

УДК 621.327.8.001.24

АНАЛИЗ ОТКРЫТЫХ ВОЛНОВОДОВ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ТОПОЛОГИИ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ С КУСОЧНО-ОДНОРОДНЫМ ГИРОТРОПНЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ МЕТОДОМ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Л. В. Кнешеvская, В. К. Шугуров

Предложено электродинамически строгое решение уравнений Максвелла для анализа дисперсионных зависимостей и электромагнитных полей собственных мод волноводов произвольной топологии поперечного сечения с кусочно-однородным гиротропным заполнением при продольном подмагничивании. Численно исследованы характеристики первых четырех мод открытого прямоугольного ферритового стержня на металлической плате конечных размеров в зависимости от его ширины, частоты сигнала и намагниченности феррита.

Решить волноводную задачу — значит найти решение дифференциальных уравнений в частных производных, удовлетворяющее заданным граничным условиям. Волноводы с кусочно-однородным гиротропным заполнением, например полосковые линии на слоистых подложках, зеркальные волноводы и др., имеют настолько сложную форму поперечного сечения, что для них невозможно получить строгое решение уравнений Максвелла в аналитическом виде. Такого рода задачи обычно решаются численно с помощью ЭВМ. Наиболее распространенным в практических расчетах является метод частичных областей [1], формализм этого метода доведен до совершенства при декомпозиционном подходе [2], также часто используют проекционные методы [3].

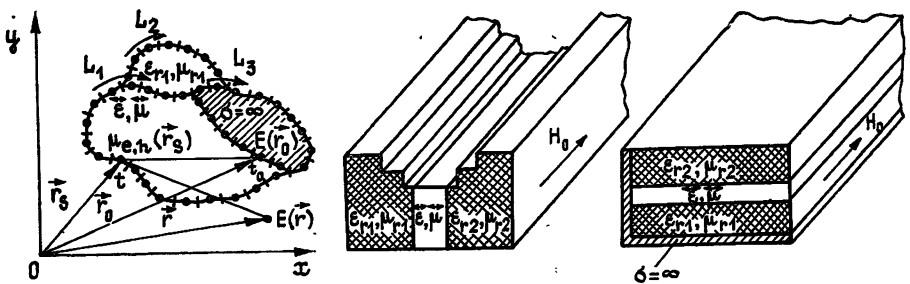


Рис. 1.

В литературе, насколько нам известно, не были опубликованы алгоритмы, которые позволили бы строго решить уравнения Максвелла для открытых волноводов сложной топологии поперечного сечения с кусочно-однородным гиротропным заполнением.

В данной работе излагается электродинамически строгое решение уравнений Максвелла как для открытых, так и экранированных волноводов с произвольно расположенной кусочно-однородной изотропной или гиротропной средой заполнения методом сингулярных интегральных уравнений (СИУ). Идея метода заключается в отделиении решения дифференциальных уравнений от удовлетворения граничных условий. Представления для продольных составляющих полей E_z , H_z записы-

ваются в виде криволинейных интегралов по контурам, разделяющим различные среды. Эти представления автоматически удовлетворяют уравнениям Максвелла при любой форме контуров (рис. 1), но содержат функцию распределения, устанавливаемую из граничных условий. Полученные таким образом СИУ являются точными, и их решения правильно описывают поведение полей в любой точке, включая и окрестности угловых точек. СИУ сводится к системе линейных алгебраических уравнений, которая решается блочным методом и которая является хорошо обусловленной. Приравнивая нулю ее определитель, получим дисперсионное уравнение.

1. Интегральные представления продольных составляющих. Сингулярные интегральные уравнения. Решение уравнений Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{H} = i\omega \epsilon_0 \overset{\leftrightarrow}{\epsilon} \mathbf{E}, \quad \text{rot } \mathbf{E} = -i\omega \mu_0 \overset{\leftrightarrow}{\mu} \mathbf{H} \quad (1)$$

осуществлено для случая, когда регулярный волновод содержит продольно намагниченную гиротропную среду, описываемую тензорами

$$\overset{\leftrightarrow}{\epsilon} = \begin{vmatrix} \epsilon_{xx} & i\epsilon_{xy} & 0 \\ -i\epsilon_{xy} & \epsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{vmatrix}, \quad \overset{\leftrightarrow}{\mu} = \begin{vmatrix} \mu_{xx} & i\mu_{xy} & 0 \\ -i\mu_{xy} & \mu_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{vmatrix} \quad (2)$$

диэлектрической и магнитной проницаемостей. Электромагнитная волна распространяется в направлении оси z . Зависимость от времени t и координаты z у электромагнитного поля волны представляется множителем $e^{i\omega t - ihz}$, где $\omega = 2\pi f$ — циклическая частота сигнала, h — продольная постоянная распространения.

Решение системы волновых уравнений, полученных из уравнений Максвелла, ищется в виде

$$E_z(\mathbf{r}) = \int_{L_n} \mu_e(\mathbf{r}_s) H_0^{(2)}(K_{\perp 2} |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|) ds + a \int_{L_n} \mu_h(\mathbf{r}_s) H_0^{(2)}(K_{\perp 1} |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|) ds; \quad (3)$$

$$H_z(\mathbf{r}) = \int_{L_n} \mu_h(\mathbf{r}_s) H_0^{(2)}(K_{\perp 1} |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|) ds + b \int_{L_n} \mu_e(\mathbf{r}_s) H_0^{(2)}(K_{\perp 2} |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|) ds, \quad (4)$$

где $\mu_e(\mathbf{r}_s)$, $\mu_h(\mathbf{r}_s)$ — функции, удовлетворяющие условию Гельдера [4] (в системе уравнений, служащей для получения дисперсионного уравнения, эти функции выполняют роль неизвестных); \mathbf{r}_s — радиус-вектор точки контура L_n , в которой определяются функции $\mu_{e,h}(\mathbf{r}_s)$; контур L_n состоит из контуров, разделяющих различные среды, $n = 1, 2, 3, \dots$; $H_0^{(2)}(K_{\perp} |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|)$ — ядро подынтегрального выражения, которое является функцией Ганкеля второго рода нулевого порядка; \mathbf{r} — радиус-вектор точки, в которой определяются поля $E(\mathbf{r})$, $H(\mathbf{r})$; $K_{\perp 1,2}$ — поперечные волновые числа в бигиротропной среде [5]; ds — элемент дуги контура L_n . Амплитудные коэффициенты a и b , указывающие, в каких пропорциях замешиваются E - и H -типы волн в рассматриваемой гибридной моде, определяются выражениями

$$a = \frac{ihKZ_0(\epsilon_{xx}\mu_{xy} + \mu_{xx}\epsilon_{xy})K_{\perp 1}^2}{\{\epsilon_{zz}D - K_{\perp 1}^2[K^2\mu_{xx}(\epsilon_{xx}^2 - \epsilon_{xy}^2) - h^2\epsilon_{xx}]\}},$$

$$b = - \frac{ihK(\epsilon_{xx}\mu_{xy} + \mu_{xx}\epsilon_{xy})K_{\perp 2}^2}{Z_0\{\mu_{zz}D - K_{\perp 2}^2[K^2\epsilon_{xx}(\mu_{xx}^2 - \mu_{xy}^2) - h^2\mu_{xx}]\}},$$

где $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$, $K^2 = \epsilon_0\mu_0\omega^2$, $D = K^4(\epsilon_{xx}^2 - \epsilon_{xy}^2)(\mu_{xx}^2 - \mu_{xy}^2) - 2h^2K^2 \times (\epsilon_{xx}\mu_{xx} + \epsilon_{xy}\mu_{xy}) + h^4$.

Решения (3) и (4) удовлетворяют уравнениям Максвелла. Неизвестные плотности $\mu_h(\mathbf{r}_s)$ и $\mu_e(\mathbf{r}_s)$ устанавливаются из краевых условий, представляющих собой равенство касательных составляющих

электрических и магнитных полей на границе раздела гиротропная среда — диэлектрик

$$E_{z1} = E_{z2}, \quad H_{z1} = H_{z2}, \quad E_{s1} = E_{s2}, \quad H_{s1} = H_{s2} \quad (5)$$

и на поверхности идеального металла

$$E_z = 0, \quad E_s = 0. \quad (6)$$

Сингулярности в выражениях (5) и (6) для поперечных составляющих E_s и H_s появляются из слагаемого $\ln|r - r_s|$ в функции Ганкеля $H_0^{(2)}(K_{\perp}|r - r_s|)$ в представлениях (3) и (4). Поэтому рассмотрим сначала функцию

$$\varphi(r) = \int_{L_n} \mu(r_s) \ln|r - r_s| ds. \quad (7)$$

Ее частные производные

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \operatorname{Re} \int_{L_n} \mu(r_s) \frac{ds}{z - t}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\operatorname{Im} \int_{L_n} \mu(r_s) \frac{ds}{z - t} \quad (8)$$

$$(z = x + jy, \quad t = x_s + jy_s, \quad j^2 = -1)$$

являются реальной и мнимой частями интеграла типа Коши. Имея в виду формулы Сохоцкого—Племеля [4], запишем исходные предельные значения

$$\frac{\partial \varphi^{\pm}}{\partial s} = \operatorname{Re} e^{j\theta_0} \int_{L_n} \frac{\mu(r_s) ds}{t_0 - t}, \quad \frac{\partial \varphi^{\pm}}{\partial n} = \mp \pi \mu(r_0) - \operatorname{Im} e^{j\theta_0} \int_{L_n} \frac{\mu(r_s) ds}{t_0 - t} \quad (9)$$

производных (8) по касательной и нормали к контуру при стремлении точки с радиусом-вектором r слева или справа (соответственно верхний или нижний знаки в формулах (9)) к точке t_0 контура с радиусом-вектором r_0 . Интегралы в формулах (9) следует понимать в смысле главного значения, θ_0 — угол между касательной в точке $t_0 = x_0 + jy_0$ контура L_n и осью x .

Представим функцию Ганкеля первого порядка в виде регулярной и сингулярной частей:

$$H_1^{(2)}(K_{\perp}|r_0 - r_s|) = RH_1^{(2)}(K_{\perp}|r_0 - r_s|) + i(2/\pi)(K_{\perp}|r_0 - r_s|)^{-1}. \quad (10)$$

Запишем теперь граничные условия в точках контура L_n , используя для обозначения (10).

Первое условие (6) в точках на идеальном металле с учетом представлений (3) и (4) имеет вид регулярного интегрального уравнения

$$a \int_{L_n} \mu_h(r_s) H_0^{(2)}(K_{\perp 1}|r_0 - r_s|) ds + \int_{L_n} \mu_e(r_s) H_0^{(2)}(K_{\perp 2}|r_0 - r_s|) ds = 0. \quad (11)$$

Второе условие (6) принимает форму

$$E_s = -hK^2(\varepsilon_{xx}\mu_{xy} + \varepsilon_{xy}\mu_{xx}) \left\{ -aK_{\perp 1} \int_{L_n} \mu_h(r_s) RH_1^{(2)}(K_{\perp 1}|r_0 - r_s|) \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial |r_0 - r_s|}{\partial n} ds - K_{\perp 2} \int_{L_n} \mu_e(r_s) RH_1^{(2)}(K_{\perp 2}|r_0 - r_s|) \frac{\partial |r_0 - r_s|}{\partial n} ds - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{2i}{\pi} \left[-\pi\mu_e(r_0) - \text{Im} e^{i\theta_0} \int_{L_n} (\mu_e(r_s) + a\mu_h(r_s)) \frac{ds}{t_0-t} \right] + \\
& + \omega\mu_0 [K^2 \epsilon_{xy} (\mu_{xx}^2 - \mu_{xy}^2) + h^2 \mu_{xy}^2] \left\{ -K_{\perp 1} \int_{L_n} \mu_h(r_s) RH_1^{(2)}(K_{\perp 1} |r_0 - r_s|) \times \right. \\
& \times \frac{\partial |r_0 - r_s|}{\partial s} ds - bK_{\perp 2} \int_{L_n} \mu_e(r_s) RH_1^{(2)}(K_{\perp 2} |r_0 - r_s|) \frac{\partial |r_0 - r_s|}{\partial s} ds - \\
& - \frac{2i}{\pi} \text{Re} e^{i\theta_0} \int_{L_n} (\mu_h(r_s) + b\mu_e(r_s)) \frac{ds}{t_0-t} \left. \right\} - i\omega\mu_0 [K^2 (\mu_{xx}^2 - \mu_{xy}^2) \epsilon_{xx} - \\
& - h^2 \mu_{xx}] \left\{ -K_{\perp 1} \int_{L_n} \mu_h(r_s) RH_1^{(2)}(K_{\perp 1} |r_0 - r_s|) \frac{\partial |r_0 - r_s|}{\partial n} ds - \right. \\
& - bK_{\perp 2} \int_{L_n} \mu_e(r_s) RH_1^{(2)}(K_{\perp 2} |r_0 - r_s|) \frac{\partial |r_0 - r_s|}{\partial n} ds + \\
& \left. + \frac{2i}{\pi} \left[\pi(\mu_h(r_0) + b\mu_e(r_0)) + \text{Im} e^{i\theta_0} \int_{L_n} (\mu_h(r_s) + b\mu_e(r_s)) \frac{ds}{t_0-t} \right] \right\} = 0. \quad (12)
\end{aligned}$$

Видно, что в (12) наряду с регулярными интегралами содержатся и сингулярные. Аналогично записываются и граничные условия (5).

Методом Крылова — Боголюбова [6] система СИУ сводится к системе однородных линейных уравнений относительно значения $\mu_{e,h}(r')$ в отдельных точках контура. Постоянная распространения h находится из условия обращения в нуль определителя этой системы. Подставляя найденные значения h в выражения полей, определяем компоненты электромагнитных полей основной и высших мод.

2. Результаты расчета. Численные расчеты проведены для продольно-намагниченного ферритового стержня на металлической плате (рис. 2). Нам неизвестны работы других авторов, в которых рассчитывались бы такие структуры. Компоненты тензора (2) магнитной проницаемости ферритового стержня определяются по формулам [7].

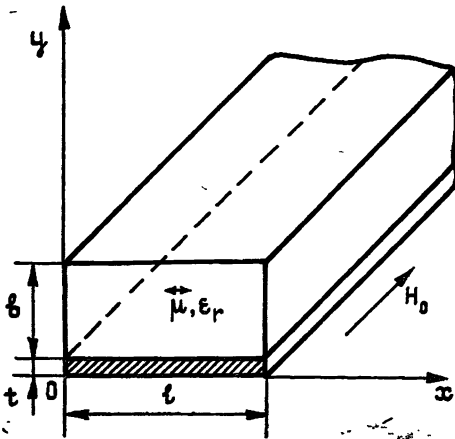


Рис. 2.

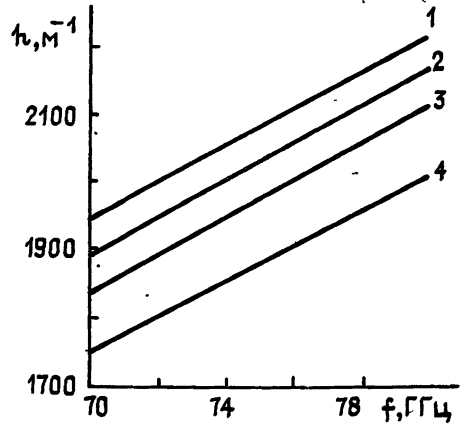


Рис. 3.

Тестирование программы осуществлено по статье [8] для случая, когда магнитное поле отсутствует и стержень обладает только диэлектрическими свойствами $\epsilon_r = 9,8$, $\mu_{xx} = \mu_{zz} = 1$, $\mu_{xy} = 0$. Расхождение результатов расчета данной работы и статьи [8] не превышает 4%.

Для волновода рис. 2 с шириной ферритового стержня $l=0,7$ мм, высотой $b=0,35$ мм на металлической плате шириной $l=0,7$ мм и толщиной $t=0,001$ мм при намагниченности насыщения $4\pi M_s=79,37$ кА/м и диэлектрической проницаемости феррита $\epsilon_r = 9,8$ и при подмагничивающем поле $H_0 = 39,68$ кА/м на рис. 3 приведены дисперсионные за-

зависимости для первых четырех мод. В рассматриваемом диапазоне частот указанная зависимость имеет линейный характер.

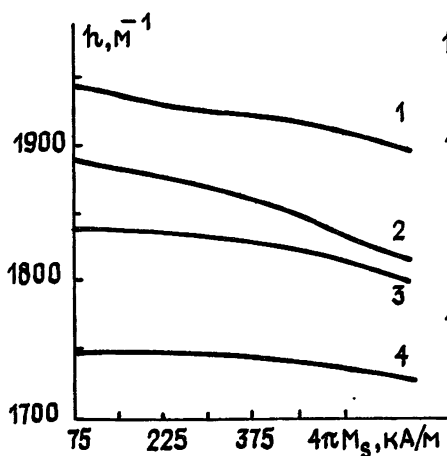


Рис. 4.

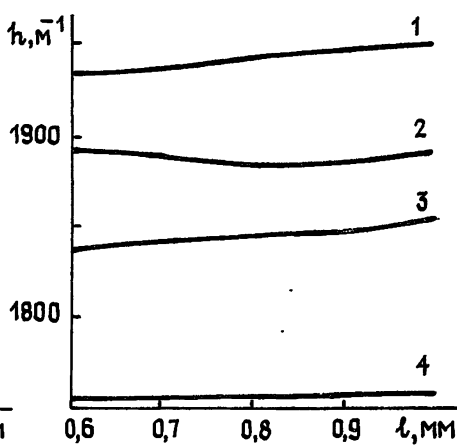


Рис. 5.

На рис. 4 для того же волновода при подмагничивающем поле $H_0 = 39,68$ кА/м и частоте $f = 70$ ГГц представлены значения постоянной распространения h первых четырех мод в зависимости от намагниченности насыщения ферритового материала стержня $4\pi M_s$. Из графика видно, что с увеличением намагниченности насыщения (либо просто намагниченности феррита [9]) длина волны в волноводе увеличивается. Для волновода рис. 2 с высотой $b = 0,35$ мм и толщиной металлической платы $t = 0,001$ мм при $4\pi M_s = 79,37$ кА/м, $H_0 = 39,68$ кА/м, $f = 70$ ГГц на рис. 5 приведены значения h в зависимости от ширины волновода l .

В заключение отметим, что предложенный алгоритм строгого решения уравнений Максвелла позволяет рассчитать электродинамические характеристики и электромагнитные поля открытых и закрытых продольно намагниченных гиротропных регулярных волноводов самой сложной формы поперечного сечения. При этом алгоритм с усложнением формы поперечного сечения волновода не усложняется.

ЛИТЕРАТУРА

1. Темнов В. М., Варданашвили М. В. — В сб.: Электродинамика и радиофизическое приборостроение. — Днепропетровск, 1983, с. 33.
2. Никольский В. В., Никольская Т. И. Декомпозиционный подход к задачам электродинамики. — М.: Наука, 1983.
3. Ильинский А. С., Зарубанов В. В. — Радиотехника и электроника, 1980, 25, № 9, с. 1844.
4. Мусхелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. — М.: Наука, 1968.
5. Гуревич А. Г. Ферриты на сверхвысоких частотах. — М.: Физматгиз, 1960.
6. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. — М. — Л.: Гостехиздат, 1952.
7. Polder D. — Phil. Mag., 1949, 40, № 300, p. 99.
8. Gelsthorpe R. V., Williams N., Davey N. M. — Radio Electronic Engineer, 1982, 52, № 11/12, p. 522.
9. Rado G. T. — Phys. Rev., 1953, 89, № 2, p. 529.

Институт физики полупроводников
АН ЛитССР

Поступила в редакцию
24 июня 1985 г.

ANALYSIS OF WAVEGUIDES OF ANY CROSS-SECTION TOPOLOGY WITH PARTIALLY HOMOGENEOUS GYROTROPIC FILLING BY MEANS OF SINGULAR INTEGRAL EQUATIONS

L. V. Knishevskaya, V. K. Shugurov

The rigorous solution of Maxwell equations has been proposed to analyse dispersion dependences and electromagnetic fields of eigenmodes of waveguides having intricate cross-section with partially homogeneous gyrotropic filling in the case of longitudinal magnetization. Characteristics of the first four modes of an open rectangular ferrite slab on metal plate of finite sizes have been numerically analysed as a function of width, frequency and ferrite magnetization.