2а и 3а рассчитаны по формуле

$$\rho_a = (k-h)/(k+h). \quad (14)$$

Это соотношение часто используется для оценки величины ρ , оно получается методом эквивалентных схем, если считать, как обычно, волновое сопротивление волновода с магнитной волной пропорциональным k/h .

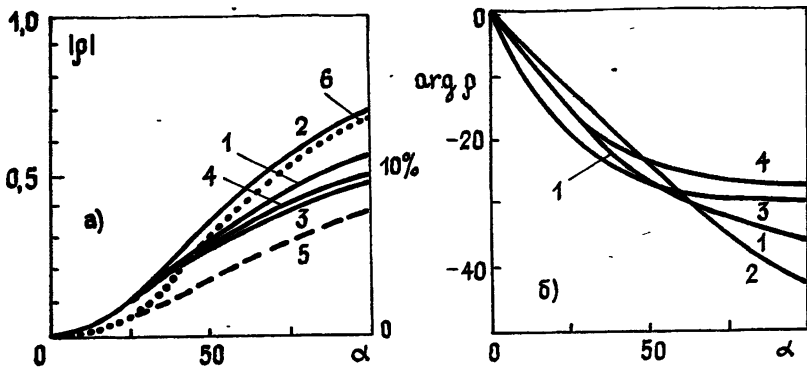


Рис. 3.

Из приведенных рисунков видно, что начальные участки зависимостей $\rho(\alpha)$ достаточно хорошо передаются вариационными формулами. Наименьшую погрешность при вычислении как модуля, так и фазы ρ дает формула (11), т. е. смешанная формулировка с функционалом Φ_{em} . На рис. 2а и 3а приведены зависимости относительной ошибки $\Delta|\rho|/|\rho|$ (кривые 6), где $\Delta|\rho|$ — разность значений, вычисленных с помощью формул (7) и (11). Численные эксперименты показали, что указанная ошибка обычно меньше 10%, если $\alpha < 1+ka$. При типичных значениях $kd\sqrt{\epsilon/\epsilon_v} \sim 0,1$ этой области параметров соответствуют величины диэлектрической проницаемости стенки в диапазоне $1 < \epsilon/\epsilon_v < 100$.

В предельных случаях можно провести аналитическое сопоставление результатов, полученных этими двумя методами. Например, при

$a \rightarrow \infty$ (т. е. для импедансной полуплоскости) для слабозамедленной волны стационарный функционал Φ_{em} и выражение (7) дают одинаковые первые члены разложения ρ по степеням малого параметра p/k :

$$\rho = \frac{p^2}{2k^2} \exp\left(-\frac{2ip}{\pi k}\right), \quad \frac{p}{k} = \frac{Y}{2i} \sqrt{\frac{\mu_v}{\epsilon_v}}. \quad (15)$$

Формулы (9) и (10) дают такое же значение $|\rho|$, однако фаза с их помощью получается неверной: из первой формулы — $\arg \rho = -4p/3\pi k$, а из второй — $\arg \rho = -8p/3\pi k$. В другом крайнем случае, когда $|Y| \rightarrow \infty$, из формулы (9) следует, что $\rho \simeq (1-2i/\pi)/(1+2i/\pi)$, а из выражений (10), (11) получаем $\rho \simeq 1$. Первое из приведенных предельных значений ρ оказывается ближе к величине $\rho = \exp(-i\pi/4)$, которая получается из (7).

3. Распределение полей. Погрешность использованного нами простого варианта вариационного метода определяется тем, насколько малы амплитуды волн непрерывного спектра [3], которыми мы пренебрегали, по сравнению с суммой падающей и отраженной волн H_{01} . Для исследования этого вопроса были проведены расчеты распределения полей в плоскости $z=0$ с помощью метода факторизации. Следует отметить, что вычисления полей в ближней зоне $kz \ll 1$ по формулам, которые получаются на основе этого метода, довольно трудоемки. Численные эксперименты показали, что наибольшую скорость счета можно получить, если перейти от разложений по продольному волновому числу (6) к спектральным представлениям для полей по поперечному числу κ [3, 6]. В правом полупространстве $z \geq 0$ соответствующее представление для E_φ сводится к интегралу типа Фурье—Бесселя [13]:

$$E_\varphi = A_0 \int_0^\infty \frac{J_1(\kappa a) J_1(\kappa r) \exp(ih_\kappa z) \kappa d\kappa}{h_\kappa (h - h_\kappa) L_-(h_\kappa)}, \quad h_\kappa = \sqrt{k^2 - \kappa^2}, \quad (16)$$

где A_0 — некоторая константа. Сходное разложение получается для магнитного поля $H_r = (i/\omega\mu_v) (\partial E_\varphi / \partial z)$. К этим интегралам можно

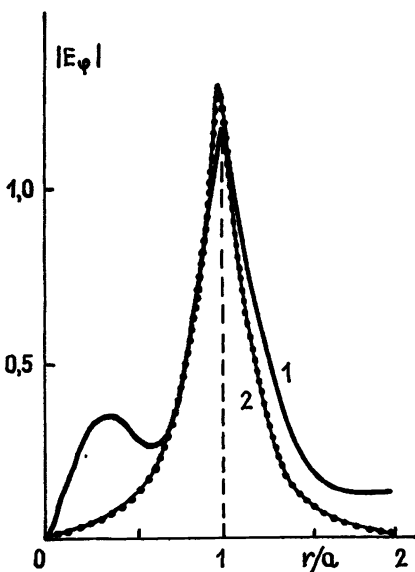


Рис. 4.

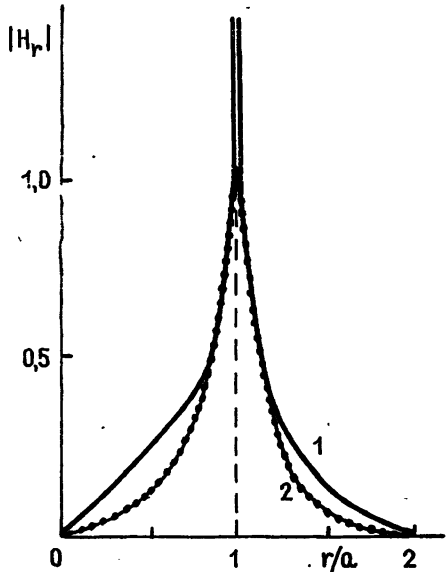


Рис. 5.

применить известные методы улучшения сходимости, учитывая, что при $\kappa \rightarrow \infty$ $L_-(h_\kappa) \simeq 1$. На рис. 4 и 5 представлены распределения полей

E_φ и H_r в плоскости $z=0$ для значений параметров $ka=5$, $\alpha=5$ (кривые 1). Амплитуда падающей волны $E_\varphi^{(0)}(a)$ внутри диэлектрической стенки принята равной единице. На этих рисунках приведены также распределения суммы полей падающей и отраженной волн: $E_1 = (1+\rho)E_\varphi^{(0)}(r)$ и $H_1 = (1-\rho)H_r^{(0)}(r)$ (кривые 2).

Рассмотрим подробнее структуру краевых волн, возбуждающихся на ребре диэлектрической стенки. Для удобства анализа введем в окрестности ребра при фиксированном φ локальную систему координат (r_e, ϑ) , показанную на рис. 16 (r_e — расстояние до ребра). Нетрудно показать, что подынтегральная функция в (16) при $\kappa \rightarrow \infty$ убывает как $\exp:[i\kappa(r-a)]/[\kappa(h-h_\kappa)^3]^{1/2}$. Отсюда следует, что при больших значениях Y (т. е. при $\rho \gg k$) поле E_φ в ближней зоне имеет два характерных масштаба изменения. В непосредственной близости от ребра при $\rho r_e \ll 1$ имеем

$$E_\varphi \simeq E_e + r_e q(r_e, \vartheta), \quad (17)$$

где E_e — поле на ребре, q — медленно меняющаяся функция r_e и ϑ . В промежуточной области, где $\rho r_e \sim 1$ и $kr_e \ll 1$, поле $E_\varphi \sim \sqrt{kr_e}$. Поскольку при $r \rightarrow 0$ $E_\varphi \sim r$, то этими закономерностями и объясняется наличие максимума у E_φ при $r \sim a/2$ (см. рис. 4). Таким образом, при больших значениях адмитанса Y поле E_φ , сохраняя локально поведение, характерное для краевой волны вблизи ребра тонкой диэлектрической пластины, в промежуточной области изменяется так же, как и в случае дифракции на металлической полуплоскости [4]. Отметим, что наиболее отчетливо эти особенности поля проявляются не в данной задаче, а в случае дифракции волн, имеющих большой поперечный размер, например, в задаче о дифракции плоской волны на тонком полубесконечном диэлектрическом слое [5, 14]. При малых значениях адмитанса Y (т. е. при малом замедлении волны H_{01}) «корневой закон» изменения E_φ практически не проявляется и поле в плоскости $z=0$ незначительно отличается от поля падающей волны. Отметим также, что электрическое поле на ребре E_e конечно при всех значениях Y и имеет порядок поля падающей волны, например, при $ka \gg 1$ с учетом указанной выше нормировки полей имеем $1 < E_e < \sqrt{2}$.

Аналогичные оценки показывают, что магнитное поле вблизи ребра сингулярно. Если разложить при $\kappa \gg k$ подынтегральную функцию в спектральном представлении H_r в ряд по степеням k/κ , то оказывается, что основной член разложения, который и определяет поведение поля при $r \sim a$, в плоскости $z=0$ имеет вид

$$\int_0^\infty J_1(\kappa r) J_1(\kappa a) d\kappa = \frac{ar}{(a+r)^3} F\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 3; \frac{4ar}{(a+r)^2}\right), \quad (18)$$

где F — гипергеометрическая функция [13]. При указанных в (18) параметрах эта функция для $r=a$ имеет логарифмическую особенность [15], так что при $r_e \rightarrow 0$ поле $H_r \sim \ln r_e$.

Уточним характер поведения полей вблизи края диэлектрической стенки. Это можно сделать с помощью методики, которая используется обычно при выводе условий на ребре металлического клина [16], если в соответствии с (18) ввести дополнительно в разложения полей логарифмические члены. Проще, однако, воспользоваться методами теории аналитических функций. Для этого учтем, что в квазистатическом приближении при $kr_e \ll 1$ поле $E_\varphi = \operatorname{Re} F_e(\zeta)$, где $F_e(\zeta)$ — некоторая функция комплексной переменной $\zeta = r_e \exp(i\vartheta)$. Эта функция должна быть аналитична в окрестности точки $\zeta=0$, за исключением точек на луче (разрезе) $\vartheta = \pm\pi$. Будем искать ее в виде

$$F_e(\zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} (B_n \zeta^n + C_n \zeta^n \ln \zeta), \quad (19)$$

где B_n и C_n — некоторые константы (пренебрегая членами, содержащими $\ln^2 \xi$ и т. д.). С учетом граничных условий (3) из (19) получаем, что при $r_e \rightarrow 0$ поля имеют следующий вид:

$$E_\varphi = E_e \left[1 - \frac{i\omega \mu_v Y}{2\pi} r_e (\cos \vartheta \ln r_e - \vartheta \sin \vartheta) \right], \quad (20)$$

$$H_r = -\frac{Y E_e}{2\pi} (1 + \ln r_e), \quad H_z = \frac{Y E_e}{2\pi} \vartheta.$$

Из (20) следует, что амплитуда краевой волны растет с увеличением ε , это обстоятельство в конечном итоге и ограничивает область применимости описанной выше приближенной методики.

Можно дать простой вывод соотношений (20) на примере тонкой проводящей пластины, у которой $\varepsilon \simeq i\sigma/\omega$ (σ — проводимость). В этом случае неравенства (2) выполняются для достаточно низких частот ω . Будем рассматривать тонкую проводящую полосу ширины $2b$ и толщины $2d$ (рис. 1в), которая находится в стороннем электрическом поле $E_x^{(\text{ext})}$, направленном по нормали к плоскости чертежа. В квазистатическом приближении ток $j_x = \sigma E_x$, текущий внутри пластинки, должен удовлетворять уравнению:

$$j_x(z) = \sigma E_x^{(\text{ext})} + \frac{\omega \mu_v \sigma d}{\pi i} \int_{-b}^b j_x(z') \ln [k|z-z'|] dz'. \quad (21)$$

При выполнении неравенств (2) параметр $\omega \mu_v \sigma d \ll 1$, поэтому уравнение (21) можно решать итерациями, в результате для поля внутри проводника получим приближенное выражение

$$E_x = \frac{j_x}{\sigma} = E_x^{(\text{ext})} \times \left\{ 1 + \frac{\omega \mu_v \sigma d}{\pi i} \left[(b+z) \ln (k|b+z|) + (b-z) \ln (k|b-z|) - 2b \right] \right\}. \quad (22)$$

Из (22) для точек вблизи ребер нетрудно получить приведенные выше формулы (20). С небольшими изменениями этот вывод применим и для тонкой диэлектрической пластинки (без потерь).

Приведенные выше результаты показывают, что простейший вариант вариационной методики обеспечивает достаточно хорошую точность вычисления коэффициента отражения поверхностной волны от конца диэлектрической трубки, если материал стенки имеет сравнительно небольшую величину проницаемости ($\varepsilon \leq 100 \varepsilon_0$). Этот вывод согласуется также с данными расчета дифракции волн на конце круглого диэлектрического стержня [3]. При больших значениях ε точность использованного выше варианта вариационной методики ухудшается. Это ухудшение вызвано тем, что с ростом ε увеличивается амплитуда краевой волны, возбуждающейся на ребре стенки, и пренебрежение этой волной становится незаконным.

Авторы признательны Л. А. Вайнштейну за ценные советы и обсуждение работы, А. И. Клееву за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Швингер Ю. — Зарубежная радиоэлектроника, 1970, № 3, с. 6.
2. Angulo C. M., Chang W. S. C. — IRE Trans., 1959, AP-7, № 3, p. 207.
3. Маненков А. Б. — Изв. вузов — Радиофизика, 1982, 25, № 12, с. 1484.
4. Collin R. E. Field Theory of Guided Waves. — N. Y.: McGraw-Hill Book Co., 1960.

5. Вайнштейн Л. А. Теория дифракции и метод факторизации. — М.: Сов. радио, 1966.
6. Маненков А. Б. — Изв. вузов — Радиофизика, 1975, 18, № 7, с. 1025.
7. Нобл В. Метод Винера—Хопфа. — М.: ИЛ, 1962.
8. Тренев Н. Г. — Радиотехника и электроника, 1958, 3, № 1, с. 27.
9. Вычислительные методы в электродинамике. Сб. статей / Под ред. Митры Р. — М.: Мир, 1977.
10. Курушин Е. П., Нефедов Е. И. — ДАН СССР, 1974, 217, № 5, с. 1049.
11. Вайнштейн Л. А. — ЖТФ, 1961, 31, № 1, с. 29.
12. Kahane D. K. — In: Mathematical Software / Ed. by Rice J. R. — N. Y.: Academic Press., 1971, p. 240.
13. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. — М.: Наука, 1970, Т. 2.
14. Anderson I. — IEEE Trans., 1979, AP-27, № 5, p. 584.
15. Справочник по специальным функциям / Под ред. Абрамовиц М., Стиган И. — М.: Наука, 1979, с. 374.
16. Meixner J. — IEEE Trans., 1972, AP-20, № 4, p. 442.

Институт физических проблем
АН СССР

Поступила в редакцию
26 июня 1985 г.

DIFFRACTION OF THE SURFACE WAVE AT THE END OF THE DIELECTRIC TUBE

A. D. Vasil'ev, A. B. Manenkov

By the example of the diffraction of the surface wave at the end of the thin-wall dielectric tube the problem on the accuracy of the different variants of the variational technique has been investigated. The stationary functional constructed by the simultaneous use of the integral equations for the electric and magnetic fields (mixed formulation of the variational principle) is shown to provide the best results for the calculation of the reflection coefficient.

ИНСТРУКЦИЯ ПО СОСТАВЛЕНИЮ РЕФЕРАТОВ

1. В реферате кратко излагается основное содержание статьи. Реферат должен дать читателю представление о характере освещаемой работы, оригинальности постановки вопроса, методике проведения исследования и его основных результатах.

2. Реферату должно предшествовать библиографическое описание в следующем виде: название статьи, фамилия и инициалы автора, название журнала, где помещается статья. Текст реферата начинается непосредственно с изложения существа работы без повторения заголовка. Форма изложения материала не обязательно должна повторять форму изложения оригинальной статьи.

3. Если оригинал содержит большое количество цифровых данных, их следует обобщить и систематизировать.

4. Средний объем реферата 1,5—2 страницы машинописного текста, отпечатанного через два интервала на белой писчей бумаге обычного формата (30×21) в двух экземплярах с полем 4 см с левой стороны.

5. Таблицы, схемы, графики и пр. могут быть включены в том случае, если они отражают основное содержание работы или сокращают текст реферата. Сообщение о наличии в реферируемой работе таблиц, схем, графиков, фотографий, карт, рисунков необходимо давать в конце реферата. Например, табл. 2, ил. 10.

6. Формулы приводятся только в том случае, если они необходимы для понимания статьи. Громоздкие математические выражения помещать не следует. Формулы следует вписывать четко, не изменяя принятых в оригинале обозначений величин. Формулы и буквенные обозначения вписываются черными чернилами во второй экземпляр. Вписывание формул и буквенных обозначений, а также исправление замеченных опечаток в первом экземпляре не делается.

7. В конце реферата в квадратных скобках указывается название учреждения или предприятия, в котором автор реферируемой работы (если эти данные приводятся в статье) провел работу. Подпись автора и дату написания реферата следует ставить в левом нижнем углу на обоих экземплярах реферата.