ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXX, № 3 РАДИОФИЗИКА 1987

УДК 523.165

ТЕОРИЯ СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ СЛУЧАЙНЫХ МАГНИТНЫХ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

И. Н. Топтыгин, Г. Д. Флейшман, Д. В. Клейнер

Рассчитано излучение ультрарелятивистских частиц в квазиоднородном магнитном поле, на фоне которого имеется широкий спектр магнитных и электрических неоднородностей, создаваемых турбулентной плазмой. Показано, что спектр излучения частицы заданной энергии приобретает высокочастотный степенной участок с показателем α, равным показателю спектра ν мелкомасштабной турбулентности. В случае степенного спектра ультрарелятивистских электронов, $N(\mathscr{E})\sim\mathscr{E}^{-\xi}$, обрывающегося на некоторой энергии $\mathscr{E}_2$, спектр излучения состоит из двух или трех степенных участков с показателями соответственно $\alpha_{1,2}=(\xi-1)/2$ и $\alpha_3=\nu$, на границах которых интенсивность может меняться скачком. Обсуждается вопрос о диагностике высокочастотной турбулентности космической плазмы по излучению частиц высоких энергий.

Синхротронное излучение релятивистских электронов играет важную роль как в лабораторных условиях, так и в качестве источника космического радиоизлучения [1]. При наличии плазменной турбулентности поле, в котором движется частица, представляет собой наложение более или менее однородного регулярного магнитного поля и случайных электрических и магнитных полей различных масштабов, создаваемых турбулентными пульсациями плазмы. На излучение кроме электромагнитных полей влияет также сама окружающая плазма и неоднородности ее электронной плотности.

Хотя излучение электромагнитных волн при взаимодействии частиц высокой энергии с различными модами плазменной турбулентности рассматривалось ранее в ряде работ [2–4], учет совместного влияния регулярного магнитного поля и турбулентных пульсаций не производился. Исключение составляет лишь работа Тамойкина [5], в которой рассчитано переходное излучение релятивистских частиц на неоднородностях электронной плотности в однородном магнитном поле.

Между тем в космической плазме, как правило, спектры формируются при одновременном воздействии квазиоднородного магнитного поля и мелкомасштабных турбулентных полей. Расчет спектральных и поляризационных характеристик излучения представляет интерес не только для выяснения влияния турбулентности на синхротронное излучение, но и в плане решения обратной задачи — исследования свойств турбулентности по наблюдаемым характеристикам излучения высокоэнергичных частиц. Этот второй аспект особенно важен для космических объектов: в настоящее время нет прямых способов исследования турбулентности в сильноионизованных горячих областях.

В настоящей работе решена задача об излучении ультрарелятивистской частицы в магнитном поле при наличии фона турбулентных пульсаций. Интенсивность излучения выражена через функцию распределения излучающей частицы, которая найдена приближенно с учетом регулярного и случайных полей, вызывающих многократное рассеяние частицы. Далее, вычислен спектр излучения для отдельной частицы и ансамбля частиц, распределенных по энергиям по степенному закону. Спектры излучения имеют ряд особенностей, которые могут служить для получения информации о физических условиях в излучающих объектах.

1. ИНТЕНСИВНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЧАСТИЦЫ В СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЯХ

Расчет интенсивности излучения в магнитном поле со случайными неоднородностями в присутствии турбулентной плазмы можно выполнить методом, разработанным Мигдалом [6] для решения задачи о тормозном излучении сверхрелятивистских частиц в среде. Фурье-компонента поля излучения дается формулой

$$B_{n,\omega} = \frac{ie\omega\sqrt{\varepsilon}\,e^{ikR}}{2\pi c^2 R} \int\limits_{-\infty}^{\infty} [n, v(t)]\, e^{i(\omega t - kr)}\, dt, \tag{1}$$

где e, $r(t)$, $v(t)$ — заряд, радиус-вектор и скорость частицы, n — единичный вектор в направлении излучения, k — волновой вектор излучаемой волны в среде. Мы примем условие

$$\omega_p \gg \omega_B, \tag{2}$$

где ω_p — плазменная, а ω_B — электронная циклотронная частота, и будем интересоваться частотами излучения $\omega \gg \omega_p$. В этих условиях можно пренебречь гиротропией плазмы и пользоваться скалярной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega^2$, так что $k = (\omega/c)\sqrt{\varepsilon}\, n$. Ограничившись в формуле (1) током, создаваемым самой релятивистской частицей, мы тем самым исключаем из рассмотрения эффекты переходного излучения и переходного рассеяния на неоднородностях плазмы. Эти эффекты становятся существенными на достаточно низких частотах $\omega \lesssim \omega_p \gamma$, где $\gamma = \mathscr{E}/mc^2$ — лоренц-фактор излучающей частицы (см. [4, 5]).

Энергия, излучаемая частицей в направлении n на частоте ω, вычисляется как поток вектора Пойнтинга в данный телесный угол. С помощью (1) ее можно представить в виде

$$E_{n,\omega} = \frac{e^2\omega^2}{2\pi^2 c^3} \operatorname{Re}_{T\to\infty} \int\limits_{-T}^{T} dt \int\limits_{0}^{\infty} d\tau e^{i\omega\tau} \langle e^{-ik[r(t+\tau)-r(t)]} [n, v(t+\tau)]\, [n, v(t)]\rangle. \tag{3}$$

Угловыми скобками обозначено усреднение по возможным траекториям частицы, которые ввиду наличия турбулентной составляющей поля носят случайный характер. Усреднение в (3) можно выполнить с помощью соответствующих функций распределения

$$\langle e^{-ik[r(t+\tau)-r(t)]} [n, v(t+\tau)]\, [n, v(t)]\rangle = \\ = \int d^3v\, d^3v'\, d^3r\, d^3r'\, e^{-ik(r'-r)} [n, v'] [n, v]\, F(r, v, t)\, W(r, v, r', v', \tau). \tag{4}$$

Здесь W — вероятность того, что частица, находившаяся в момент t в состоянии (r, v), перейдет к моменту $t+\tau$ в состояние (r', v'). Если случайное поле статистически однородно и стационарно, то W зависит только от разности координат $r' - r$ и разности времен τ и не зависит от t. Она удовлетворяет начальному условию $W(r, v, r', v', 0) = \delta(r' - r)\,\delta(v' - v)$. Величина $F(r, v, t)$ представляет собой функцию распределения частицы в момент t. Мы рассмотрим излучение частицы с заданной энергией, движущейся в заданном направлении, т. е. примем $F(r, v, 0) = \delta(r - r_0)\,\delta(v - v_0)$.

Пусть движение происходит в однородном магнитном поле B_0 при наличии случайных магнитного $B(r, t)$ и электрического $E(r, t)$ полей, которые мы будем характеризовать в дальнейшем соответствующими корреляционными тензорами. Вероятность W строится путем решения соответствующего кинетического уравнения, усредненного по флуктуациям случайного поля. Процедура построения уравнения хорошо известна из теории рассеяния частиц случайными электромагнитными полями [7]. Но в данном случае кинетическое уравнение должно быть записано более точно, чем это обычно делается в теории рассеяния, так как условная вероятность W должна описывать движение частицы на конечных временах τ порядка времени излучения электромагнитной волны рассматриваемой частоты.

В случае МГД-турбулентности ($B \gg E$) кинетическое уравнение принимает вид

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \boldsymbol{v}\frac{\partial W}{\partial \boldsymbol{r}} - \Omega\hat{O}W = \left(\frac{ec}{\mathscr{E}}\right)^2 \frac{\langle B_{\rm st}^2\rangle}{3} \hat{O}_\alpha \int\limits_0^\infty \psi(v\tau)\hat{O}_\alpha\, W(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{v}\tau, \boldsymbol{p}, t-\tau)\, d\tau, \quad (5)$$

где $\Omega = ec(\boldsymbol{B}_0 + \tilde{\boldsymbol{B}})/\mathscr{E}$ — гирочастота релятивистской частицы в крупномасштабном поле, $(ec/\mathscr{E})^2\langle B_{\rm st}^2\rangle = \omega_{\rm st}^2/\gamma^2$ — квадрат гирочастоты в мелкомасштабном поле. Разделение поля на крупномасштабное и мелкомасштабное следует проводить, если $L_0 > cp_\perp/\gamma e|\boldsymbol{B}_{tot}|$, L_0 — основной масштаб турбулентности. При этом к мелкомасштабному полю относятся фурье-гармоники случайного поля с $k \gg cp_\perp/\gamma e|\boldsymbol{B}_{tot}|$. При получении (5) предполагалось также, что фазовые скорости МГД-волн малы, $v_{\rm ph} \ll c$, а корреляционный тензор мелкомасштабного поля соответствует изотропному распределению волновых векторов в пространстве:

$$T_{\alpha\beta}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{3}\langle B_{\rm st}^2\rangle\left\{\psi(r)\,\delta_{\alpha\beta} + \psi_1(r)\frac{x_\alpha x_\beta}{r^2}\right\}. \quad (6)$$

В случае ленгмюровской турбулентности фазовые скорости достаточно крупномасштабных гармоник могут превзойти скорость света: $v_{\rm ph} \gtrsim c$ при $l \gtrsim 2\pi c/\omega_p$. Это требует учета зависимости от второго аргумента τ в корреляционном тензоре $K_{\alpha\beta}(\boldsymbol{r}, t)$ случайного электрического поля. Упрощение кинетического уравнения достигается за счет сильного релятивизма частиц: оператор $(\partial/\partial p_\alpha)K_{\alpha\beta}(\partial/\partial p_\beta)$ можно заменить на $\dfrac{\langle E_{\rm st}^2\rangle}{3p^2}\hat{O}^2\varphi(v\tau, \tau)$. Относительная ошибка при такой замене не превосходит $\gamma^{-2} \ll 1$ — отношения «поперечной» массы релятивистской частицы к ее «продольной» массе. В итоге и для ленгмюровской турбулентности при наличии регулярного магнитного поля остается в силе уравнение (5), в котором следует заменить $\langle B_{\rm st}^2\rangle$ на $\langle E_{\rm st}^2\rangle$ и $\psi(v\tau)$ на $\varphi(v\tau, \tau)$.

Переходя к нахождению условной вероятности W из уравнения (5), выполним преобразование Фурье по координатам и времени:

$$i(\boldsymbol{kv} - \omega)\, W_{\boldsymbol{k},\omega} - \Omega\hat{O}\, W_{\boldsymbol{k},\omega} = \hat{O}^2\, q(\omega, \theta)\, W_{\boldsymbol{k},\omega}. \quad (7)$$

Здесь

$$q(\omega, \theta) = \frac{1}{3}\langle B_{\rm st}^2\rangle\left(\frac{ec}{\mathscr{E}}\right)^2 \int\limits_0^\infty \psi(v\tau)\, e^{i(\omega-\boldsymbol{kv})\tau}\, d\tau. \quad (8)$$

Ввиду сложной зависимости эффективной частоты рассеяния $q(\omega, \theta)$ от угла θ между волновым вектором и скоростью частицы воспользуемся аппроксимацией:

$$\alpha = \omega - \boldsymbol{kv} \approx (\omega/2)(\gamma^{-2} + \theta^2 + \omega_p^2/\omega^2) \approx (\omega/2)(a\gamma^{-2} + \omega_p^2/\omega^2). \quad (9)$$

Здесь учтено, что для ультрарелятивистских частиц $\theta \lesssim \gamma^{-1}$, и сделана замена $\theta^2 \approx (a-1)\gamma^{-2}$, где a — постоянная порядка единицы. Эта постоянная определяется из требования, чтобы при высоких частотах, когда крупномасштабное поле несущественно, результат настоящей теории совпадал с тем, который дает метод эквивалентных фотонов [8]. Сравнение дает $a=[(4/3)^{i}(\nu+2)]^{1/\nu}$, где ν — показатель степенного спектра магнитных неоднородностей.

Обозначив через $q(\omega)$ значение величины (8) при подстановке в показатель экспоненты выражения (9), запишем уравнение (7) в форме

$$\frac{\partial W_k}{\partial \tau}+ikvW_k-\Omega\hat{O}\,W_k=q(\omega)\,\hat{O}^2\,W_k. \tag{10}$$

Уравнение (10) решается путем некоторого обобщения уже известных [8] методов. Результат имеет вид

$$W_k=\frac{1}{v^2}\,\delta(v-v')\exp\left[-i\,\frac{\omega v}{c}\left(1-\frac{\omega_p^2}{2\omega^2}\right)\tau\right]w(\theta,\theta',\tau), \tag{11}$$

где

$$w(\theta,\theta',\tau)=\frac{x}{\pi\,\mathrm{sh}\,z\tau}\exp\left[-x(\theta^2+\theta'^2)\,\mathrm{cth}\,z\tau+\right.$$

$$\left.+\,2x(\theta,\theta')\,\mathrm{sh}^{-1}z\tau+\frac{1}{2q}(\theta-\theta')[n,\Omega]-\frac{\Omega_\perp^2\tau}{4q}\right]. \tag{12}$$

Здесь использовано приближение малых углов, введены обозначения:

$$x=(1-i)(\omega/16q)^{1/2},\qquad z=(1-i)(\omega q)^{1/2},\qquad \Omega_\perp^2=[n,\Omega]^2=\omega_{B\perp}^2\gamma^2. \tag{13}$$

Полученная функция распределения описывает, в частности, и движение частицы в однородном магнитном поле. Этот случай реализуется при выключении рассеяния ($q\to 0$), для чего необходимо разложить $\mathrm{cth}\,z\tau$ и $\mathrm{sh}^{-1}z\tau$ в (12) с точностью до членов второго порядка.

2. ФОРМА СПЕКТРА ИЗЛУЧЕНИЯ И ВОЗМОЖНОСТЬ ДИАГНОСТИКИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЫ

Излучаемая энергия (3) в статистически однородном и стационарном поле пропорциональна времени. Для вычисления энергии излучения в единицу времени (интенсивности излучения $I_{n,\omega}$) следует поделить (3) на полное время излучения $2T$. Это эквивалентно снятию внешнего интеграла по dt. Проинтегрируем далее интенсивность излучения по всем направлениям начальной скорости частицы v_0 при фиксированном n. Использовав (3) и (11), приходим к следующему выражению:

$$I_\omega=\frac{e^2\omega^2}{2\pi^2 c}\,\mathrm{Re}\int_0^\infty d\tau\exp\left[i\,\frac{\omega\tau}{2\gamma^2}\left(1+\frac{\omega_p^2\gamma^2}{\omega^2}\right)\right]\int d^2\theta' d^2\theta(\theta'\theta)\,w(\theta,\theta',\tau), \tag{14}$$

где остается зависимость от угла между n и направлением квазиоднородного поля. Функция распределения $F(r,v,t)$ в силу условия нормировки на единицу после интегрирования по d^3v_0 и d^3r превратилась в единичный множитель.

Далее проводим интегрирование по углам в (14). При выделении вещественной части необходимо учесть, что x и z выражены через комплексный параметр

$$q(\omega)=q'(\omega)+iq''(\omega)=|q(\omega)|\,e^{i\varphi}. \tag{15}$$

В результате мы получим окончательное выражение для спектральной плотности излучения:

$$I_\omega=\frac{8e^2q'(\omega)}{3\pi c}\gamma^2\left(1+\frac{\omega_p^2\gamma^2}{\omega^2}\right)^{-1}\Phi_1(s_1,s_2,r)+$$

$$+\frac{e^2\omega}{4\pi c\gamma^2}\left(1+\frac{\omega_p^2\gamma^2}{\omega^2}\right)\Phi_2(s_1,s_2,r). \qquad (16)$$

Здесь через Φ_1, Φ_2 обозначены однократные интегралы

$$\Phi_1(s_1,s_2,r)=\frac{6|s|^4}{s_1s_2}\operatorname{Im}\int_0^\infty dt\, e^{-2st}\{\operatorname{cth} t\exp[-2rs^3(\operatorname{cth} t-$$
$$-\operatorname{sh}^{-1}t-t/2)]-1/t\},$$
$$\Phi_2(s_1,s_2,r)=2r|s|^2\operatorname{Re}\int_0^\infty dt\frac{\operatorname{ch}t-1}{\operatorname{sh}t}\times \qquad (17)$$
$$\times\exp[-2st-2rs^3(\operatorname{cth}t-\operatorname{sh}^{-1}t-t/2)-i\varphi],$$

зависящие от безразмерных вещественных параметров s_1, s_2, τ, причем

$$s=s_1-is_2=\frac{\exp[-i(\pi/4+\varphi/2)]}{4\sqrt{2}\gamma^2}\left(\frac{\omega}{|q(\omega)|}\right)^{1/2}\left(1+\frac{\omega_p^2\gamma^2}{\omega^2}\right),$$
$$r=32\gamma^6\left(\frac{\Omega_\perp}{\omega}\right)^2\left(1+\frac{\omega_p^2\gamma^2}{\omega^2}\right)^{-3}. \qquad (18)$$

Функции Φ_1 и Φ_2 обобщают функцию Мигдала [6], введенную им при рассмотрении тормозного излучения в среде, на случай наличия регулярного магнитного поля и случайных турбулентных полей. С другой стороны, они обобщают функцию $(\omega/\omega_c)\int_{\omega/\omega_c}^\infty K_{5/3}(\eta)d\eta$, описывающую излучение в однородном магнитном поле, на случай, когда на его фоне имеются мелкомасштабные флуктуации электрического и магнитного полей.

В выражение для s входит частота рассеяния частицы $q(\omega)$. Вычислим ее, выбрав корреляционную функцию вида

$$\psi(v\tau)=\frac{2^{(3-\nu)/2}}{\Gamma(\nu/2-1/2)}(\omega_0\tau)^{(\nu-1)/2}K_{(\nu-1)/2}(\omega_0\tau). \qquad (19)$$

Такой выбор соответствует степенной зависимости плотности энергии мелкомасштабного поля от волнового числа [7]: $P(k)\sim k^{-\nu}$ при $k\gg k_0=\omega_0/c$.

Согласно (8), (9), (19), при $1<\nu<2$

$$q(\omega)=\frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma(\nu/2)\,\omega_{st}^2\,\omega_0^{\nu-1}}{3\Gamma(\nu/2-1/2)\gamma^2(\alpha^2+\omega_0^2)^{\nu/2}}+i\frac{\nu-1}{3}\frac{\omega_{st}^2\,\alpha}{\gamma^2\omega_0^2}\times$$
$$\times F\left(\frac{\nu+1}{2},\,1,\,\frac{3}{2};\,-\frac{\alpha^2}{\omega_0^2}\right), \qquad (20)$$

где $F(a,b,c;x)$ — гипергеометрическая функция. При $\nu=2$ имеем

$$q(\omega)=\frac{4\omega_{st}^2\,\omega_0}{3\gamma^2\omega^2(a\gamma^{-2}+\omega_p^2/\omega^2)^2}+i\frac{2\omega_{st}^2}{\gamma^2\omega(a\gamma^{-2}+\omega_p^2/\omega^2)}. \qquad (21)$$

Несмотря на сложность выражений (16)—(21), асимптотические зависимости могут быть проанализированы в аналитической форме.

Покажем прежде всего, что при выключении случайного поля и в отсутствие плазмы ($\omega_p=0$) наши формулы дают известные выражения [1] для спектральной плотности синхротронного излучения в вакууме. Выключению случайного поля отвечает значение $|s|\gg 1$. В области малых частот, $\omega\ll\omega_{B_\perp}\gamma^2$ и $\omega\ll\omega_0\gamma^2$, при $\omega_p=0$, согласно (18) и (20), имеем $r\gg 1$ и $q'(\omega)\gg q''(\omega)$, т. е. $s_1\approx s_2$. Формулы (17) дают при этом

$$\Phi_1\approx-8\pi s_1^2,\qquad \Phi_2\approx 2^{1/3}3^{1/6}\Gamma(2/3)r^{1/3}. \tag{22}$$

Используя (16), (18) и (22), находим

$$I_\omega\approx\frac{3^{1/6}\,\Gamma(2/3)}{\pi}\,\frac{e^2}{c\gamma^2}\,(\omega_{B\perp}\,\gamma^2)^{2/3}\,\omega^{1/3}. \tag{23}$$

При высоких частотах, $\omega\gg\omega_{B\perp}\gamma^2$, имеем $r\ll 1$, но по-прежнему $|s|\gg 1$. Вычисление Φ_1, Φ_2 методом перевала дает

$$\Phi_1\approx 1-\frac{3|s|^4}{s_1\,s_2}\,2^{-5/4}\pi^{1/2}\,r^{1/4}\,e^{-8\sqrt{2}/3\sqrt{r}},\qquad \Phi_2\approx 2^{3/4}\,\pi^{1/2}\,r^{1/4}\,e^{-8\sqrt{2}/3\sqrt{r}}. \tag{24}$$

Использование этих значений в (16) позволяет получить

$$I_\omega\approx\frac{1}{\sqrt{\pi}}\,\frac{e^2}{c\gamma^2}\,(\omega_{B\perp}\,\gamma^2\,\omega)^{1/2}\exp\left(-\frac{2}{3}\,\frac{\omega}{\omega_{B\perp}\gamma^2}\right). \tag{25}$$

Оба выражения, (23) и (25), согласуются с известными формулами [1] синхротронного излучения в вакууме.

Обратимся теперь к общему случаю, когда есть регулярное и случайное поля.

2.1. Высокие частоты, $\omega\gg\omega_{B\perp}\gamma^2$:

$$I_\omega=\frac{8e^2\,q'(\omega)}{3\pi c}\,\gamma^2. \tag{26}$$

Здесь $q'(\omega)$ — вещественная часть частоты рассеяния, пропорциональная согласно (8) косинус-амплитуде Фурье от корреляционной функции случайного поля. В случае степенного спектра турбулентности имеем

$$I_\omega=\frac{2^{\nu+1}\,\Gamma(\nu/2)}{3\sqrt{\pi}\Gamma(\nu/2-1/2)(\nu+2)}\,\frac{e^2}{c}\,\omega_{\rm st}^2\,\gamma^2\,\frac{(\omega_0\,\gamma^2)^{\nu-1}}{\omega^\nu}. \tag{27}$$

Такая зависимость простирается вплоть до частот $\omega_{\max}=c\gamma^2/l_{\min}$, где $l_{\min}$ — минимальный масштаб турбулентности, после чего спектр обрывается. В отсутствие случайных неоднородностей спектр согласно (25) спадает при частотах $\omega\gg\omega_{B\perp}\,\gamma^2$ экспоненциально.

2.2. Промежуточные частоты, $\omega_p\gamma\ll\omega\ll\omega_{B\perp}\gamma^2$. Если поперечная (относительно направления наблюдения) компонента крупномасштабного поля достаточно мала, так что $\omega_{\rm st}\gg\omega_{B\perp}$, а также $\omega_0>\omega_{\rm st}$, то

$$I_\omega=\frac{2}{3^{1/2}\,\pi^{3/4}}\left[\frac{\Gamma(\nu/2)}{\Gamma(\nu/2-1/2)}\right]^{1/2}\frac{e^2\,\omega_{\rm st}}{c}\left(\frac{\omega}{\omega_0\,\gamma^2}\right)^{1/2}. \tag{28}$$

Если же крупномасштабное поле достаточно сильное, так что $\omega_{B\perp}\gg\omega_{\rm st}$, то случайное поле в указанном интервале частот играет малую роль и применима формула (23), согласно которой $I_\omega\sim\omega^{1/3}$.

2.3. Низкие частоты, $\omega_p\ll\omega\ll\omega_p\gamma$. Излучение сильно зависит от плотности (слагаемое ω_p^2/ω^2). Этот эффект хорошо известен для тормозного [8] и магнитотормозного [9] излучения в регулярном магнитном поле. Последний случай реализуется при $\omega_{B\perp}\gg\omega_{\rm st}$:

$$I_\omega = \frac{e^2}{2\sqrt{\pi}\,c}(\Omega_\perp\,\omega_p)^{1/2}\exp\left[-\frac{2}{3}\frac{(\omega_p\gamma)^3}{(\omega_{B\perp}\gamma^2)\,\omega^2}\right]. \qquad (29)$$

Но при еще более низких частотах снова превалирует вклад от случайного поля, который приводит к степенному, а не экспоненциальному спаду интенсивности с уменьшением частоты:

$$I_\omega = \frac{2^{\nu+3}\,\Gamma(\nu/2)}{9\sqrt{\pi}\,\Gamma(\nu/2-1/2)}\,\frac{e^2\,\omega_{st}^2}{c\gamma^2\,\omega_p}\left(\frac{\omega_0}{\omega_p}\right)^{\nu-1}\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^{\nu+2}. \qquad (30)$$

Следует, однако, иметь в виду, что при частотах $\omega<\omega_p\gamma$ формулы (28), (29) дают только часть полного излучения релятивистской частицы. Другая его часть представляет собой переходное излучение (переходное рассеяние поля движущейся частицы на неоднородностях плазмы) и должна вычисляться другими методами.

Приведенные выше результаты дают излучение частицы заданной энергии. В большинстве астрофизических объектов энергетический спектр излучающих частиц хорошо аппроксимируется степенной зависимостью в широком интервале энергий [7, 10]. Представив спектр электронов в виде

$$dN_e(\gamma) = K_e\gamma^{-\xi}d\gamma, \qquad \gamma_1\leqslant\gamma<\gamma_2, \qquad (31)$$

запишем излучение от всего ансамбля:

$$P(\omega) = \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} I_\omega(\gamma)\,dN_e(\gamma). \qquad (32)$$

С помощью асимптотик $I_\omega(\gamma)$ оказывается возможным найти асимптотические выражения и для $P(\omega)$.

Рассмотрим вначале высокие частоты, на которых излучение всех частиц с $\gamma_1\leqslant\gamma\leqslant\gamma_2$ определяется случайными полями, т. е. формулой (27). Такие частоты отвечают неравенству

$$\omega\gg\omega_* = \omega_{B\perp}\gamma_2^2\Lambda,$$

где Λ — логарифмический множитель, который определяется относительным уровнем энергии турбулентности и магнитного поля:

$$\Lambda = \frac{3}{2}\ln\left[\frac{3^{\nu+3/2}(\nu+2)\,\Gamma(\nu/2-1/2)}{2^{2\nu+5/2}\,\Gamma(\nu/2)}\,\frac{\omega_{B\perp}^{\nu+1}}{\omega_{st}^2\,\omega_0^{\nu-1}}\right]. \qquad (33)$$

Выполняя интегрирование выражения (27) согласно (32), получим при $\gamma_2\gg\gamma_1$

$$P_1(\omega) = \frac{2^{\nu+1}\,\Gamma(\nu/2)K_e}{3\pi^{1/2}(\nu+2)(2\nu+1-\xi)\,\Gamma(\nu/2-1/2)}\,\frac{e^2}{c}\times$$
$$\times\,\omega_{st}^2\,\omega_0^{\nu-1}\,\gamma_2^{2\nu+1-\xi}\,\omega^{-\nu}. \qquad (34)$$

Таким образом, в случае степенного спектра электронов, обрывающегося на некоторой энергии $\mathscr{E}_2 = mc^2\gamma_2$, высокочастотная часть спектра излучения определяется случайными полями и повторяет спектр турбулентности. Этот результат остается в силе и в том случае, если обрыв энергетического спектра электронов не резкий — достаточно степенного спада с показателем $\xi_1>2\nu+1$.

В области промежуточных частот, $\omega_{**}\ll\omega\ll\omega_*$, где $\omega_{**}\approx\approx\omega_p(\omega_p\gamma_1/\omega_{B\perp})^{1/2}$, при $\omega_{B\perp}\gg\omega_{st}$ главный вклад в излучение дает крупномасштабное магнитное поле:

$$P_2(\omega) = 3^{\xi/2}\,\frac{\Gamma\left(\frac{3\xi-1}{12}\right)\Gamma\left(\frac{3\xi+19}{12}\right)}{\xi+1}\,K_e\,\frac{e^2}{c}\,\frac{\omega_{B\perp}^{\alpha+1}}{\omega^\alpha}, \quad \alpha = \frac{\xi-1}{2}. \qquad (35)$$

Здесь появляется степенной участок с характерным для синхротронного излучения спектральным индексом α [1]. Если превалирует мелкомасштабное поле, $\omega_{st} \gg \omega_{B\perp}$, то сохраняется та же зависимость $P_2(\omega) \sim \omega^{-\alpha}$ с другим коэффициентом пропорциональности.

В окрестности частоты ω_* формулы (34) и (35) неприменимы, в этой области происходит экспоненциальное уменьшение интенсивности с ростом частоты, которое и приводит к плавному переходу от (34) к (35). При не слишком хорошем разрешении прибора это уменьшение будет проявляться как скачок интенсивности, который можно охарактеризовать отношением P_1/P_2, взятым при $\omega = \omega_{B\perp}\gamma^2$:

$$P_1/P_2 = \\ = \frac{2^{\nu+1}(\xi+1)\Gamma(\nu/2)}{3^{\xi/2+1}\pi^{1/2}(\nu+2)(2\nu+1-\xi)\Gamma(\nu/2-1/2)\Gamma((3\xi-1)/12)\Gamma((3\xi+19)/12)} \times \\ \times \frac{\omega_{st}^2\,\omega_0^{\nu-1}}{\omega_{B\perp}^{\nu+1}}. \tag{36}$$

Здесь произведение $\omega_{st}^2\,\omega_0^{\nu-1}$, где ω_{st}^2 определяется энергией случайного поля в масштабах $l \ll l_0$, не зависит от выбора граничного масштаба l_0.

Еще более сложная форма спектра возникает, если на фоне крупномасштабного магнитного поля возбуждена ленгмюровская турбулентность с достаточно широким спектром масштабов. Ленгмюровские волны с $k > \omega_p/c$ действуют как мелкомасштабная турбулентность и приводят при частотах $\omega \gg \omega_p\gamma_2^2$ к спектру излучения вида (34), где ω_{st}^2 определяется значением $\langle E_{st}^2\rangle$. В диапазоне частот $\omega_{B\perp}\gamma_2^2 \ll \omega \ll \omega_p\gamma_2^2$ спектр излучения определяется ленгмюровскими гармониками с $k < \omega_p/c$. Их фазовые скорости превосходят c, поэтому в корреляционной функции необходимо учитывать зависимость от временного аргумента. Спектральная плотность излучения ансамбля электронов описывается при указанных частотах выражением

$$P_l(\omega) = \frac{\xi^2+4\xi+11}{2(\xi+1)(\xi+3)(\xi+5)} K_e \frac{e^2}{c} \frac{\omega_e^2}{\omega_p} \left(\frac{2\omega_p}{\omega}\right)^{(\xi-1)/2}, \tag{37}$$

где ω_e^2 определяется электрическим полем крупномасштабных ленгмюровских гармоник. При $\omega \lesssim \omega_{B\perp}\gamma_2^2$ превалирует синхротронное излучение в крупномасштабном магнитном поле и спектр описывается формулой (35).

Таким образом, при наличии ленгмюровской турбулентности спектр излучения может содержать три степенных участка с показателями соответственно $(\xi-1)/2$, $(\xi-1)/2$ и ν. Первые два участка, имея одинаковые спектральные индексы, лежат на разных уровнях. Соответствующие скачки интенсивности легко оцениваются с помощью формул (34), (35), (37). В низкочастотной области происходит подъем спектра за счет переходного излучения на неоднородностях плазмы.

Турбулентность плазмы приводит к целому ряду характерных особенностей в излучении релятивистских частиц. В наблюдаемых спектрах космических объектов в радио- и оптическом диапазонах возможно, в принципе, выявление этих особенностей, что позволит получить ценную и уникальную информацию о физических условиях в источниках излучения [11].

Для отдельного электрона указанные особенности наблюдаются на низких, $\omega \ll \omega_p\gamma$, и высоких, $\omega \gg \omega_{B\perp}\gamma^2$, частотах. Соответствующие эффекты имеют место и при излучении ансамбля частиц со степенным энергетическим спектром, причем для появления высокочастотных степенных участков с индексом турбулентности ν необходим обрыв спектра электронов на некоторой энергии $\mathscr{E}_2$. Для некоторых объектов (радиогалактики, струи квазаров и др.) предсказанные особенности спектра наблюдаются и могут быть интерпретированы на основе развитой теории.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л., Сыроватский С. И. Происхождение космических лучей.— М.: АН СССР, 1963.
2. Каплан С. А., Цытович В. Н. — УФН, 1969, 97, № 1, с. 77.
3. Бельков С. А., Николаев Ю. А., Цытович В. Н. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 3, с. 261.
4. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние (некоторые вопросы теории). — М.: Наука, 1984.
5. Tamoykin V. V. — Astrophys. Space Sci., 1978, 53, № 1, p. 3.
6. Мигдал А. Б. — ДАН СССР, 1954, 96, № 1, с. 49.
7. Топтыгин И. Н. Космические лучи в межпланетных магнитных полях. — М.: Наука, 1983.
8. Тер-Микаэлян М. Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. — Ереван: АН АрмССР, 1969.
9. Цытович В. Н. — Вестник МГУ. Сер. физическая, 1951, 4, № 1, с. 21.
10. Березинский В. С., Буланов С. В., Гинзбург В. Л. и др. Астрофизика космических лучей. — М.: Наука, 1984.
11. Топтыгин И. Н., Флейшман Г. Д. — Изв. АН СССР. Сер. физическая, 1984, 48, № 11, с. 2240.

Ленинградский политехнический институт

Поступила в редакцию 24 июня 1985 г.

THEORY OF SYNCHROTRON RADIATION IN THE PRESENCE OF RANDOM MAGNETIC AND ELECTRIC FIELDS

I. N. Toptygin, G. D. Fleishman, D. V. Kleiner

The radiation of ultrarelativistic particles is examined in a quasi-uniform magnetic field superimposed by a wide spectrum of magnetic and electric inhomogeneities created by a turbulent plasma. The radiation spectrum from a particle of a given energy is shown to acquire a high-frequency power-law tail with the same spectral index as the index ν of small-scale turbulence. For a power-law spectrum of ultrarelativistic electrons, $N(\mathscr{E}) \sim \mathscr{E}^{-\xi}$, with a cutoff at some energy $\mathscr{E}_2$, the radiation spectrum consists of two or three power-law ranges with spectral indices $\alpha_{1,2} = (\xi - 1)/2$ and $\alpha_3 = \nu$, respectively; the radiation intensity may suffer jumps at the frequencies which separate these ranges. The possibility of diagnostics of high-frequency cosmic plasma turbulence from radiation of high-energy particles is discussed.