

УДК 621.396:621.82

ХАОТИЧЕСКИЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ В ГЕНЕРАТОРЕ С ИНЕРЦИОННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ВНЕШНЕМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Л. Г. Безаева, Л. Н. Капцов, И. З. Шарипов

Приведены результаты исследования динамики процессов в генераторе почти гармонических колебаний с инерционной нелинейностью при параметрическом внешнем воздействии. Показано, что при определенных параметрах возможны как стохастические автоколебания, так и регулярные автоколебания с периодом, кратным периоду внешнего воздействия. Переход к динамическому хаосу осуществляется через последовательность бифуркаций удвоения периода.

Стохастические движения в динамических системах являются в настоящее время предметом широких исследований. Особое место в этих исследованиях занимают системы, генерирующие колебания различной формы [1]. В классе генераторов особое значение имеют автоколебательные системы с инерционной нелинейностью (ИН). С такими системами сейчас сталкиваются в самых различных областях, в частности при изучении биологических объектов, химических реакций, лазеров, полупроводниковых генераторов электрических сигналов. По этой причине изучение условий появления и характеристик стохастических режимов в генераторах с ИН является актуальной задачей.

Исследованию стохастических режимов в автономном генераторе с ИН посвящены работы [2-5], где показано, что динамический хаос в простейшем генераторе с ИН, не подверженном внешнему воздействию, возникает лишь при относительно малой инерционности системы и достаточно большом превышении порога генерации. В цитированных работах стохастические режимы были получены при значении параметра инерционности γ , определяемом как отношение обратного времени релаксации в цепи обратной связи к собственной частоте колебательного контура ω_0 , равном 0,2, и при значениях параметра возбуждения $\mu_0 = \mu/\omega_0$ (μ_0 — жесткость предельного цикла), равных 1 — 1,8.

Стохастические колебания в автоколебательных системах, характеризующихся значениями γ и μ_0 , существенно меньше указанных, которые мы будем называть генераторами почти гармонических колебаний, возникают лишь при внешних воздействиях на такие системы. Примером может служить хаотический режим, обнаруженный в работе [6]. Практически важным является случай периодического внешнего воздействия на какой-либо параметр системы, который часто применяется для осуществления амплитудной модуляции генерируемых колебаний. В качестве примера подобной задачи можно привести широко применяемый на практике режим модуляции добротности резонатора (генерации гигантских импульсов) в лазерах [7]. Этот и ряд других примеров показывают необходимость изучения стохастических режимов в генераторе почти гармонических колебаний с ИН при внешнем воздействии. Такое изучение, составляющее предмет настоящей статьи, представляет также интерес для дальнейшего развития теории динамической неустойчивости и разработки методов экспериментального измерения ее характеристик.

Структурная схема исследуемого нами генератора с ИН приведена на рис. 1. Линейный детектор D с RC -цепочкой образует цепь инер-

ционной обратной связи, M — коэффициент взаимной индукции в цепи положительной обратной связи. Параметрическое воздействие на генератор осуществляется подачей внешнего синусоидального напряжения $U_0 \cos 2\pi \nu t$, которое складывалось с напряжением V с детектора, сумма этих напряжений модулирует крутизну вольт-амперной характеристики активного элемента S .

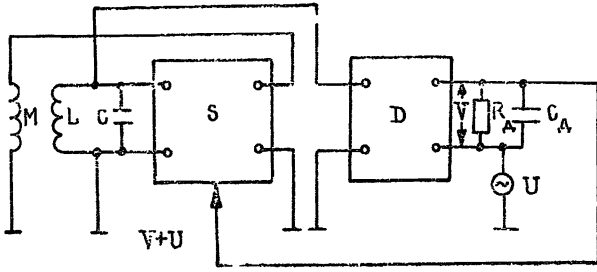


Рис. 1.

Сигнал с контура подавался на осциллограф для наблюдения временных реализаций колебаний в различных режимах работы генератора. Для наблюдения фазовых портретов напряжение с контура детектировалось для выделения огибающей, усиливалось и подавалось на вход осциллографа X , аналогично напряжение с детектора подавалось на вход Y . Спектры сигналов регистрировались низкочастотным анализатором спектра.

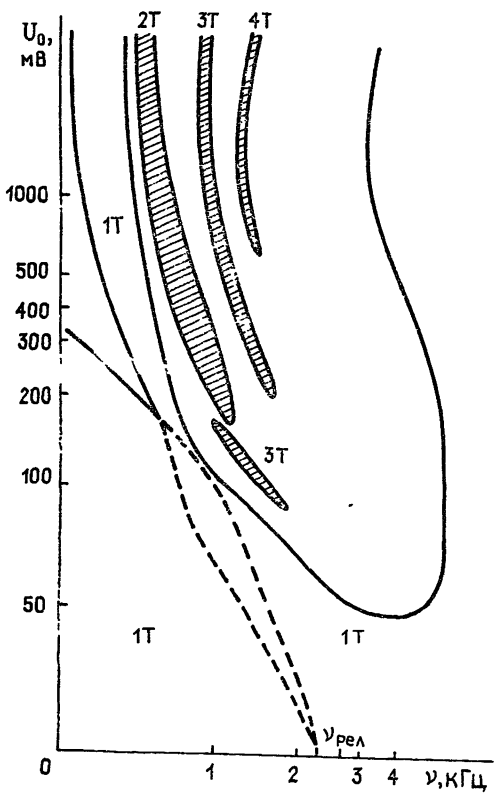


Рис. 2.

На диаграмме, приведенной на рис. 2, представлены области различных режимов работы генератора с ИН при периодической модуляции инерционной обратной связи. Область, обозначенная пунктирной линией в области 1Г, соответствует границе раздела областей с различной глубиной модуляции. Вдоль этой линии происходит скачок глубины модуляции (автоколебаний). Его существование можно объяснить, обратившись к свойствам возбуждаемого внешней силой нелинейного осциллятора [8], который в общих чертах аналогичен рассматриваемой системе. Увеличение глубины воздействия при фиксированной частоте соответствует скачку с нижней ветви резонансной кривой на верхнюю

ветвь, что приводит к резкому увеличению глубины модуляции отклика. При обратном изменении глубины модуляции перескок на нижнюю ветвь происходит при меньшем значении глубины воздействия, т. е. наблюдается гистерезис.

Следует заметить, что исследование мультистабильности режимов генерации одномодового непрерывного лазера с инерционной активной средой проведено в работе [9]. Авторы исследовали балансные уравнения лазера при низкочастотной гармонической модуляции потерь,

которые аналогичны уравнениям простейшего генератора с ИИ почти гармонических колебаний, приведенным ниже. На основе аналитического исследования и численного эксперимента авторы получили форму резонансной кривой, свидетельствующей о наличии нескольких устойчивых решений (мультистабильности) и гистерезисном поведении системы при изменении частоты или глубины воздействия. В нашем случае наблюдается лишь бистабильность. Область гистерезиса выделена на рис. 2 пунктиром.

С ростом амплитуды внешнего воздействия осуществляется нерегулярный стохастический отклик. В области хаотического отклика нами обнаружено несколько областей, в которых имеет место регулярная модуляция амплитуды автоколебаний (области параметрических синхронизмов). Эти области 1—4 на диаграмме заштрихованы. Период колебаний в них равен $1T$, $2T$, $3T$, $4T$ соответственно, где $T=1/\nu$, ν — частота внешнего воздействия. Существуют и другие области синхронной модуляции с периодами $5T$, $6T$, $7T$, $8T$ и т. д., но они достаточно узки, не всегда устойчивы и поэтому не изображены. Области регулярной модуляции с высокой стабильностью амплитуды разделены областями низкой стабильности, переходящими в область хаотической модуляции амплитуды.

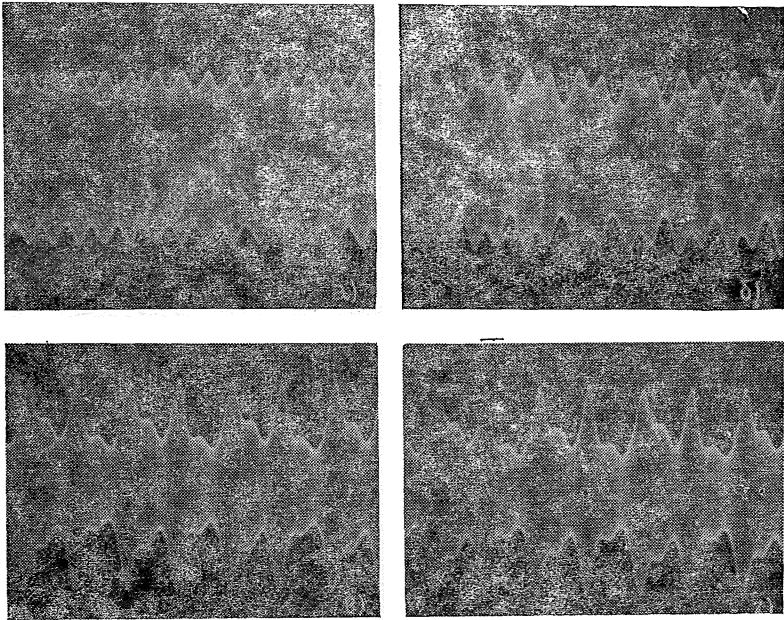


Рис. 3.

Ниже приведены результаты исследования перехода к хаосу в области частот внешнего воздействия $\nu=2\div 4$ кГц. Частота воздействия по порядку величины совпадает с частотой процесса установления (в лазерной физике эту частоту принято называть частотой релаксационных колебаний $\nu_{\text{рел}}$). Осциллограммы основных режимов работы генератора при различном уровне параметрического воздействия U_0 приведены на рис. 3. При малой амплитуде воздействия U_0 наблюдается слабая гармоническая модуляция югибающей (рис. 3а). При увеличении U_0 до U_{01} происходит бифуркация удвоения периода (режим с периодом $2T$ (рис. 3б)). При $U_0=U_{02}$ наблюдается вторая бифуркация удвоения периода, соответствующая осциллограмма приведена на рис. 3в. При $U_0=U_{03}$ наблюдается третья бифуркация (рис. 3г), а при $U_0=U_{04}$ — четвертая бифуркация удвоения периода. Последующие бифуркации наблюдать не удалось из-за наличия шумов в системе. Полученные бифуркации позволили вычислить величины

$$\delta_n = (U_n - U_{n-1}) / (U_{n+1} - U_n),$$

при $n=2$ и 3 они оказались равными $\delta_2=5,3$, $\delta_3=4,7$. В спектре низкочастотной огибающей при бифуркациях удвоения периода возникают субгармоники, число пиков на спектральном интервале ν удваивается, что однозначно связано с удвоением периода низкочастотной огибающей сигнала. При этом огибающая спектральных пиков, рожденных при четвертой бифуркации, расположена на 15 ± 2 дБ ниже огибающей субгармоник, рожденных при третьей бифуркации. При переходе к хаотическому режиму спектр становится сплошным. При превышении некоторого критического значения наблюдаются обратные бифуркации.

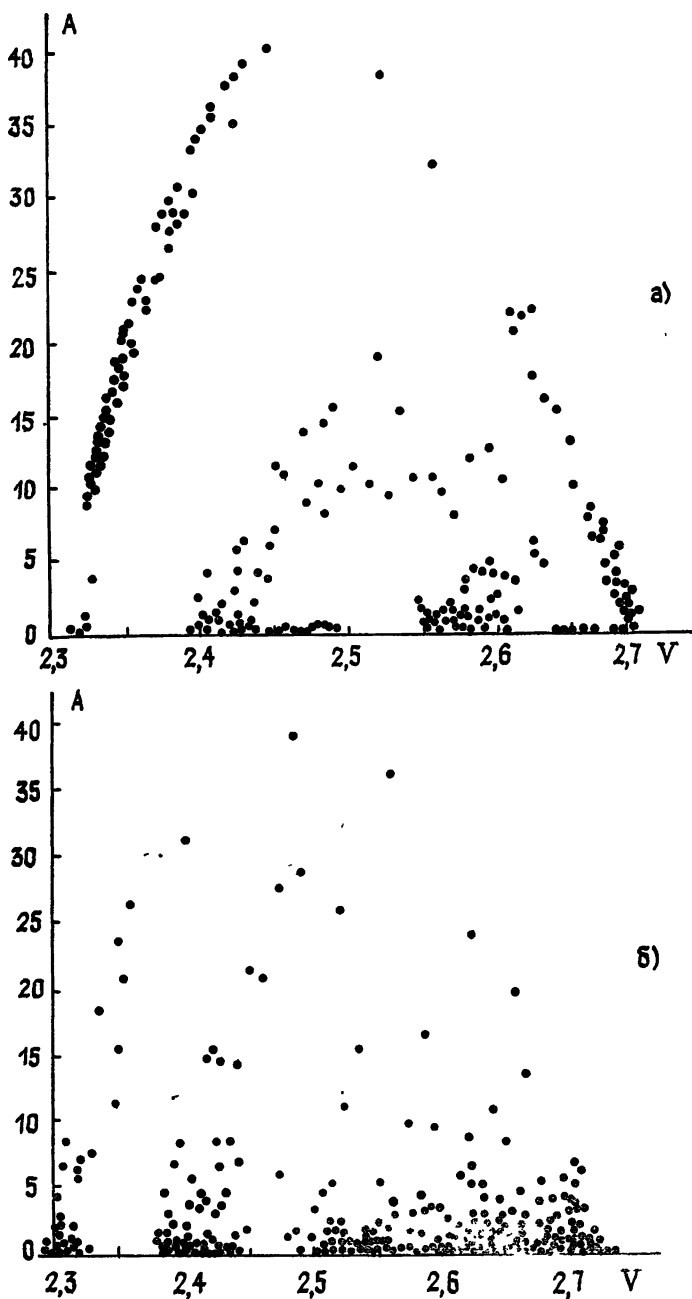


Рис. 4.

Сначала режим $16T$ «замазывается» шумом, т.е. происходит так называемое разрушение спектра, при дальнейшем увеличении U_0 последовательно разрушаются спектры режимов $8T$, $4T$, $2T$. В области хаотического режима наблюдаются узкие области устойчивых периодических

ких режимов. В виде окон устойчивости существуют режимы регулярной модуляции автоколебаний с периодом $3T$ и $4T$, о чем свидетельствуют осциллограммы сечений Пуанкаре, полученных экспериментально, в виде точек 3 и 4 соответственно.

Для получения количественных характеристик наблюдаемого хаотического режима нами численно исследовалась следующая система укороченных уравнений:

$$da/d\tau = (1/2) [\mu_0 - \mu_2 a^2 - \alpha (U_0 \cos \Omega\tau + V)] a,$$

$$dV/d\tau = \eta \gamma a - \gamma V,$$

где a — амплитуда колебаний напряжения в генераторе, V — превышение над порогом генерации, μ_2 — коэффициент, характеризующий безинерционную нелинейность активного элемента, $\gamma = 1/R_d C_d \omega_0$ — параметр инерционности, η — коэффициент, зависящий от свойств детектора, α — коэффициент, характеризующий инерционную обратную связь. В приведенной системе уравнений введено нормированное время $\zeta = \omega_0 t$, ω_0 — частота собственных колебаний генератора ($\omega_0/2\pi = 130$ кГц), также введено обозначение $\Omega = 2\pi\nu/\omega_0$. Уравнения решались при следующих значениях параметров: $\mu_0 = 0,13$, $\mu_2 = 10^{-4}$, $\alpha = 1,22$, $\gamma = 2 \cdot 10^{-4}$, $\eta = 1,3$. Обнаруженные при этом бифуркации и переход к хаосу при малых уровнях воздействия соответствовали наблюдаемым экспериментально.

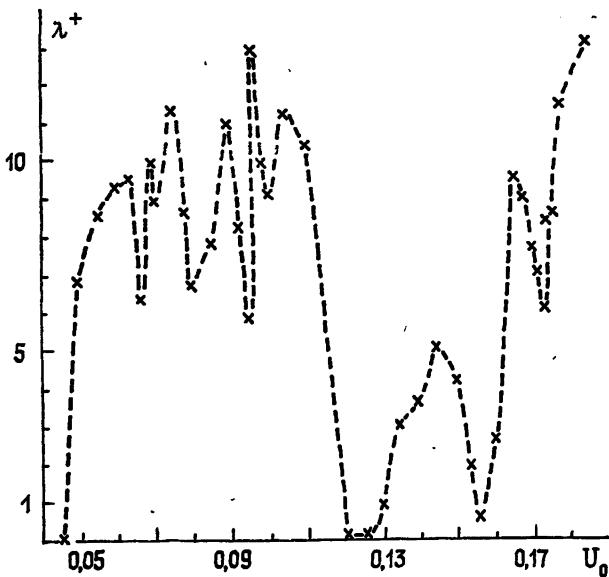


Рис. 5.

Для уточнения характера движения, помимо снятия временных реализаций, строились сечения Пуанкаре [10]. Для этого значения переменных a и V фиксировались строго через период внешнего воздействия. Совпадение точек сечения через n периодов указывает на существование n -периодического движения, которому в фазовом пространстве соответствует устойчивый n -тактный предельный цикл. Отсутствие совпадений свидетельствует о неперIODичности решения. Полученный на основе численного моделирования системы уравнений (1) на ЭВМ вид сечения Пуанкаре, свидетельствующий о хаотичности режима модуляции, приведен на рис. 4. Сечение, представленное на рис. 4а, получено вблизи границы перехода к хаосу. На части этого рисунка приближенно можно провести линию. Точки ложатся на сечение беспорядочно. В целом же сечение является неоднородным, что не позволяет использовать его для построения точечного отображения.

Сечение на рис. 4б получено при продвижении в глубь области хаоса. Оно имеет совершенно беспорядочный вид.

С целью исследования устойчивости аperiodического движения на основе алгоритма Бенеттина вычислялся максимальный ляпуновский показатель [10]

$$\lambda^+ = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n\tau} \sum_{i=1}^n \ln \frac{d_i}{d_0},$$

где d_0 выбиралось достаточно малым, чтобы результат не зависел от величины возмущения ($d_0 = 10^{-4} D$, где D — «размер» аттрактора), $n = 10^4$, $\tau = 10^{-2} T$ (T — период внешнего воздействия). В области хаоса максимальный ляпуновский показатель оказался положителен, что свидетельствует об экспоненциальном разбегании траекторий и их перемешивании в фазовом пространстве, т.е. о наличии в рассматриваемой системе странного аттрактора. Зависимость λ^+ от величины внешнего воздействия U_0 при частоте модуляции $\nu = 2,8$ кГц приведена на рис. 5.

Следовательно, генератор почти гармонических колебаний, подверженный внешнему периодическому воздействию в определенной области параметров воздействия и инерционной нелинейности, является типичным примером системы с динамической неустойчивостью. Подобная неустойчивость может быть обнаружена во многих реальных системах, сводящихся по виду уравнения движения к простейшему генератору с инерционной нелинейностью, в частности в непрерывных лазерах с инерционной активной средой при периодической модуляции добротности резонатора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лекции по радиотехнике СВЧ и электронике (6-я зимняя школа-семинар радиоинженеров). — Саратов, 1984.
2. Анищенко В. С., Астахов В. В., Летчфорд Т. Е. — Радиотехника и электроника, 1982, 26, № 10, с. 1972.
3. Анищенко В. С., Астахов В. В. — Радиотехника и электроника, 1983, 28, № 6, с. 1109.
4. Анищенко В. С., Астахов В. В., Летчфорд Т. Е., Сафонова М. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 2, с. 169.
5. Анищенко В. С., Астахов В. В., Летчфорд Т. Е., Сафонова М. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, 26, № 7, с. 832.
6. Капцов Л. Н. — Радиотехника и электроника, 1975, 20, вып. 12, с. 2496.
7. Беленов Э. М., Морозов В. Н., Ораевский А. Н. — Труды ФИАН, 1970, 52, с. 237.
8. Мигулин В. В., Медведев В. И., Мустель Е. Р., Парыгин В. Н. Основы теории колебаний. — М.: Наука, 1978. — 392 с.
9. Маторин И. И., Пиковский А. С., Ханин Я. И. — Квантовая электроника, 1984, 11, № 10, с. 2096.
10. Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика — М.: Мир, 1984. — 528 с.

Московский государственный университет

Поступила в редакцию
5 августа 1985 г.

CHAOTIC AUTOOSCILLATION IN GENERATOR WITH INERTIAL NONLINEARITY UNDER EXTERNAL PARAMETRIC INFLUENCE

L. G. Bezaeva, L. N. Kaptsov, I. Z. Sharipov

The results of dynamic investigation of processes in autogenerator of «almost harmonic oscillation» with inertial nonlinearity are presented. It is shown, that under certain conditions in that system both chaotic oscillation and regular oscillation with multiple period of external influence are possible. Transition to dynamic chaos are realized by the period-doubling scenario.