ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXX, № 3 РАДИОФИЗИКА 1987

УДК 537.86:539.12

О ПЕРЕХОДНОМ ИЗЛУЧЕНИИ ЗАРЯДА В ТОНКИХ НЕОДНОРОДНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ СЛОЯХ

М. И. Бакунов, Ю. М. Сорокин

Исследовано резонансное переходное излучение равномерно движущегося заряда в тонком параболическом плазменном слое, обусловленное наличием плазменного резонанса вблизи экстремума концентрации. Показано, что в узком интервале частот около максимальной плазменной частоты слоя спектральная плотность энергии экстремального резонансного переходного излучения значительно превосходит плотность энергии излучения нерезонансной природы, хотя полные энергии переходного излучения в обоих случаях близки по величине. Рассмотрены возможности использования эффекта для диагностики неоднородной плазмы.

1. Основные закономерности переходного излучения и переходного рассеяния в нерезонансных системах стали сейчас почти классическими (см., например, монографию [1], а также обзоры [2, 3]). Существенно менее исследованным является случай резонансного переходного излучения, реализующийся, в частности, при пролете заряженных частиц через неоднородные плазменные слои. К настоящему времени этот класс задач анализировался лишь на примере монотонного плавнонеоднородного слоя, когда градиент электронной концентрации в точке плазменного резонанса отличен от нуля [4–6]. При этом, как показано в [5], переходное излучение, обусловленное наличием в слое точек плазменного резонанса, может превосходить нерезонансное переходное излучение на резком скачке плотности плазмы с той же максимальной концентрацией.

Известно, однако, что при наличии в плазме экстремума концентрации, расположенного достаточно близко к точке плазменного резонанса, характер полей в слое существенно меняется [7]. Происходящее в этом случае резкое возрастание поляризации слоя (а следовательно, и эффективности взаимодействия электромагнитной волны с ним) [8] связано с относительным уширением области резонансного взаимодействия и особенно заметно для тонких неоднородных плазменных слоев. Представляет поэтому интерес рассмотреть особенности переходного излучения в слоях с резонансным экстремумом концентрации, тем более что на этой основе могут быть разработаны методы бесконтактной диагностики экстремальных параметров плазменных неоднородностей, в том числе мелкомасштабных. Последнее связано с тем, что, как будет показано ниже, оптимальный диапазон диагностируемых таким способом масштабов ограничен снизу главным образом эффективной частотой соударений, а сверху — скоростью зондирующих заряженных частиц.

Задача о переходном излучении заряда в тонком неоднородном плазменном слое при наличии резонансного экстремума концентрации решается в настоящей работе на примере холодной плазмы с эффективной частотой соударений ν_{eff} для параболического закона распределения электронной концентрации:

$$N(x)=\begin{cases} N_0(1-x^2/l^2), & |x|\leq l \\ 0, & |x|>l \end{cases}. \qquad (1)$$

Малым параметром, определяющим соотношение амплитуд нерезонансного [3, 9] и резонансного переходного излучения, является безразмерная комбинация

$$\omega_0 l/c \ll 1, \tag{2}$$

где $\omega_0 = (4\pi e^2 N_0/m)^{1/2}$. В используемом далее для краткости нулевом приближении по малому параметру (2) нерезонансная часть переходного излучения учитываться не будет.

2. Пусть частица, имеющая заряд q, движется с постоянной скоростью $\boldsymbol{v}$ вдоль оси x через плазменный слой вида (1). Раскладывая в исходных уравнениях для электромагнитного поля и электронов плазмы все переменные величины в интеграл Фурье по времени и поперечной координате $\boldsymbol{r}_\perp(y, z)$, приходим к следующему неоднородному уравнению для амплитуды $B(x; \omega, \boldsymbol{k}_\perp)$ магнитного поля пространственно-временной гармоники [6]:

$$\begin{aligned} \varepsilon(\xi)\frac{d}{d\xi}\left[\frac{1}{\varepsilon(\xi)}\frac{dB}{d\xi}\right] + \frac{\omega^2 l^2}{c^2}\left[\varepsilon(\xi) - \frac{c^2 k_\perp^2}{\omega^2}\right]\times B = \\ = \frac{q k_\perp l^2 e^{-(i\omega l/v)\xi}}{2i\pi^2 c} \equiv F(\xi). \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь $\xi = x/l$ — безразмерная координата, $\varepsilon(\xi) = 1 - (1+i\nu)\omega_p^2(\xi)/\omega^2$, $\omega_p^2(\xi) = 4\pi e^2 N(\xi)/m$, $\nu = \nu_{\text{eff}}/\omega$, $k_\perp = |\boldsymbol{k}_\perp|$.

Вне плазменного слоя, где $\varepsilon = 1$, решение уравнения (3) с учетом условия излучения может быть записано в виде

$$B(\xi) = \begin{cases} C_1 e^{ip(\xi+1)} + B^q(\xi), & \xi < -1 \\ C_2 e^{-ip(\xi-1)} + B^q(\xi), & \xi > 1 \end{cases}, \tag{4}$$

где

$$p = \begin{cases} \dfrac{\omega l}{c}\sqrt{1 - \dfrac{c^2 k_\perp^2}{\omega^2}}, & \dfrac{c^2 k_\perp^2}{\omega^2} < 1 \\ -i\dfrac{|\omega| l}{c}\sqrt{\dfrac{c^2 k_\perp^2}{\omega^2} - 1}, & \dfrac{c^2 k_\perp^2}{\omega^2} > 1 \end{cases},$$

$C_{1,2}$ — произвольные константы, определяющие амплитуды свободных полей, а $B^q(\xi)$ — вынужденное решение (поле заряда q в вакууме):

$$B^q(\xi) = \frac{iqk_\perp v^2/2\pi^2 c\omega^2}{1 - \beta^2(1 - c^2 k_\perp^2/\omega^2)} \exp\left[-\left(\frac{i\omega l}{v}\right)\xi\right], \quad \beta = \frac{v}{c}. \tag{5}$$

При отыскании решения уравнения (3) внутри слоя ($-1 < \xi < 1$) используем то обстоятельство, что для частот $|\omega| \gg \omega_0$ диэлектрическая проницаемость плазмы близка к единице и, следовательно, интенсивность переходного излучения стремится к нулю. В связи с этим достаточно рассмотреть диапазон частот $|\omega| \lesssim \omega_0$, для которых в силу условия (2) выполняется неравенство

$$|\omega| l/c \ll 1$$

и решение уравнения (3) может быть найдено методом последовательных приближений по малому параметру $|\omega| l/c$. В нулевом приближении, когда нерезонансный слой не излучает, для $dB/d\xi$ и $B(\xi)$ получаем выражения вида

$$\frac{dB}{d\xi} = \varepsilon(\xi)\left[C_3 + C_4 k_\perp^2 l^2 \int_{-1}^{\xi}\frac{d\xi'}{\varepsilon(\xi')} + \int_{-1}^{\xi} d\xi' \frac{F(\xi')}{\varepsilon(\xi')}\right]; \tag{6}$$

$$B(\xi)=C_4+C_3\int\limits_{-1}^{\xi}d\xi'\,\varepsilon(\xi'),\qquad(7)$$

где $C_{3,4}$ — произвольные константы. Заметим, что два последних слагаемых в формуле (6), хотя и пропорциональны l^2, однако не могут быть отброшены в данном приближении из-за наличия особенностей у подынтегральных выражений (при $\nu\to 0$).

Сшивая поля на границах $\xi=\pm 1$ условиями непрерывности величин B и $dB/d\xi$ *, получаем следующее представление для амплитуд $C_{1,2}$ волн вне плазменного слоя

$$C_{1,2}=\frac{-B^q(0)+iqI_2/2\pi^2ck_\perp I_1}{1+2ip/k_\perp^2\,l^2 I_1}\qquad(8)$$

через интегралы

$$I_1=\int\limits_{-1}^{1}\frac{d\xi}{\varepsilon(\xi)},\quad I_2=\int\limits_{-1}^{1}d\xi\,\frac{\exp[-(i\omega l/v)\xi]}{\varepsilon(\xi)}.$$

Особенности подынтегральных выражений в (8) существенны лишь при достаточно малых относительных расстройках $||\omega|-\omega_0|/\omega_0\leqslant\leqslant(\omega l/c)^2$ и при условии $|\nu|\leqslant(\omega l/c)^2$, когда диэлектрическую проницаемость слоя можно записать в виде

$$\varepsilon(\xi)\simeq\xi^2+\varepsilon_0-i\nu,\qquad(9)$$

где $\varepsilon_0=1-\omega_0^2/\omega^2$, $|\varepsilon_0|\ll 1$. Подставляя зависимость (9) в интегралы $I_{1,2}$, находим искомые амплитуды распространяющихся в вакууме электромагнитных волн «экстремального» резонансного переходного излучения **:

$$C_{1,2}=\frac{iq}{2\pi^2|\omega|\sin\theta}\,\frac{1-\beta^2}{1-\beta^2\cos^2\theta}\,\frac{\exp(i\Phi)}{1+2\delta\exp(i\varphi)},\qquad(10)$$

где θ — угол выхода волны в вакуум $(\sin\theta=ck_\perp/|\omega|)$, $\Phi=(\nu^2+\varepsilon_0^2)^{1/4}\times\times\exp(i\varphi)\,|\omega|\,l/v$, $\varphi=(1/2)\arg(i\nu-\varepsilon_0)$ $(0<\varphi<\pi)$, $\delta=(\nu^2+\varepsilon_0^2)^{1/4}\times\times\cos\theta/\pi(\omega l/c)\sin^2\theta$.

Соответствующие (10) энергии переходного излучения назад W_1 и вперед W_2 равны между собой и могут быть записаны в виде ([1], § 2.2)

$$W_1=W_2=\int\limits_0^\infty d\omega\int\limits_0^{\pi/2}d\theta\,w(\omega,\theta),\qquad(11)$$

причем для спектрально-угловой плотности энергии излучения $w(\omega,\theta)$ расчет дает следующее выражение:

$$w(\omega,\theta)=\frac{2q^2\cos^2\theta}{\pi c\sin\theta}\left(\frac{1-\beta^2}{1-\beta^2\cos^2\theta}\right)^2\left|\frac{\exp(i\Phi)}{1+2\delta\exp(i\varphi)}\right|^2.\qquad(12)$$

3. Как видно из (12), переходное излучение из области резонансного экстремума концентрации, определяемое, главным образом, значениями факторов Φ и δ ***, становится асимптотически малым при выполнении одного из следующих неравенств:

---

* Граничные условия $\{B\}=0$, $\{dB/d\xi\}=0$ на краях слоя могут быть получены интегрированием уравнения (3) по бесконечно малым окрестностям точек $\xi=\pm 1$.

** Кроме поля излучения, для которого $k_\perp^2<\omega^2/c^2$, заряд возбуждает также локализованные вблизи плазменного слоя поля с $k_\perp^2>\omega^2/c^2$, которые далее не учитываются.

*** Заметим, что фактор δ того же вида входит в решение задачи о резонансном поглощении электромагнитных волн в тонком параболическом плазменном слое (см., например, [8]), тогда как фактор Φ характерен для задачи о переходном излучении.

$$\omega l/c \ll (\nu^2+\varepsilon_0^2)^{1/4}; \tag{13}$$

$$\beta \ll (\omega l/c)(\nu^2+\varepsilon_0^2)^{1/4}, \quad \varepsilon_0>0. \tag{14}$$

Неравенство (13) физически соответствует подавлению (за счет соударений и расстройки) резонансного пика поля вблизи экстремума концентрации. Для интерпретации условия (14)* заметим, что в него входит ширина области резонанса: $\Delta x_{\text{рез}} \sim l(\nu^2+\varepsilon_0^2)^{1/4}$ [10]. Таким образом, можно сказать, что условие (14) носит интерференционный характер и соответствует гашению переходного излучения, если за период поля заряженная частица успевает пройти расстояние, много меньшее ширины резонанса:

$$v/\omega \ll \Delta x_{\text{рез}}. \tag{14'}$$

Исходя из сказанного, качественно исследуем зависимость энергии экстремального переходного излучения от толщины слоя l. Как видно из (13), (14), можно ввести следующие оценки для внутреннего l_{in} и внешнего l_{ex} масштабов толщины слоя, в котором переходное излучение будет эффективно генерироваться:

$$l_{\text{in}} \sim \frac{c}{\omega_0}\sqrt{\nu}, \qquad l_{\text{ex}} \sim \frac{c}{\omega_0}\frac{\beta}{\sqrt{\nu}}. \tag{15}$$

Из (15), в свою очередь, следует, что допустимый интервал значений l определен лишь при условии $\beta \gtrsim \nu$, которое можно рассматривать как необходимое условие существования переходного излучения из области резонансного экстремума концентрации. Очевидно, при $\beta \sim \nu$ эффект является избирательным по масштабу l, что может быть использовано для диагностики полинеоднородных плазменных образований.

Заметим, что со снижением частоты ω_0 (при постоянной частоте соударений ν_{eff}) динамический диапазон эффекта по масштабу l уменьшается, что видно из формул (15) после перехода к размерным параметрам

$$l_{\text{in}} \sim \frac{c}{\omega_0^{3/2}}\sqrt{\nu_{\text{eff}}}, \qquad l_{\text{ex}} \sim \frac{c}{\omega_0^{1/2}}\frac{\beta}{\sqrt{\nu_{\text{eff}}}}. \tag{15'}$$

Оценим энергию резонансного переходного излучения, полагая $l_{\text{in}} \lesssim l < l_{\text{ex}}$. Поскольку в этом случае спектрально-угловая плотность энергии излучения $w(\omega, \theta)$ имеет при $\omega \simeq \omega_0$ резкий максимум, ширина которого по порядку величины равна $|\omega-\omega_0| \sim (\omega_0 l/c)^2\omega_0$, для энергии излучения $W_{1,2}$, исходя из (11), получаем следующую оценку:

$$W_{1,2} \sim \int_0^{\pi/2} d\theta\, w(\omega_0, \theta)\,(\omega_0 l/c)^2\omega_0, \tag{16}$$

где функция $w(\omega_0, \theta)$, как видно из (12), имеет нулевой порядок малости. Таким образом, полная энергия переходного излучения из области резонансного экстремума концентрации имеет тот же порядок, что и энергия излучения в тонкой нерезонансной пластине [3, 9]. Следует, однако, подчеркнуть, что в первом случае эта энергия излучается в спектральном интервале с относительной шириной $|\omega-\omega_0|/\omega_0 \lesssim (\omega_0 l/c)^2$. Другими словами, если полоса регистрирующей аппаратуры согласована с указанным спектральным интервалом, то сигнал, обусловленный резонансным эффектом, по порядку величины в $(c/\omega_0 l)^2 \gg 1$ раз превосходит сигнал нерезонансной природы.

Угловой спектр резонансного излучения, в отличие от нерезонансного случая, тесно связан с частотным спектром (сходным является, естественно, отсутствие излучения при $\theta=0$). Как видно из (12), резонансное излучение в частотный интервал $\Delta\omega$ идет при $\nu \to 0$ вдоль

---

* При $\varepsilon_0<0$ условие (14) имеет вид $\beta \ll (\omega l/c)\nu(\nu^2+\varepsilon_0^2)^{-1/4}$.

конуса углов, тем более узкого и тем ближе прижатого к оси x, чем ближе частота ω к частоте ω_0. Максимальная интенсивность излучения при этом также растет. Характерной особенностью резонансного излучения является его симметрия относительно плоскости yz (т. е. вперед — назад), что и естественно ввиду малой толщины слоя.

Заметим, что при $(\nu^2+\varepsilon_0^2)\to 0$ эффективная диэлектрическая проницаемость плазмы ([11], § 19) в центре слоя

$$|\varepsilon_{eff}| \propto (\nu^2+\varepsilon_0^2)^{-1/2}\to\infty,$$

что качественно иллюстрирует различную эффективность экстремального резонансного и нерезонансного переходного излучения в тонких плазменных слоях.

В приведенных выше расчетах величина ν играет, по существу, роль феноменологического параметра, обеспечивающего ограничение поля в области плазменного резонанса. С этой точки зрения, как известно, влияние соударений аналогично влиянию пространственной дисперсии. Другими словами, полученные выше результаты могут быть без труда обобщены на случай нагретой плазмы, где механизмом, ограничивающим поле, является генерация плазменных волн, а эффективное значение ν для рассматриваемого параболического слоя равно [10] $\nu_T\simeq v_T/\omega l$.

В заключение отметим, что результатами настоящей работы можно воспользоваться для приближенного расчета переходного излучения в тонких симметричных плазменных слоях более общего вида $N(x)=N_0(1-x^m l^{-m})$, где m — не целое число, если заменить малый параметр $(\nu^2+\varepsilon_0^2)^{1/4}$ на $(\nu^2+\varepsilon_0^2)^{(m-1)/2m}$ (см. также [7]).
также [7]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние (некоторые вопросы теории). — М.: Наука, 1984.
2. Басс Ф. Г., Яковенко В. М. — УФН, 1965, 86, вып. 2, с. 189.
3. Давыдов В. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1982, 25, № 12, с. 1429.
4. Галеев А. А. — ЖЭТФ, 1964, 46, вып. 4, с. 1335.
5. Ерохин Н. С., Моисеев С. С. В кн.: Вопросы теории плазмы. Вып. 7. — М.: Атомиздат, 1973, с. 178.
6. Неравновесные и резонансные процессы в плазменной радиофизике / Н. С. Ерохин, М. В. Кузелев, С. С. Моисеев, А. А. Рухадзе, А. Б. Шварцбург. — М.: Наука, 1982, гл. 4.
7. Кондратьев И. Г., Миллер М. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1968, 11, № 6, с. 885.
8. Сахаров А. С. — Препринт ФИАН № 190. — М., 1979.
9. Пафомов В. Е. — ЖЭТФ, 1960, 39, вып. 1 (7), с. 134.
10. Буланов С. В., Коврижных Л. М., Сахаров А. С. — ЖЭТФ, 1977, 72, вып. 5, с. 1809.
11. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию 26 июля 1985 г.

ON TRANSITION RADIATION OF CHARGE IN THIN INHOMOGENEOUS PLASMA LAYERS

M. I. Bakunov, Yu. M. Sorokin

Transition radiation from a charged particle in uniform straight motion through a thin parabolic plasma layer is investigated in resonant case, when the plasma resonant point is situated near extremum of plasma concentration. For frequencies closed to the greatest plasma frequency the spectral energy density of extreme resonant transition radiation is found to be much more greater than the energy density of nonresonant one, though the total energies in the two cases are of the same order.