

УДК 533.9 523.4

ЭФФЕКТИВНОЕ НАСЫЩЕНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ В ПЛАЗМЕННОМ МАГНИТОСФЕРНОМ МАЗЕРЕ

П. А. Беспалов

Обсуждаются свойства квазилинейного взаимодействия свистовых и альфеновских волн с радиационными поясами планет. Показано, что квазилинейная релаксация может приводить к увеличению инкремента циклотронной неустойчивости на переднем фронте электромагнитного импульса. Это соответствует эффективному насыщению поглощения и делает энергетически выгодным разбиение шумового излучения на отдельные электромагнитные импульсы. Рассмотрены особенности проявления быстрого и медленного по сравнению с длительностью импульсно-эффективного насыщения поглощения.

Исследования последних лет показали, что области радиационных поясов Земли и Юпитера, если в них развивается циклотронная неустойчивость, по своим физическим свойствам во многом аналогичны лабораторным мазерам и лазерам. В плазменном магнитосферном мазере (ПММ) сравнительно плотная замагниченная плазма и сопряженные торцы магнитной ловушки образуют квазиоптический резонатор для электромагнитных волн. Это обстоятельство разъясняет, в каком смысле в данном случае используется термин мазер. Микроволновость здесь понимается не буквально, а как малость длины волны по сравнению с масштабом резонатора. В свою очередь активное вещество состоит из плазмы радиационных поясов с характерным конусом потерь в пространстве скоростей. Из-за неравновесности функции распределения развивается циклотронная неустойчивость, инкремент которой определяет баланс между процессами индуцированного излучения и поглощения. Роль накачки выполняют источники энергичных частиц.

Рабочими модами в ПММ являются свистовые и альфеновские волны [1], которые канализируются магнитным полем и, отражаясь от торцов магнитной ловушки, могут многократно проходить область взаимодействия с частицами.

Для ПММ характерно несколько режимов работы [2, 3]. Стационарный режим соответствует постоянному уровню электромагнитной турбулентности и балансу между поступлением частиц от источника и их высыпанием в ионосферу. Даже при постоянном источнике частиц в ПММ наряду со стационарным возможны апериодические, релаксационные и автоколебательные процессы. Условия реализации перечисленных режимов во многом зависят от мощности источника частиц и ее угловой зависимости.

Остановимся теперь на некоторых сравнительно новых результатах теории ПММ. Напомним в связи с этим, что в лабораторных лазерах широко используются насыщающиеся поглотители — специальным образом подобранные нелинейные элементы, в которых для определенного диапазона частот поглощение уменьшается с ростом интенсивности электромагнитного излучения. В данной работе показано, что в ПММ все предусмотрено не хуже, чем в лаборатории. Точнее, в ряде случаев с ростом плотности энергии электромагнитных волн квазилинейная релаксация происходит таким образом, что инкремент циклотронной неустойчивости не уменьшается, а увеличивается из-за изменения анизотропии функции распределения. Указанный эффект способствует раскачке автоколебаний уровня электромагнитного излучения,

соответствующих периодическому накоплению частиц в радиационных поясах и их сбросу на торцы магнитной ловушки. Возможно также развитие пассивной синхронизации мод, при которой более короткопериодическая нестационарность сигналов обеспечивается формированием волнового пакета, распространяющегося между сопряженными областями ионосферы. Изучение причин и следствий эффективного насыщения поглощения позволяет лучше понять условия возбуждения квазипериодических и хоровых излучений в свистовом диапазоне [4, 5], а также жемчужин в диапазоне альфвеновских волн [6].

1. БЫСТРОЕ ЭФФЕКТИВНОЕ НАСЫЩЕНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ И АВТОКОЛЕБАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПММ

Для анализа сравнительно медленных ($\Delta t > T_b$, $T_{\text{гр}}$) нестационарных процессов в ПММ можно использовать самосогласованную систему квазилинейных уравнений, усредненных по колебаниям энергичных частиц (T_b — период баунс-осцилляций) и волн ($T_{\text{гр}}$ — период группового распространения) между точками отражения. В типичных магнитосферных условиях при изучении грубой картины явлений допустимо считать, что спектр электромагнитных волн сравнительно узок и локализован в области частот, низких по сравнению с гирочастотой ($\omega \ll \omega_B$). Тогда система квазилинейных уравнений записывается следующим образом [2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial \kappa} \left(D \mathcal{E} \frac{\partial F}{\partial \kappa} \right) - \frac{F}{T} + J, \\ \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} &= \left(\int_0^{\infty} \int_{-\kappa_{\max}}^{\kappa} K \frac{\partial F}{\partial \kappa} d\kappa dv \right) \mathcal{E} - v \mathcal{E}, \end{aligned} \quad (1)$$

и имеет простой смысл. Изменение функции распределения $F(t, \kappa, v)$ происходит в результате поступления частиц от источника с мощностью $J(\kappa, v)$, исчезновения с характерным временем $T(v)$ (например, из-за соударений) и питч-угловой диффузии, $v = v_{\perp L}/v$ — синус питч-угла в центре магнитной ловушки. Указанная диффузия идет тем быстрее, чем больше плотность энергии волн $\mathcal{E}(t)$. В свою очередь \mathcal{E} определяется усредненным уравнением переноса (в нем интеграл соответствует среднему инкременту, а v — декремент, связанный с потерями при отражении от торцов, объемным затуханием и выходом волн из условий эффективного взаимодействия с частицами в процессе рефракции). В приведенных выражениях $D(\kappa, v)$, $K(\kappa, v)$ и $\kappa_{\max}(v)$ — известные положительные функции, κ_k — граница конуса потерь в пространстве скоростей.

Будем считать, что мощность источника частиц в трубке магнитного поля сравнительно низкая и функция распределения удовлетворяет граничным условиям, отвечающим слабой диффузии по питч-углам [7],

$$F = 0 \text{ при } \kappa = \kappa_k, \quad D \frac{\partial F}{\partial \kappa} = 0 \text{ при } \kappa = \kappa_{\max}, \quad (2)$$

где второе граничное условие соответствует отсутствию потока частиц через границу области взаимодействия волн и частиц.

1.1. Преобразование уравнений к многоуровневой форме. Введем в рассмотрение задачу Штурма — Лиувилля

$$\frac{\partial}{\partial \kappa} \left(D \frac{\partial Z_q}{\partial \kappa} \right) = -\delta_q Z_q, \quad (3)$$

в которой собственные функции Z_q удовлетворяют тем же граничным условиям (2), что и функция распределения. Собственные функции

самосопряженного дифференциального оператора всегда можно выбрать действительными, а собственные значения положительны ($\delta_q > 0$).

Зададимся, как и в работе [8], мощностью источника частиц со сравнительно общей угловой зависимостью и малым разбросом по модулю скорости:

$$J = \left(\sum_{q=1}^{\infty} J_q Z_q \right) \delta(v - v_0). \quad (4)$$

Тогда решение для функции распределения можно искать в виде аналогичного ряда Фурье

$$F = \left(\sum_{q=1}^{\infty} F_q Z_q \right) \delta(v - v_0). \quad (5)$$

Используя ортогональность системы собственных функций (3), вместо системы (1) получаем следующие уравнения в полных производных:

$$\frac{dF_q}{dt} = -\delta_q \mathcal{E} F_q - \frac{F_q}{T} + J_q, \quad (6)$$

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \left(\sum_{q=1}^{\infty} h_q F_q - v \right) \mathcal{E},$$

в последнем из которых $h_q = \int_{x_k}^{x_{\max}} K \frac{dZ_q}{dx} dx$.

1.2. Аналогия с лазерами. Уравнения (6) совпадают со скоростными уравнениями лазера с двумя зонами из многих уровней и широкой линией резонатора, а также с уравнениями лазера с неоднородно подсвеченным рабочим веществом [9].

Уравнения в форме (6) особенно удобны для анализа устойчивости стационарного состояния, отвечающего балансу между поступлением частиц от источника и их высыпанием в ионосферу, если возбуждено немного угловых мод. Например, если $T \rightarrow \infty$, а мощность источника частиц является линейной комбинацией функций Z_1 и Z_2 , то стационарное состояние будет неустойчиво при

$$(\delta_1^{-1} + \delta_2^{-1}) (\delta_2 h_1 J_1 + \delta_1 h_2 J_2)^2 + v^2 (\delta_1 h_1 J_1 + \delta_2 h_2 J_2) < 0. \quad (7)$$

Это неравенство может выполняться даже для положительной мощности источника $J(x)$ при подходящей величине произведения $h_2 J_2$. Возможность реализации необходимого соотношения параметров легко установить простой проверкой. Проще всего это сделать, если

$$D = \text{const}, \quad K = \text{const}, \quad J = \left[J_1 \sin\left(\frac{\pi}{2}\xi\right) + J_2 \sin\left(\frac{3\pi}{2}\xi\right) \right] \delta(v - v_0),$$

где

$$\xi = (x - x_k) / (x_{\max} - x_k), \quad J_1 > J_2 > \frac{10}{81} \left(9 J_1 - J_2 \right)^2 \frac{K}{v^2} + \frac{1}{9} J_1.$$

Отметим, что общая задача об устойчивости стационарного состояния проанализирована в работах [10–12].

Остановимся теперь на свойствах нелинейной системы (6). Собственные значения δ_q быстро возрастают с номером угловой моды q . Поэтому для траекторий системы (6), не заходящих в область очень малых значений \mathcal{E} , можно пренебречь производными по времени в уравнениях для F_q ($q \geq 2$). Тогда, например,

$$F_2 \simeq J_2 T (\delta_2 T \mathcal{E} + 1)^{-1}. \quad (8)$$

Если $J_q = 0$ при $q > 2$, то, подставляя выражение (8) в два оставшихся уравнения системы (6), находим, что

$$\frac{dF_1}{dt} = -\delta_1 \mathcal{E} F_1 - \frac{F_1}{T} + J_1, \quad \frac{d\mathcal{E}}{dt} = h_1 \mathcal{E} F_1 - \nu_{\text{эфф}} \mathcal{E}. \quad (9)$$

Здесь введен эффективный декремент затухания

$$\nu_{\text{эфф}} = \nu - \frac{h_2 J_2}{\delta_2 \mathcal{E} + T^{-1}}. \quad (10)$$

Таким образом, квазилинейные уравнения, описывающие динамику циклотронной неустойчивости электромагнитных волн в ПММ, при разложении мощности источника частиц по собственным функциям оператора питч-угловой диффузии могут соответствовать уравнениям лазера с быстрым насыщающимся поглотителем [13], если $h_2 J_2 < 0$. Наличие такого поглотителя уменьшает потери в системе при группировании излучения в сгустки. Поэтому импульсный характер электромагнитного излучения в ряде случаев оказывается энергетически выгодным. Такой вывод подтвержден в работе [9] анализом фазовой плоскости, отвечающей системе уравнений (9) и (10).

Возвращаясь к специфике ПММ, полезно сопоставить формулы (8) и (9). Из них следует, что амплитуды угловых гармоник функции распределения меняются несинхронно. Поэтому в пределах периода автоколебаний происходит модуляция угловой зависимости функции распределения. Отметим, что автоколебания параметров ПММ в работах [14, 15] рассматривались непосредственно в рамках исходной системы (1).

Определенные выводы можно сделать и в отношении динамики спектра электромагнитных волн в ПММ. Начальная частота в импульсе излучения отвечает угловой зависимости мощности источника частиц (так как для развитых автоколебаний в промежутках между импульсами $F \approx J \cdot t$), а конечная — первой собственной функции оператора питч-угловой диффузии. Поэтому, например, для изотропного источника спектр внутри импульса смещается в сторону высоких, а для сильно анизотропного — в сторону низких частот. Это простое рассуждение объясняет отраженные в работе [16] результаты численных расчетов динамики спектра при изотропном источнике.

Небольшие вариации спектра излучения удается интерпретировать на основе подхода, близкого к приближению эффективного насыщения поглощения. Так, если $D_\omega(x, v) = D + \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right) \hat{D}$, $K_\omega(x, v) = K + \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right) \hat{K}$, $\nu_\omega = \nu + \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right)^2 \Lambda$, а мощность источника частиц $J = J_1 Z_1 \delta(v - v_0)$, тогда из-за слабой связи угловых мод, обусловленной отличием функций $D(x)$ и $\hat{D}(x)$, наряду с первой возбуждаются и высшие угловые моды функции распределения. Ограничиваюсь главными членами разложений по параметру $(\omega - \omega_0)/\omega_0$, с учетом возбуждения только второй угловой моды вместо системы (9) и (10) получаем, что

$$\frac{dF_1}{dt} = -\delta_1 \left(\int \mathcal{E}_\omega d\omega \right) F_1 - \frac{F_1}{T} + J_1, \quad (11)$$

$$\frac{d\mathcal{E}_\omega}{dt} = \left[h + \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right) \hat{h} + \frac{\mu \int \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right) \mathcal{E}_\omega d\omega}{\delta_2 (\int \mathcal{E}_\omega d\omega) + T^{-1}} \right] \mathcal{E}_\omega F_1 - \nu_\omega \mathcal{E}_\omega,$$

где h , \hat{h} , μ — константы. Если $\hat{h} > 0$, то изменение средней частоты спектра гауссовой формы (v , \hat{v} — константы) может приводить к эффективному насыщению поглощения — это дополнительный дестабилизирующий фактор, способствующий формированию импульсов электромагнитного излучения с частотным дрейфом.

2. МЕДЛЕННОЕ ЭФФЕКТИВНОЕ НАСЫЩЕНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ И ПАССИВНАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ МОД В ПММ

Для описания тонкой структуры электромагнитного излучения в ПММ уже нельзя использовать уравнения, усредненные по колебаниям частиц и волн между точками отражения. Отказ от этого упрощения предполагает учет возможности захвата частиц в поле отдельных квазимохроматических сигналов [17] и процессов на баунс-резонансе [3].

Довольно интересный круг вопросов связан также с анализом несколько более длиннопериодной модуляции спектральных форм на групповом резонансе, приводящей к формированию распространяющегося по магнитосферному резонатору сравнительно короткого электромагнитного импульса. Механизм его формирования во многом аналогичен пассивной синхронизации мод в лазерах с насыщающимся поглотителем [18–27].

В лазерах частотная дисперсия показателя преломления обычно несущественна и огибающая импульса меняется в соответствии с формой линии усиления и поглощения. В условиях пассивной синхронизации мод эти эффекты компенсируются нелинейностью насыщающегося поглотителя. Принципиальное отличие плазменных мазерных систем от лазерных связано с использованием более медленных электромагнитных волн, для которых существены свои нелинейности и неэквидистантность спектра, обусловленная частотной дисперсией показателя преломления.

В данном разделе и работе [28] показано, что и с учетом указанных факторов в ПММ возможны импульсные режимы с синхронизованными модами. В простейших моделях задача определения формы огибающей установившейся импульсной последовательности сводится к нахождению солитонного решения известного в теории лазеров нелинейного уравнения, но не с действительными, а с комплексными коэффициентами. Ниже такое решение получено и установлены свойства спектра излучения.

2.1. Уравнение для огибающей импульсной последовательности. Допустим сначала, что параметры мазера соответствуют состоянию ниже порога самовозбуждения. Зададимся некоторой исходной точкой входа внутри системы. В линейном приближении мазер с одинаковой поперечной структурой рабочих мод характеризуется комплексным коэффициентом передачи $G = \Gamma + i\Phi$ со входа на вход. Отметим, что учет линейности системы и принципа причинности позволяет установить соотношение Крамерса — Кронига между действительной и минимой частями функции $G(\omega)$ [29].

Предположим, что на вход мазера подан короткий по сравнению с периодом группового распространения $T_{\text{тр}}$ импульс $E_0(t)$ со спектром $E_0(\omega)$. С учетом коэффициента передачи изменение электрического поля на входе системы определяется следующим выражением:

$$E(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(\omega) e^{-i\omega t} (1 + e^G + e^{2G} + \dots) d\omega. \quad (12)$$

Используя формулу для суммы геометрической прогрессии, при $\Gamma < 0$ получаем

$$E(t) = \frac{I}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(\omega) \frac{e^{-i\omega t}}{1 - e^G} d\omega, \quad (13)$$

Допустим, что за один проход по резонатору электромагнитный импульс меняется мало, т. е. ограничимся случаем, когда усиление мало, а фазовый набег — почти линейная функция частоты. Спустя достаточно большое время после поступления исходного сигнала, спектр электромагнитного излучения будет сосредоточен около частоты ω_0 , отвечающей максимуму функции $\Gamma(\omega)$ ($\partial\Gamma/\partial\omega=0$, $\partial^2\Gamma/\partial\omega^2 < 0$ при $\omega=\omega_0$). Соответственно для выяснения асимптотических закономерностей поведения поля на входе системы в интеграл (13) можно подставить коэффициент передачи в виде

$$G = g + i\varphi + iT_{rp} \Omega - \Delta\Omega^2. \quad (14)$$

Здесь $g = \Gamma(\omega = \omega_0)$, $\varphi = \Phi(\omega = \omega_0)$, $T_{rp} = \partial\Phi/\partial\omega$ и $\Delta = -1/2 \times \left(\frac{\partial^2\Gamma}{\partial\omega^2} + i \frac{\partial^2\Phi}{\partial\omega^2} \right)$, $\Omega = \omega - \omega_0$, а все производные взяты при $\omega = \omega_0$. Учитывая малость усиления ($|g| \ll 1$) и вторых производных от коэффициента передачи по частоте ($|\Delta|\Omega^2 \ll 1$), с помощью формул (13) и (14) находим следующее выражение для огибающей импульсной последовательности $\tilde{E}(t) = E(t)e^{i\omega_0 t}$:

$$\tilde{E} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(\omega_0 + \Omega) \frac{e^{-i\Omega t}}{1 - (1 + g - \Delta\Omega^2) e^{i(\varphi + \Omega T_{rp})}} d\Omega. \quad (15)$$

Если допустимо дифференцирование по времени под знаком интеграла, то соотношение (15) сводится к дифференциальному уравнению [28]. За время, много большее периода импульсной последовательности, исходный импульс E_0 полностью затухает. Поэтому огибающая установившейся импульсной последовательности удовлетворяет следующему уравнению:

$$\left(1 + g + \Delta \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \tilde{E}(t) - e^{-i\varphi} \tilde{E}(t + T_{rp}) = 0. \quad (16)$$

Для объяснения экспериментальных результатов важны периодические решения уравнения (16). Условие периодичности излучения с точностью до начальной фазы высокочастотного заполнения записывается в виде

$$\tilde{E}(t + T_n) = e^{i(\psi + \varphi)} \tilde{E}(t), \quad (17)$$

где T_n — период импульсной последовательности, ψ — постоянная величина.

Ограничимся изучением импульсных последовательностей с большой скважностью. Среди прочего это дает возможность пренебречь эффектами перекрытия прямого и отраженного импульсов в резонаторе. В рассматриваемом случае, следя работе [26], задачу можно свести к определению формы одного импульса. Для этого надо учсть, что при слабой частотной дисперсии период импульсной последовательности T_n близок к периоду группового распространения T_{rp} , т. е. $T_{rp} = T_n - \delta$, где $|\delta| \ll T_{rp}$, и соответственно,

$$\tilde{E}(t + T_{rp}) = \tilde{E}(t + T_n) - \delta \frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} \Big|_{t+T_n}. \quad (18)$$

Таким образом, согласно соотношениям (16) — (18) форма огибающей отдельного импульса из установившейся периодической последовательности с большой скважностью приближенно удовлетворяет следующему уравнению:

$$\Delta \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial t^2} + \delta e^{i\psi} \frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} + (1+g - e^{i\psi}) \tilde{E} = 0, \quad (19)$$

которое надо решить с условиями быстрого убывания полей при $t \rightarrow \pm\infty$.

В линейной системе с поглощением и частотной дисперсией периодическая импульсная последовательность, конечно, не установится, и, соответственно, уравнение (19) не имеет решения с нужными свойствами. Реальные мазерные системы нелинейны, и солитонные решения оказываются возможными для нелинейного аналога уравнения (19). В ряде случаев учет слабой нелинейности сводится к замене усиления g на зависящий от \tilde{E} оператор $g_{\text{эфф}}$, учитывающий нелинейную поправку к усилию и частоте. Естественно, такая замена оправдана, только если $\Gamma(t \rightarrow \pm\infty) < 0$.

2.2. Нелинейное взаимодействие в активной среде. Проведем учет нелинейности мазерной системы в рамках простейшей модели, предполагая, что взаимодействие волн и частиц происходит в локальной области. В ПММ область эффективного взаимодействия свистовых и альфвеновских волн с энергичными электронами и протонами обычно расположена в окрестности минимума магнитного поля [2].

Уравнение (19) пока записано для произвольной точки входа внутри мазера. Теперь удобно считать, что это как раз место взаимодействия волн и частиц. Если за время прохождения короткого электромагнитного импульса через область взаимодействия частицы не успевают заметно сместиться по магнитной ловушке, расчеты можно проводить без учета эффектов разлета. Для противоположной предельной ситуации целесообразно использовать усредненные по баунс-колебаниям частиц между зеркальными точками уравнения, учитывая, что при $\omega \ll \omega_B$ выполняется неравенство $T_B \ll T_{\text{гр}}$ (оно следует из условия циклотронного резонанса). В обоих случаях функция распределения энергичных частиц $f(t, v)$ в области минимума магнитного поля в квазилинейном приближении под действием электромагнитного импульса меняется в соответствии с уравнением [2]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial v_i} \left(D_{ij} |\tilde{E}|^2 \frac{\partial f}{\partial v_j} \right), \quad (20)$$

где $D_{ij}(v)$ — известные функции, определяющие характер диффузии в пространстве скоростей. В свою очередь, если спектр электромагнитного излучения узкий, а смещение средней частоты сравнительно невелико, то усиление волн при однократном прохождении резонатора определяется следующим выражением:

$$g_{\text{эфф}} = g + \int K_i \frac{\partial (f - f_0)}{\partial v_i} d^3 v. \quad (21)$$

Здесь $K_i(v)$ — известные функции; g и $f_0(v)$ отвечают состоянию системы задолго до прихода очередного импульса. При большой скважности импульсной последовательности за время между импульсами функция распределения восстанавливается в результате разлета частиц вдоль и дрейфа поперек магнитной ловушки. Ограничивааясь поэтому учетом влияния на функцию распределения одного электромагнитного импульса, введем величину $\tau = \int |E|^2 dt$, от которой только и зависит усиление $g_{\text{эфф}}$ (см. формулы (20) и (21)). Для достаточно малых τ , т. е. при сравнительно низкой энергии в импульсе выражение $g_{\text{эфф}}(\tau)$ можно упростить, разлагая с точностью до τ^2 :

$$g_{\text{эфф}} = g + \alpha \int_{-\infty}^t |\tilde{E}|^2 dt - \rho \left(\int_{-\infty}^t |\tilde{E}|^2 dt \right)^2. \quad (22)$$

Явный вид коэффициентов g , α , ρ приведен в работе [28], где также показана возможность реализации неравенств $g < 0$, $\alpha > 0$, $\rho > 0$. При таком соотношении коэффициентов выражение (22) описывает накапливающееся и медленное по сравнению с длительностью электромагнитного импульса эффективное насыщение поглощения.

Сформулируем необходимые условия существования и устойчивости импульсной последовательности в мазере с нелинейным усилением (22). Чтобы $g_{\text{эфф}}$ достигало положительных значений, а при $t \rightarrow \pm\infty$ было отрицательным, должны выполняться следующие условия:

$$g < 0, \alpha > 0, \rho > 0,$$

$$-\frac{\alpha^2}{4\rho} < g < -\alpha \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{E}|^2 dt + \rho \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{E}|^2 dt \right)^2. \quad (23)$$

При таком соотношении параметров группирование излучения в короткие сгустки уменьшает потери в среде и является энергетически выгодным [24]. Отметим, что в обсуждаемом случае как приближение к порогу самовозбуждения, так и насыщение поглощения обусловлены взаимодействием на циклотронном резонансе с надтепловыми частицами, имеющими неравновесную функцию распределения.

2.3. Солитонное решение и его свойства. Допустим, что справедливо выражение (22). Тогда задача об определении формы огибающей импульсной последовательности сводится к решению нелинейного обобщения уравнения (19):

$$\begin{aligned} & \Delta \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial t^2} + \delta e^{i\psi} \frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} + \\ & + \left[1 + g + \alpha \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{E}|^2 dt - \rho \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{E}|^2 dt \right)^2 - e^{i\psi} \right] \tilde{E} = 0. \end{aligned} \quad (24)$$

Напомним, что здесь $\Delta = \Delta_R + i\Delta_I$ — заданная комплексная величина; g , α , ρ — заданные действительные величины. Действительные параметры δ и ψ мы вправе подобрать так, чтобы получить солитонное решение уравнения. При этом величина δ определит период повторения импульсов, а ψ — фазовый сдвиг между ними. Отметим, что если бы в уравнении (24) все коэффициенты были действительными, то оно совпало бы с уравнением для лазера с медленным насыщающимся поглотителем [19].

Перейдем к анализу уравнения (24). В соответствии с предпосылками, на основе которых оно было получено, будем интересоваться решениями солитонного типа, быстро спадающими на бесконечности. Непосредственной проверкой нетрудно убедиться, что солитонное решение можно успешно искать в следующем виде [28]:

$$\tilde{E} = E_{ii} \left(\operatorname{ch} \frac{t}{t_{ii}} \right)^{ia-1} \exp \left[i \left(b \frac{t}{t_{ii}} \right) \right], \quad (25)$$

где E_{ii} , t_{ii} , a , b — константы, которые надо найти. Подставляя выражение (25) в уравнение (24), приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях $\operatorname{th}(t/t_{ii})$, а затем отделяя действительные и мнимые части, получаем алгебраическую систему, из которой надо определить характеристики импульсной последовательности,

$$a^2 + 3 \frac{\Delta_R}{\Delta_I} a - 2 = 0; \quad (26a)$$

$$\rho(E_{ii} t_{ii})^4 = \Delta_R (2 - a^2) + 3 \Delta_I a; \quad (26b)$$

$$2 \Delta_I ab + 2 \Delta_R b - t_{ii} a \delta \cos \psi + t_{ii} \delta \sin \psi = 0; \quad (26b)$$

$$a(E_{ii} t_{ii})^2 t_{ii} - 2 \Delta_R ab + 2 \Delta_I b - t_{ii} a \delta \sin \psi - t_{ii} \delta \cos \psi = 2\rho(E_{ii} t_{ii})^4; \quad (26c)$$

$$\Delta_I b^2 - t_{ii} b \delta \cos \psi + t_{ii}^2 \sin \psi = \Delta_R a - \Delta_I; \quad (26d)$$

$$a(E_{ii} t_{ii})^2 t_{ii} - \Delta_R b^2 - t_{ii} b \delta \sin \psi - t_{ii}^2 \cos \psi + t_{ii}^2 (1+g) = \Delta_R + \Delta_I a + \rho(E_{ii} t_{ii})^4. \quad (26e)$$

Здесь неизвестными являются E_{ii} , t_{ii} , a , b , δ , ψ . Число уравнений равно числу неизвестных, и поэтому при подходящих параметрах ПММ система разрешима. Особенno просто проанализировать первые два уравнения системы (26). Из них следует, что

$$(E_{ii} t_{ii})^4 = \frac{3a}{\rho \Delta_I} (\Delta_R^2 + \Delta_I^2); \\ a = \frac{1}{2 \Delta_I} (-3 \Delta_R + \sqrt{9 \Delta_R^2 + 8 \Delta_I^2}), \quad (27)$$

где учтено, что согласно условиям (23) $\rho > 0$.

Соотношения (27) устанавливают связь между амплитудой и длительностью импульса, а также регламентируют частотный ход излучения. Средняя частота $\langle \omega(t) \rangle$ динамического спектра излучения изменяется примерно как производная от фазы поля с обратным знаком. В соответствии с формулами (15) и (25) $E = E_{ii} \left(\operatorname{ch} \frac{t}{t_{ii}} \right) \times \exp \left\{ -i \left(\omega_0 t - b \frac{t}{t_{ii}} - a \ln \operatorname{ch} \frac{t}{t_{ii}} \right) \right\}$. Поэтому частота в пределах импульса меняется следующим образом:

$$\langle \omega \rangle = \omega_0 - \frac{b}{t_{ii}} - \frac{a}{t_{ii}} \operatorname{th} \frac{t}{t_{ii}}. \quad (28)$$

Для определения всех характеристик импульсной последовательности необходимо решить четыре алгебраических уравнения (26b) — (26e) с четырьмя неизвестными. Аналитически легко исследовать влияние на пассивную синхронизацию мод слабой частотной дисперсии. Поясним последнее утверждение. При $\Delta_I = 0$ у одного из решений системы (26) $a = 0$, $b = 0$, $\psi = 2\pi n$ (где $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), а остальные неизвестные величины находятся аналогично [19]:

$$E_{ii} = \frac{\alpha}{3\rho} \left(\frac{\rho}{2 \Delta_R} \right)^{1/4} (1 + \Lambda), \\ t_{ii} = - \frac{\alpha}{2g} \left(\frac{2 \Delta_R}{\rho} \right)^{1/2} (1 - \Lambda), \\ \delta = \frac{\alpha}{3} \left(\frac{2 \Delta_R}{\rho} \right)^{1/2} (1 - 2\Lambda), \quad (29)$$

где $\Lambda = \sqrt{1 + 6(g\rho/\alpha^2)}$ и при выборе корня квадратного уравнения использованы неравенства (23). Допустим теперь, что Δ_I отлично от нуля, но мало. Тогда для определения характеристик импульсной последовательности достаточно найти линейные по Δ_I поправки к решению. В результате простых выкладок получаем, что величины (29) не имеют линейных по Δ_I поправок, но зато в приближенном решении системы (26)

$$a = \frac{2 \Delta_I}{3 \Delta_R}, \quad b = \frac{\Delta_I \delta (2t_u^2 + \Delta_R)}{3\Delta_R t_u (\delta^2 + 2\Delta_R)},$$

$$\psi = \frac{2 \Delta_I (t_u^2 \delta^2 - \Delta_R^2)}{3\Delta_R t_u^2 (\delta^2 + 2\Delta_R)} + 2\pi n \dots$$
(30)

Продолжим рассмотрение системы (26). С ее помощью легко показать, что даже при эквидистантном частотном спектре ($\Delta_I=0$) наряду с импульсным решением (29) возможно еще решение с $b=0$, $\psi=\pi+2\pi n$, для которого можно записать формулы, аналогичные (29) и (30). Определенные выводы нетрудно сделать и о решениях при сравнительно сильной частотной дисперсии. Полагая формально* $\Delta_I \rightarrow \infty$, получаем, что

$$E_u \propto \Delta_I^{-1/4}, \quad t_u \propto \Delta_I^{1/2}, \quad a = 2^{1/2} \operatorname{sgn} \Delta_I,$$

$$b \rightarrow \text{const}, \quad \delta \propto \Delta_I^{1/2}, \quad \psi \rightarrow \text{const}.$$
(31)

Более полное представление о решениях системы (26) удалось получить на основе численных расчетов. Прежде чем переходить к изложению соответствующих результатов, полезно отметить некоторые общие свойства системы. Ее решения достаточно найти для $\Delta_I > 0$, так как при замене $\Delta_I \rightarrow -\Delta_I$ параметры решения преобразуются следующим образом:

$$E_u \rightarrow E_u, \quad t_u \rightarrow t_u, \quad a \rightarrow -a, \quad b \rightarrow -b, \quad \delta \rightarrow \delta, \quad \psi \rightarrow -\psi.$$
(32)

Заметим, что для свистовых волн на частотах ниже носовой частоты $\Delta_I = -(1/2)(\partial T_{rp}/\partial \omega) > 0$, а для альфвеновских $\Delta_I < 0$.

Далее нетрудно проверить, что на самом деле безразмерные характеристики решения $E_* = \alpha^{1/2} \Delta_R^{1/4} E_u$, $t_* = \Delta_R^{-1/2} t_u$, a , b , $\delta_* = \Delta_R^{-1/2} \delta$, ψ зависят не от пяти параметров Δ_R , Δ_I , g , α , ρ , а только от трех безразмерных $\Delta_* = \Delta_I/\Delta_R$, g , $\rho_* = \rho/\alpha^2$.

Подготовка к численному расчету началась с того, что система (26) была записана в безразмерном виде через указанные выше величины. Затем оказалось удобным выполнить простые преобразования. Величина b с помощью уравнения (26в) была исключена из системы. После этого произведение $t_* \delta_*$ было выражено из уравнения (26д) и подставлено в два оставшихся уравнения (26г) и (26е). На этом этапе уравнение (26е) представляет собой квадратное уравнение относительно t_* . Его решение было подставлено в уравнение (26г). В итоге задача свелась к двум довольно громоздким уравнениям вида $f_{1,2}(\psi) = 0$, корни которых искались численно, а затем элементарно определялись остальные характеристики решения. Попутно проверялось и последнее из условий (23) в форме $-1/4\rho_* < g < -2E_*^2 t_* + 4\rho_* E_*^4 t_*^2$. Также численно проводилась и более серьезная проверка: для импульса (25) с найденными характеристиками вычислялась левая часть уравнения (24), и было показано, что найденная функция с высокой точностью близка к нулю при самых разных значениях t .

Некоторые из установленных зависимостей характеристик решения (25) от параметра частотной дисперсии Δ_* приведены на рис. 1, 2. Рис. 1 построен для $g = -0,1$, а рис. 2 — для $g = -0,5$. Числами у графиков показаны величины ρ_* . У графика для a чисел нет, так как согласно формуле (27) эта характеристика решения не зависит от g , ρ_* и знака δ_* . На других графиках параметры решений изображены сплошными линиями, если при $\Delta_* \rightarrow 0$ они переходят в решение с $\psi = 2\pi n$, а пунктирными — параметры решений, которые при $\Delta_* \rightarrow 0$ переходят в решение с $\psi = \pi + 2\pi n$.

* Надо, конечно, иметь в виду ограничения, использованные при получении уравнения (24).

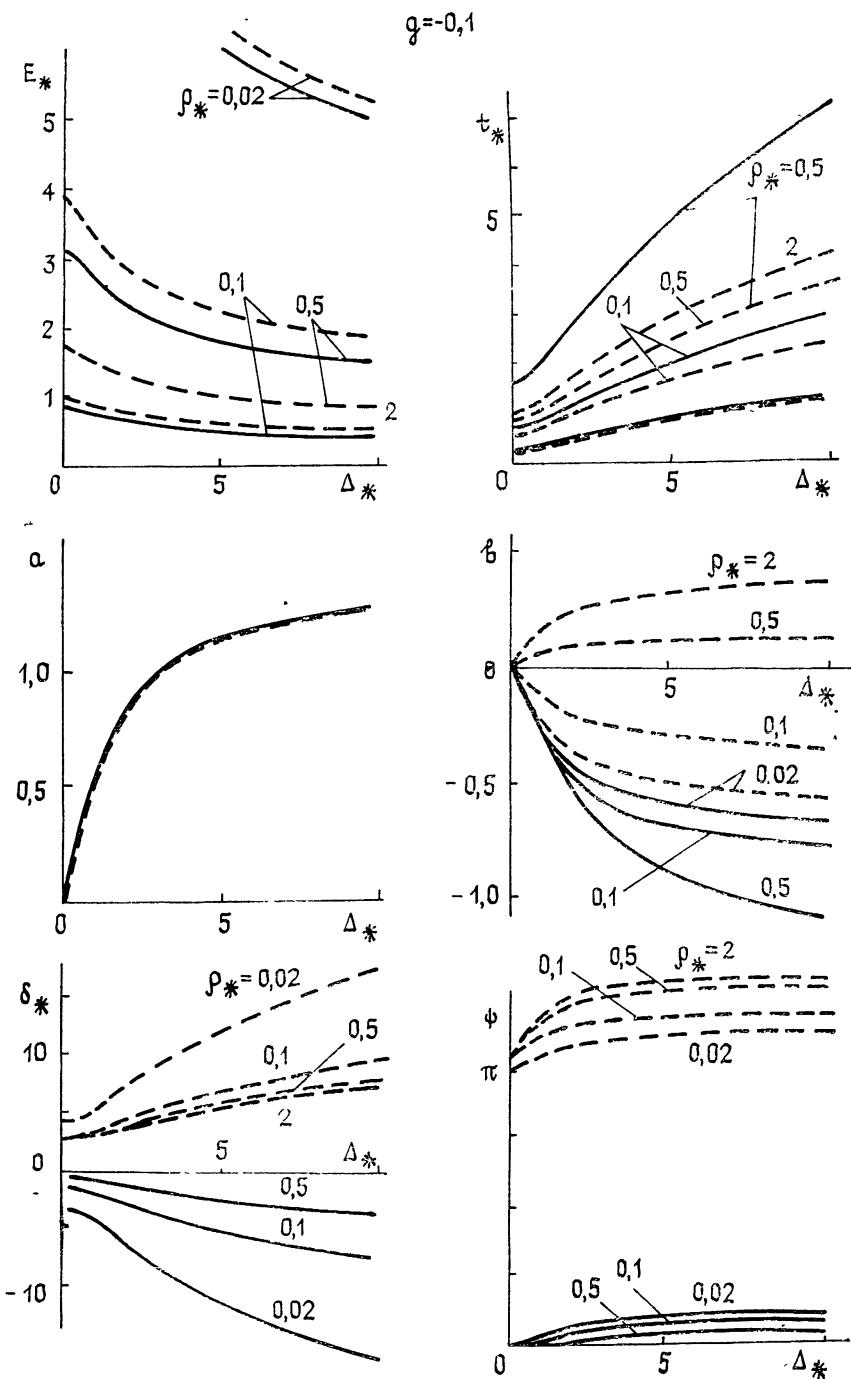


Рис. 1.

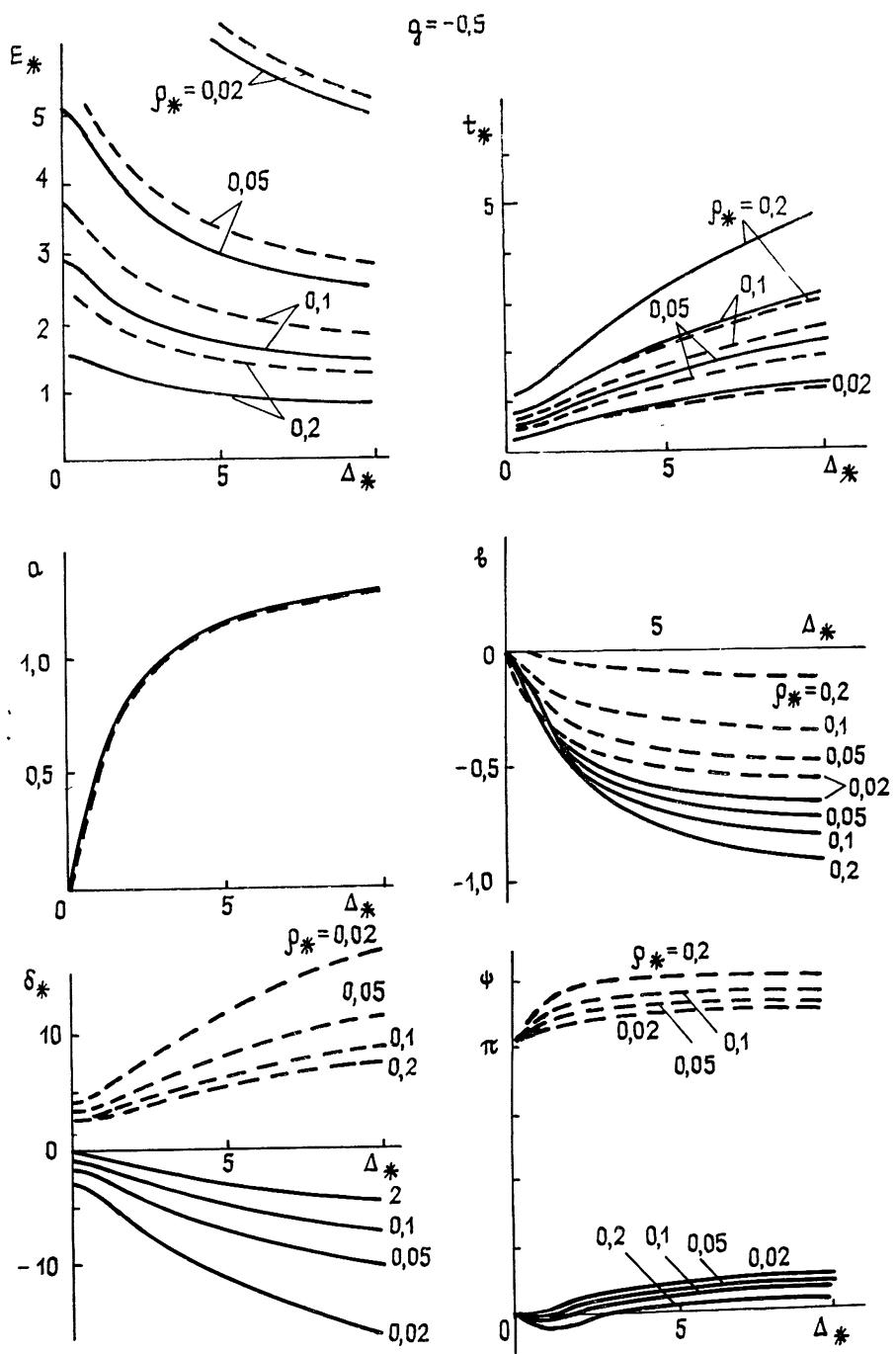


Рис 2

ОБСУЖДЕНИЕ. ФОРМИРОВАНИЕ ТОНКОЙ СТРУКТУРЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ В ПММ

Таким образом, в ПММ изменение анизотропии функции распределения при квазилинейной релаксации может обеспечивать быстрое и медленное по сравнению с длительностью электромагнитного импульса эффективное насыщение поглощения. Эффективное насыщение поглощения делает энергетически выгодным разбиение шумового излучения на отдельные электромагнитные импульсы.

В ПММ эффективное насыщение поглощения приводит к раскачке автоколебаний, соответствующих периодическому накоплению и сбросу частиц в ионосферу. Для развитых автоколебаний длительность электромагнитного импульса $t_i \sim v^{-1}$ [14]. Время модуляции анизотропии и насыщения поглощения δ_1/δ_2v обычно существенно меньше. Поэтому для описания автоколебаний подходит приближение быстрого эффективного насыщения поглощения.

Из-за эффективного насыщения поглощения возможно развитие пассивной синхронизации мод с формированием короткого электромагнитного импульса, распространяющегося между сопряженными областями ионосферы. Характерное время насыщения поглощения, связанного с квазилинейной релаксацией, по-прежнему порядка δ_1/δ_2v , а длительность импульса существенно меньше. Это обеспечивает справедливость приближения медленного эффективного насыщения поглощения. В принципе, кубичная нелинейность среды может реализовать быстрое насыщение поглощения и при пассивной синхронизации мод. Такая возможность рассмотрена в работе [28].

В магнитосфере Земли автоколебания параметров ПММ соответствуют так называемым квазипериодическим ОНЧ излучениям, в которых элементы динамического спектра повторяются с периодом $10 \div 150\text{с}$ [4, 5]. Эффекты типа пассивной синхронизации мод важны для объяснения отдельных фрагментов хоровых структур динамического спектра, также типичных для ОНЧ диапазона [4, 5]. В диапазоне геомагнитных пульсаций проведенное рассмотрение полезно для совершенствования теории генерации жемчужин [6], вероятно, соответствующих импульсам альфвеновских волн, распространяющимся через протонный радиационный пояс, между сопряженными областями ионосферы.

Довольно интересной областью применения развитой теории могут оказаться волновые процессы в радиационных поясах Юпитера. В магнитосфере Юпитера из-за высокой угловой скорости вращения планеты фоновая плазма имеет относительно высокую концентрацию только в области, примыкающей к экваториальной плоскости. Это обстоятельство автоматически обеспечивает малость области циклотронного взаимодействия волн и частиц. В таких условиях вблизи порога самовозбуждения возможна модуляция уровня электромагнитного излучения с периодами, близкими к временам баунс-осцилляций энергичных электронов [3] и группового распространения свистов (см. разд. 2). Величина этих периодов, например, в районе плазменного тора спутника Ио порядка пяти и ста секунд соответственно. До сих пор непрерывные спектральные измерения в магнитосфере Юпитера не проводились, а были только эксперименты в отдельные минуты полета космических аппаратов. При этом была обнаружена тонкая хоровая структура излучений [30], по-видимому, отвечающая баунс-колебаниям энергичных электронов.

Установленные солитонные решения описывают пассивную синхронизацию мод с учетом частотного хода спектра электромагнитного излучения. Вероятно, эти результаты представляют интерес не только для плазменных мазеров, но и для некоторых типов лазеров на неодимовом стекле [31] и красителях.

Естественно, для описания реальных свойств излучений надо учитывать особенности разных мазеров. Например, ПММ может взаимо-

действовать с гидромагнитными колебаниями и дрейфующими потоками частиц [2]. В работе [32] показано, что под влиянием слабых гармонических внешних воздействий периодические автоколебания в ряде случаев сменяются флюктуационным изменением интенсивности электромагнитного излучения.

В данной работе за основу взята довольно общая система квазилинейных уравнений с источниками и потерями частиц. Поэтому можно ожидать, что аналогичные процессы характерны и для других типов плазменных неустойчивостей. В этом смысле переход к новым объектам и новым неустойчивостям — путь развития теории плазменного магнитосферного мазера.

Автор признателен В. Ю. Трахтенгерцу за обсуждение результатов работы и Л. Н. Ковалю за помощь в проведении численных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

- Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме — М.: Наука, 1967.
- Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. — В сб.: Вопросы теории плазмы. / Под ред. М. А. Леоновича. — М.: Атомиздат, вып. 10, с. 88.
- Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. Альфа-волновые мазеры. — Горький: ИПФ АН СССР, 1986.
- Helliwell R. A. Whistlers and related ionospheric phenomena. — Stanford: Stanford University Press, 1965.
- Располов О. М., Клейменова Н. Г. Возмущения электромагнитного поля Земли. Ч. 3. ОНЧ-излучения — Л.: Гос. ун-т, 1977.
- Гульельми А. В., Троицкая В. А. Геомагнитные пульсации и диагностика магнитосферы — М.: Наука, 1973.
- Kepnel C. F., Petschek H. L. — J. Geophys. Res., 1966, 71, № 1, p. 1.
- Беспалов Р. А. — In: Proceedings contributed papers International Conference on Plasma Physics. — Lousanne, Switzerland, 1984, 1, p. 93.
- Беспалов В. И., Якубович Е. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1965, 8, № 5, с. 909.
- Беспалов П. А. — Письма в ЖЭТФ, 1981, 33, вып. 4, с. 192.
- Беспалов П. А. — Физика плазмы, 1981, 7, вып. 5, с. 1007.
- Беспалов Р. А. — Physica Scripta, 1982, T2/2, p. 576.
- Сверхкороткие световые импульсы / Под ред. С. Шапиро — М.: Мир, 1981.
- Беспалов П. А., Коваль Л. Н. — Физика плазмы, 1982, 8, вып. 6, с. 1136.
- Беспалов П. А., Коваль Л. Н. — Физика плазмы, 1985, 11, вып. 2, с. 169.
- Муллаяров В. А. — Геомагнетизм и аэрономия, 1983, 23, № 6, с. 997.
- Будко Н. И., Карпман В. И., Погостелов О. А. — Cosmic Electrodynamics, 1972, 3, № 2, p. 165.
- Беспалов В. И., Дауме Э. Я. — ЖЭТФ, 1968, 55, вып. 4, с. 1321.
- Наус Н. А. — IEEE, 1975, QE-11, № 9, р. 736.
- Наус Н. А. — J. Appl. Phys., 1975, 46, № 7, р. 3049.
- Ханин Я. И. Динамика квантовых генераторов. — Сов. радио, 1975.
- Нью Дж. Х. С. — ТИИЭР, 1979, 67, № 3, с. 51.
- Летохов В. С. — Письма в ЖЭТФ, 1968, 7, вып. 1, с. 35.
- Зельдович В. Я., Кузнецова Т. И. — УФН, 1972, 106, № 1, с. 47.
- Летохов В. С., Морозов В. Н. — ЖЭТФ, 1967, 52, вып. 5, с. 1296.
- Ausschnitt C. P. — IEEE, 1977, QE-13, № 5, p. 321.
- Hagelstein P. L. — IEEE, 1978, QE-14, № 6, p. 443.
- Беспалов П. А. — ЖЭТФ, 1984, 87, вып. 12, с. 1894.
- Wenner W. R. The physics of gas lasers. — New York — London — Paris. Gordon and Breach, 1977.
- Scarf F. L., Gurnett D. A., Kurth W. S. — J. Geophys. Res., 1981, 86, № A10, p. 8181.
- Treacy E. B. — Phys. Lett., 1968, 28A, № 1, p. 34.
- Беспалов П. А., Коваль Л. Н., Крылов А. Л., Мазур Н. Г. Препринт ИПФ АН СССР № 134. — Горький, 1985

Институт прикладной физики
АН СССР

EFFECTIVE SATURATION OF ABSORPTION IN A PLASMA MAGNETOSPHERIC MASER

P. A. Bespalov

Quasi-linear interaction of whistler mode waves and Alfvén waves with planetary radiation belts is discussed. It is shown that quasi-linear relaxation can lead to the increase of the increment of cyclotron instability at the leading edge of electromagnetic pulse. This is indicative of effective saturation of absorption and gain in energy when noise radiation is divided into electromagnetic pulses. Cases of fast and slow (as compared to pulse duration) effective saturation of absorption are considered.