

УДК 538 56 519 25

**О ВОЗМОЖНОСТИ ИССЛЕДОВАНИЯ ОДНОРОДНОСТИ  
ОБРАЗЦОВ ПО ПАРАМЕТРАМ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ  
С ПОМОЩЬЮ ИЗМЕРЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ,  
ПОПЕРЕЧНОГО К ТОКУ**

*Л. Н. Булаевский, С. В. Панюков*

Исследованы статистические флуктуации потенциала в неупорядоченных проводниках в присутствии стационарного тока. Флуктуирующая часть напряжения между двумя точками выражена через коррелятор флуктуаций проводимости. Показано, что измерения поперечного к току напряжения позволяют исследовать характер неоднородностей параметра порядка фазовых переходов, влияющих на проводимость (сверхпроводящего перехода, перехода металл—диэлектрик, магнитного перехода в металлах).

В этой статье мы найдем флуктуации напряжения  $U_{12}$  между двумя произвольными точками 1, 2 образца при заданном протекающем через него полном токе. Будем считать известной корреляционную функцию флуктуаций проводимости  $f(\mathbf{r}) = \langle (\sigma(\mathbf{r})/\bar{\sigma} - 1) (\sigma(0)/\bar{\sigma} - 1) \rangle$ , где  $\bar{\sigma} = \langle \sigma(\mathbf{r}) \rangle$  и угловые скобки означают усреднение по образцам (конфигурациям дефектов в проводнике). Зная связь между флуктуациями напряжения  $U_{12}$  и функцией  $f(\mathbf{r})$ , можно найти по экспериментальным данным для  $U_{12}$  параметры функции  $f(\mathbf{r})$ , характеризующей степень неоднородности системы по проводимости. При низких температурах функция  $f(\mathbf{r})$  описывает флуктуации остаточной проводимости, обсуждавшиеся в [1, 2]. Не менее интересной представляется информация о функции  $f(\mathbf{r})$  в ряде других случаев. Так, вблизи фазового перехода в металле (сверхпроводящий переход, переход металл—диэлектрик) функция  $f(\mathbf{r})$  характеризует неоднородность системы по параметрам фазового перехода и, в частности, по величине критической температуры перехода  $T_c$ . Ниже мы предложим схему измерения  $U_{12}$ , которая позволяет оценить параметры функции  $f(\mathbf{r})$  наиболее точно.

**1. Слабые флуктуации проводимости.** Для образца в форме параллелепипеда с размерами  $L_x, L_y, L_z$  при заданном полном токе  $I$ , текущем вдоль оси  $z$  (рис. 1), в низшем порядке по флуктуациям получаем из закона Ома

$$\delta j_k(\mathbf{r}) = \delta \sigma_{kz}(\mathbf{r}) E_0 - \bar{\sigma} \nabla_k \delta U(\mathbf{r}), \quad \nabla_k = \partial / \partial r_k; \quad (1)$$

$$E_0 = I / \bar{\sigma} L_x L_y, \quad \int d\mathbf{r} \delta j_k(\mathbf{r}) = 0, \quad (2)$$

где  $E_0$  — градиент электрохимического потенциала в отсутствие флуктуаций, член  $\delta U(\mathbf{r})$  описывает флуктуации электрохимического потенциала. Далее мы будем считать среднюю проводимость системы изотропной,  $\langle \sigma_{ik} \rangle = \bar{\sigma} \delta_{ik}$ . Взяв дивергенцию от обеих частей (1), получим для  $\delta U(\mathbf{r})$  уравнение Лапласа с правой частью и граничными условиями  $\nabla_x \delta U(\mathbf{r}) = 0$  при  $x=0, L_x, \nabla_y \delta U(\mathbf{r}) = 0$  при  $y=0, L_y$  и  $\nabla_x \delta U(\mathbf{r}) = \nabla_y \delta U(\mathbf{r}) = 0$  при  $z=0, L_z$  (условие эквипотенциальности контактов). Решение уравнения (1) имеет вид

$$\delta U(\mathbf{r}) = \varepsilon z + \frac{E_0}{\sigma} \sum_k \frac{k_i}{k^2} \delta \sigma_{iz}(\mathbf{k}) \varphi_k(\mathbf{r}); \quad (3)$$

$$\varphi_k(\mathbf{r}) = \cos k_x x \cos k_y y \sin k_z z; \quad (4)$$

$$\varepsilon = \frac{E_0}{V\sigma} \left[ \delta \sigma_{zz}(\mathbf{k}) - \frac{k_z k_i}{k^2} \delta \sigma_{iz}(\mathbf{k}) \right]_{k \rightarrow 0}, \quad (5)$$

где  $k_i = \pi n_i / L_i$ ,  $n_i$  — целые числа,  $V = L_x L_y L_z$ ,  $\delta \sigma_{im}(\mathbf{k})$  — соответствующая фурье-компонента  $\delta \sigma_{im}(\mathbf{r})$ .

Вторые члены в первых частях (3), (5) отсутствуют, если  $\nabla_i \sigma_{im}(\mathbf{r}) = 0$ . Такое равенство выполняется для проводимости, вычисленной по формуле Кубо в модели невзаимодействующих электронов. Поэтому в [1, 2] учитывался только член  $z$  для  $\delta U(\mathbf{r})$ . В реальной системе с учетом дальнедействующей части кулоновского взаимодействия электронов условие  $\nabla_i \sigma_{im}(\mathbf{r}) = 0$  в общем случае не имеет места. Так оно заведомо отсутствует в одномерной системе, а также в трехмерном образце, где средняя концентрация примесей зависит только от одной координаты.

Из (3), (4) видно, что второй член не дает вклада в разность потенциалов точек  $z=0$  и  $z=L_z$  и в геометрии рис. 1 флуктуации сопротивления образца определяются лишь членом  $z$ . В то же время только второй член в (3) дает вклад в разность потенциалов точек 1, 2 с  $z_1 = z_2$ . Далее нас будет интересовать напряжение  $U_{12}$  между такими точками (поперечное к току напряжение). Оно отсутствует в полностью однородной системе, и поэтому его величина характеризует уровень флуктуаций проводимости в исследуемом образце.

Для упрощения расчетов мы будем считать флуктуации проводимости гауссовыми и изотропными. Из (3) получаем

$$\langle U_{12}^2 \rangle = \frac{8 E_0^2}{V} \sum_k \frac{k_z^2}{k^2} f(\mathbf{k}) \left[ \varphi_k(\mathbf{r}_1) - \varphi_k(\mathbf{r}_2) \right]^2; \quad (6)$$

$$f(\mathbf{k}) = \int d\mathbf{r} f(\mathbf{r}) \cos k_x x \cos k_y y \cos k_z z. \quad (7)$$

Здесь  $f(\mathbf{k})$  — фурье-компонента корреляционной функции проводимости. Асимптотика  $\langle U_{12}^2 \rangle$  при больших  $r_{12} = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$  существенно зависит от поведения функции  $f(\mathbf{k})$  при  $k \rightarrow 0$  и эффективной «размерности» образца. Дальнейший расчет будет проведен для функции  $f(\mathbf{k})$ , характеризующей макроскопические неоднородности. Примем  $f(\mathbf{k}) = c a^3 / (1 + a^2 k^2)$ , где  $a$  — размер неоднородностей проводимости и  $c$  — их относительный объем, умноженный на величину  $[\langle (\delta \sigma)^2 \rangle]^{1/2} / \sigma$ .

Для трехмерной системы при  $r_{12} \gg a$  получаем

$$\langle U_{12}^2 \rangle = I^2 a^2 c / \sigma^2 L_x^2 L_y^2, \quad (8)$$

и в пленке с  $L_y \approx L_z$  и толщиной  $L_x \ll a c^{1/3} \ln(L_z / a c^{1/3})$

$$\langle U_{12}^2 \rangle = I^2 a c^{1/3} \ln(r_{12} / a c^{1/3}) / L_x^3 L_y^2 \sigma^2. \quad (9)$$

В кольце из проволоки длиной  $L_z$  и поперечным сечением  $S$  (см. рис. 2) в одномерном случае  $L_z a c^{1/3} \gg S$  получаем для  $U_{12}$ , сопротив-

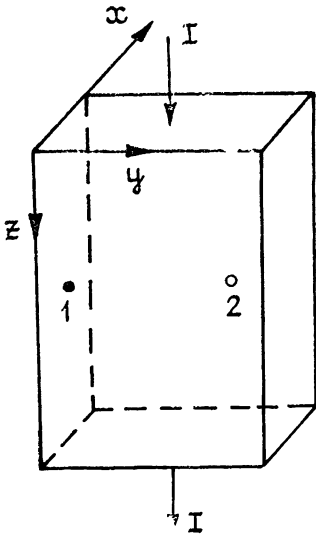


Рис. 1.

лений системы  $R$  и разбаланса токов в левой и правой части цепи ( $I_1 - I_2$ )

$$\langle U_{12}^2 \rangle = \frac{I^2 a^3 c L_z}{S^2 \sigma^2}, \quad \frac{\langle (I_1 - I_2)^2 \rangle}{I^2} = \frac{\langle (\delta R)^2 \rangle}{R^2} = \frac{a^3 c}{L_z S} \quad (10)$$

Сравнение (8)–(10) показывает, что флуктуации  $U_{12}$  максимальны для кольца. Здесь  $\langle U_{12}^2 \rangle \sim r_{12} \sim L_z$  из-за суммирования независимых случайных сопротивлений, соединенных последовательно. Поэтому использование схемы, показанной на рис. 2, позволяет оптимальным образом найти параметр корреляционной функции ( $a^3 c$ ) из измерений  $U_{12}$ .

Флуктуации остаточной проводимости при низких температурах могут характеризоваться функцией  $f(\mathbf{k})$ , сингулярной при  $k \rightarrow 0$ . Так, в модели невзаимодействующих электронов с помощью формулы Кубо в [1, 2] найдено, что  $f(\mathbf{k}) \sim k^{d-2}$  при  $k \rightarrow 0$ , где  $d$  — размерность системы. Фактически этот результат имеет смысл только для  $d=2, 3$ , для  $d=1$  флуктуации проводимости невозможны, так как условие  $\nabla_i \sigma_{ik}(x) = 0$  дает постоянное значение проводимости по всему образцу. Однако, если асимптотика  $f(\mathbf{k}) \sim k^{d-2}$  справедлива и для реальной системы с любым  $d$ , то  $\langle U_{12}^2 \rangle \sim E_0^2 L_z^{6-2d}$  ( $E_0^2 \ln L_z$  при  $d=3$ ) и величина  $\langle (\delta R)^2 \rangle / R^2$  не зависит от  $L_z$  в соответствии с экспериментальными данными [3, 4] для мезоскопических колечек с геометрией, показанной на рис. 2.

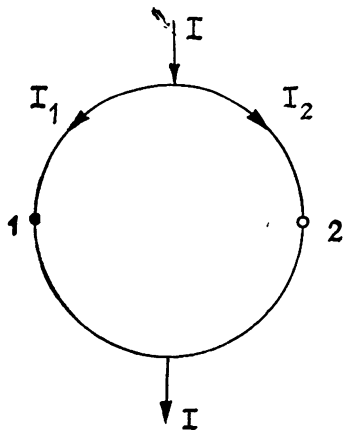


Рис. 2.

**2. Исследование неоднородности параметра порядка при фазовых переходах, влияющих на проводимость.** Выше мы предполагали статистические флуктуации проводимости слабыми, и поэтому полученные выше формулы неприменимы непосредственно для описания ситуации при фазовых переходах типа металл — диэлектрик или нормальный металл — сверхпроводник. При сверхпроводящем переходе по мере охлаждения в нормальной матрице могут появляться сверхпроводящие капли из-за неоднородности системы по параметрам, влияющим на температуру фазового перехода  $T_c$ . Так, образование сверхпроводящих областей происходит в системах, где неоднородности по  $T_c$  имеют характерные размеры, превышающие корреляционную длину  $\xi$ . Кроме того, капли могут появляться и в системах, где масштабы неоднородностей малы по сравнению с  $\xi$ , но уровень флуктуаций параметров, определяющих  $T_c$ , достаточно высок [5, 6]. Фактически для этого необходимо чтобы параметр  $\tau_D$ , определяющий область сильных статистических флуктуаций параметра порядка вблизи критической точки [6, 7] превышал параметр Гинзбурга  $\tau_G$ , определяющий область сильных термодинамических флуктуаций [8]. Концентрация и размеры сверхпроводящих капель могут быть определены с помощью измерений сопротивления образца и поперечного напряжения  $U_{12}$ . Аналогично проводящие капли в диэлектрической матрице могут появляться при фазовом переходе металл — диэлектрик, когда мы идем по температуре со стороны диэлектрической фазы. В том и другом случаях изменения проводимости не малы, и требуется несколько иной подход к вычислению  $U_{12}$ .

В рассматриваемых системах потенциал  $U$  постоянен в области внутри капли, а во внешнем пространстве на фоне потенциала  $U_0(\mathbf{r}) = -E_0 r$  появляется потенциал возмущения

$$\delta U_d(\mathbf{r}) = E_0 r a^3 / r^3, \quad (11)$$

где  $a$  — радиус сверхпроводящей капли в нормальной фазе (в диэлектрической фазе для перехода металл — диэлектрик). Суммарный потенциал возмущения от всех капель есть случайная величина из-за хаотического расположения капель. При малой концентрации капель  $c \ll 1$  в предположении независимости в их расположении получаем

$$\delta U(\mathbf{r}) = \sum_i \delta U_a(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i),$$

$$\langle \delta U_{12}^2 \rangle = 2E_0^2 \int d\mathbf{k} \frac{k_z^2}{k^4} (1 - \cos \mathbf{k} \mathbf{r}_{12}) f(\mathbf{k}), \quad (12)$$

$$f(\mathbf{k}) = (12\pi)^2 c a^3 (ka \cos ka - \sin ka)^2 / k^6 a^6.$$

Выражение (12) получено без учета граничных условий и наше рассмотрение справедливо при  $L_z \gg ac^{1/3}$ . Из сравнения (12) с (6) видно, что при  $c \ll 1$  структура выражения и зависимость  $\langle U_{12}^2 \rangle$  от  $r_{12}$  одинакова как для сильных, так и для слабых флуктуаций проводимости. Поэтому результаты (8) — (10) остаются верными и для капель, и измерения  $U_{12}$  в кольце позволяют наилучшим образом определить комбинацию параметров  $(ac^{1/3})$ .

При исследовании неоднородности системы при фазовом переходе точки 1, 2 на схеме рис. 2 могут быть выбраны так, чтобы  $|U_{12}|$  было по возможности минимально непосредственно выше начала перехода. Тогда при проходе через  $T_c$  будет наблюдаться рост  $\langle U_{12}^2 \rangle$  из-за появления сверхпроводящих капель (знак при этом может меняться). При дальнейшем охлаждении на сверхпроводящей стороне перехода  $\langle U_{12}^2 \rangle$  падает и в сверхпроводящей фазе  $U_{12} = 0$ . Таким образом, зависимость  $U_{12}$  от температуры при сверхпроводящем переходе будет иметь вид, показанный на рис. 3. Ширина фазового перехода определяется функцией  $c(T)$ , а амплитуда  $U_{12}$  дает информацию о величине  $a^3(T)c(T)$ . Температурная зависимость сопротивления в области перехода согласно перколяционной теории определяется выражением

$$R(T) = [1 - c(T)] L_z / S \sigma_n, \quad (13)$$

где  $\sigma_n$  — проводимость в нормальной фазе. Согласно (13) ширина перехода по сопротивлению определяется только величиной  $c(T)$ . Поэтому одновременное измерение  $R(T)$  и  $U_{12}(T)$  позволяет определить оба параметра  $a(T)$  и  $c(T)$ , характеризующие неоднородность системы по фазовому переходу. Отметим, что выражения для  $\langle U_{12}^2 \rangle$  и  $R(T)$  имеют особенно простой вид в ультраоднородном случае, когда  $L_x, L_y \ll a$ . Для схемы, показанной на рис. 2, получаем тогда при всех  $c$

$$\langle U_{12}^2 \rangle = E_0^2 a L_z c (1 - c), \quad R = L_z (1 - c) / \sigma_n S. \quad (14)$$

Таким образом, измерение поперечного напряжения в колечках позволяет найти характерный размер неоднородностей системы по параметрам фазового перехода. До сих пор какие-либо эксперименты, позволяющие получить такую информацию, не проводились. Современ-

ная точность измерений напряжения в принципе достаточна для обнаружения поперечного напряжения. Основная экспериментальная трудность состоит в выборе точек 1, 2 таким образом, чтобы продольное напряжение между ними было меньше флуктуационного  $[\langle U_{12}^2 \rangle]^{1/2}$ . Для выполнения этого условия необходимо, чтобы относительная ошибка в расположении этих точек  $\Delta z/L_z$  не превышала величину  $(a^3c/V)^{1/2}$  (для кольца при условии  $a \ll S^{1/2}$ ).

Авторы благодарны участникам семинара Д. А. Киржница за полезное обсуждение работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Альтшулер Б. Л. — Письма в ЖЭТФ, 1985, 41, с. 530
- 2 Lee P. A., Stone A. D — Phys. Rev. Lett, 1985, 55, p. 1622
- 3 Wasburn S., Umbach C. P., Laibowitz R. B., Webb R. A — Phys. Rev., 1985, 32, p. 4789
- 4 Chandrasekhar V., Rooks M. J., Wind S., Prober D. E — Phys. Rev. Lett., 1985, 55, p. 1610
- 5 Иоффе Л. Б., Ларкин А. И. — ЖЭТФ, 1981, 81, с. 707.
- 6 Булаевский Л. Н., Панюков С. В., Садовский М. В — ЖЭТФ (в печати).
- 7 Булаевский Л. Н., Садовский М. В — Письма в ЖЭТФ, 1986, 43, с. 76.
- 8 Гинзбург В. Л. — ФТТ, 1960, 2, с. 2031.

Физический институт им. П. Н. Лебедева  
АН СССР

#### ON THE POSSIBILITY OF STUDY OF THE SAMPLES HOMOGENEITY WITH RESPECT TO THE PHASE TRANSITION PARAMETERS BY THE USE OF THE VOLTAGE TRANSVERSE TO THE CURRENT

*L. N. Bulaevskij, S. V. Panyukov*

The statistical fluctuations of the potential in the presence of the constant current in the disordered conductors are studied. The fluctuation part of the potential difference in points  $r_1$  and  $r_2$  depends on  $(r_1 - r_2)$  and conductivity fluctuation correlator. The measurements of the voltage transverse to the current allow one to study the type of the inhomogeneity of the order parameters for the transitions which effect on the conductivity (such as superconducting transition, metal-insulator one or magnetic transition in metals).

---

#### ВНИМАНИЮ АВТОРОВ!

Всесоюзное агентство по авторским правам (ВААП) сообщает, что в 1987 г. агентство производит выплату авторского гонорара за перепечатку за рубежом статей, опубликованных в журнале «Радиофизика» в 1983 и 1984 гг. Гонорар, поступивший за право перепечатки, выплачивается по желанию авторов в рублях или чеках Внешпосылторга.

Для получения гонорара автору необходимо оформить справку-заявление (образец публикуется ниже) и направить ее на расчет по адресу:

103670 г. Москва, ул. Б. Бронная, 6-а, Валютное управление ВААП.

Справки-заявления на выплату гонорара по журналу 1983 г. издания принимаются до 1 декабря 1987 г., а по журналу 1984 г. — до 1 июля 1988 г. Выплата гонорара по журналу 1984 г. издания будет производиться начиная с июля 1987 г.

По истечении установленных сроков выплаты гонорара неустраиваемые суммы списываются в доход госбюджета и автор теряет право на получение гонорара.