

УДК 538.56.519.25

## К МОДЕЛИ СТОХАСТИЧЕСКОЙ АВТОГЕНЕРАЦИИ В ГЕНЕРАТОРАХ НА ДИОДАХ ГАННА

*Е. П. Бочаров, Г. Н. Коростелев, М. В. Хрипунов*

Обоснована применимость двухмодовой нелинейной модели распадной стохастичности к объяснению перехода от режима монохроматической автогенерации в ганновском генераторе к режиму развитой стохастичности, приведены численные реализации основных режимов, соответствующие разным случаям учета слабой нелинейности падающего участка ВАХ, проведен сравнительный анализ результатов вычисления временных реализаций с экспериментально наблюдаемыми осциллограммами стохастических режимов.

Проведенные в [1, 2] экспериментальные исследования генераторов на диодах Ганна (ГДГ) с низкодобротными резонаторами показали, что в интервале напряжений питания между пороговым  $U_{\text{пор}}$  и номинальным  $U_{\text{ном}}$  наблюдаются интенсивные колебания со сплошным спектром, проявляющие основные признаки, присущие стохастическим автоколебаниям и обусловленные собственной динамикой системы. В спектрах монохроматического излучения таких генераторов обычно присутствует составляющая первой субгармоники, однако интенсивность ее ниже интенсивности основной гармоники на 50—60 дБ. При переходе к стохастической генерации колебания со сплошным спектром возникают одновременно как в области частот, соответствующих основному резонансу системы, так и вблизи субгармоники основной частоты, что характерно для распадного механизма стохастичности [1, 3]. В рамках этой модели стохастизация автоколебаний может происходить в результате нелинейного взаимодействия основного и субгармонического колебаний, причем поток энергии направлен вниз по спектру, т. е. от основного колебания к субгармонике, которая становится сравнимой по мощности с основным колебанием, отличаясь в случае стохастической генерации от него в меньшую сторону примерно на 15 дБ. Отметим, что распадная модель успешно использовалась, например, при анализе стохастических явлений, возникающих при распространении волн в плазме [3], и при объяснении резкого уширения спектра колебаний в генераторах на лавинно-пролетных диодах [4]. В настоящей работе сделана попытка применить известную модель к ГДГ, в результате этого удалось установить связь напряжения питания диода (положение рабочей точки на ВАХ) с условием возникновения и исчезновения стохастической генерации, а также провести численный анализ характерных режимов автогенерации.

**1. Модель стохастической автогенерации.** Как следует из эксперимента, наиболее эффективное возбуждение СВЧ резонатора твердотельным активным элементом происходит при таком расположении внутри электродинамической системы, когда ВЧ составляющая тока активного элемента замыкается ВЧ током проводимости в стенках резонатора, т. е. сам активный элемент располагается в максимуме тока смещения, а ток через диод совпадает с ним по направлению. Поэтому в качестве исходных уравнений для описания основной и субгармонической мод в ГДГ с низкодобротной резонансной системой возьмем уравнения возбуждения резонатора, полученные в работе [5] из уравнений Максвелла:

$$\frac{d\dot{U}_s}{dt} - i(\omega - \omega_s)\dot{U}_s = \frac{1}{N_s} \int_V \overline{J(t)E_s e^{i\omega t}} dV, \quad (1)$$

где  $\dot{U}_s$  — комплексная амплитуда напряжения на емкостном зазоре резонатора  $s$ -моды ВЧ поля  $E_s$ ,  $N_s$  — норма колебаний, индекс  $s = 1$  соответствует основной моде колебаний, а  $s = 2$  — субгармонической, остальные обозначения те же, что и в [5]. Усреднение в правой части (1) приводит к учету резонансных членов с частотами основной и субгармонической мод. При этом условие резонанса выполняется с точностью до величины  $\delta$ -параметра расстройки:  $\omega_1 = 2\omega_2 + \delta$ . Плотность тока возбуждения  $J(t)$  является суммой плотностей токов на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , которую можно определить, зная ВАХ диода, как это сделано в [6]. Плотность тока зависит от вида вольт-амперной характеристики диода, положения рабочей точки на ней и частоты возбуждаемой моды и на одной частоте может быть аппроксимирована в окрестности рабочей точки  $U_0$  степенным рядом

$$J_s(U) = \sum_{k=0}^n G_{sk} U^k, \quad (2)$$

где под  $U$  будем понимать разность между полным напряжением на диоде и напряжением питания  $U_0$ ,  $n$  — определяет число членов разложения. Анализ коэффициентов степенного разложения ВАХ типовых диодов в различных точках их падающего участка показал, что модули членов ряда убывают с увеличением  $k$ , так, например,  $G_{sk} U^k / G_{s0} \ll 30$  при  $k \geq 3$  с учетом ограниченности амплитуды переменного напряжения областью падающего участка ВАХ. В связи с этим кубичное разложение достоверно представляет необходимый участок ВАХ. Отметим, что знаки и величины коэффициентов такого разложения зависят от положения рабочей точки на ВАХ. Так, например, в случае выбора рабочей точки вблизи порогового напряжения (режим возникновения стохастических автоколебаний) знаки при линейном и кубичном членах разложения плотности тока на основной частоте отрицательны, а модуль кубичного члена имеет наибольшее значение по сравнению с рабочими точками, расположенными в конце падающего участка ВАХ. В случае двух мод с различными частотами и амплитудами  $U_1$  и  $U_2$  и при наличии зависимости проводимости диода от частоты выражение для плотности тока можно представить в виде двучленного степенного ряда

$$J = \sum_{i,j=0}^n G_{ij} U_1^i U_2^j. \quad (3)$$

Подставим выражение (3) в (1), ограничиваясь кубичной нелинейностью, и проведем усреднение в подынтегральном выражении (1). После этого получим дифференциальные уравнения для медленно меняющихся амплитуд основной ( $U_1$ ), субгармонической ( $U_2$ ) мод и обобщенной фазы  $\psi$  в виде

$$\frac{dU_1}{dt} = \alpha_1 U_1 + G_1 U_2^2 \cos \psi - \gamma_1 U_1 (U_1^2 + U_2^2); \quad (4)$$

$$\frac{dU_2}{dt} = -\alpha_2 U_2 + G_2 U_1 U_2 \cos \psi + \gamma_2 U_2 (U_1^2 + U_2^2); \quad (5)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \delta - (G_1 U_2^2 / U_1 - G_2 U_1) \sin \psi, \quad (6)$$

где  $\alpha_{1,2}$  — инкремент нарастания и декремент затухания соответствующих мод, определяемые как алгебраическая сумма потерь и их ком-

пенсаций отрицательной проводимостью диода в резонансной системе генератора,  $G_{1,2}$  — коэффициенты связи огибающих мод, пропорциональные дифференциальной подвижности носителей заряда в диоде,  $\gamma_{1,2}$  — коэффициенты кубичной нелинейности ВАХ,  $\psi = \varphi_1 - 2\varphi_2 + \delta t$ ,  $\varphi_{1,2}$  — фазы колебаний рассматриваемых мод.

Как показали многочисленные результаты численного анализа решений этой системы уравнений, третий член в правой части уравнения (5) мало влияет на качественный характер решений, что объясняется, с одной стороны, его малостью по сравнению с соответствующим членом для уравнения (4); эта малость обусловлена существенно более слабой генерацией субгармоники в диодах Ганна. Поэтому результаты численного анализа решений рассматриваемой системы уравнений приведем без учета этого члена.

Рассмотрим условия возникновения стохастических решений в полученной укороченной системе уравнений, описывающих динамику процессов, возникающих в двухмодовой модели генератора на диоде Ганна. Общая картина перехода к стохастичности в ганновском генераторе характеризуется достаточно резким скачком, или, другими словами, она осуществляется, по-видимому, после конечного числа бифуркаций, сосредоточенных в узкой области изменения управляющего параметра. Одним из известных и близких к рассматриваемому механизму можно считать механизм, предложенный Рюэлем и Такенсом [8]. Этот механизм применим в случаях изучения нелинейных динамических систем, зависящих от одного управляющего параметра. В качестве такового в ГДГ может служить напряжение питания диода (положение рабочей точки на ВАХ), с изменением которого в области  $U_{пор} > U_0 > U_{ном}$  могут поочередно выполняться условия возникновения для нескольких бифуркаций, таких, как бифуркация Ландау — Хопфа, бифуркация в особой точке и другие. В действительности, нет необходимости при переходе к развитой стохастичности последовательного прохождения большого множества бифуркаций, возможно, что даже малое их число может инициировать переход к развитой стохастичности [8]. Вопрос о способах перехода от монохроматического режима генерации к стохастическому посредством бифуркаций тесно связан с понятиями строгой потери устойчивости рассматриваемых решений, а также и с понятиями особых точек произвольного порядка [9].

Для исследования тонкой структуры режимов, соответствующих развитой стохастичности в нелинейной модели ГДГ, следует учесть более высокий порядок членов в степенном разложении (3).

**2. Анализ численных вариантов решений уравнений распадной стохастичности.** Учет нелинейного характера ВАХ диода (кубичного члена в степенном разложении (3)) в уравнении для описания поведения основной моды позволил получить строго ограниченные численные решения, качественно похожие на экспериментальные реализации стохастических режимов, приведенных на рис. 1. Отметим, что известным признаком стохастических решений для случая распадного механизма является четкая ограниченность их амплитуд [3]. Это наглядно демонстрируется в приведенных на рис. 1 стробоскопических осциллограммах режимов стохастической автогенерации ГДГ. Стохастическим решениям уравнений математической модели ГДГ, представленным на рис. 2 — 4, также свойственна ограниченность. Характер этих решений определяется бифуркациями системы, обусловленными изменением коэффициента нелинейности ВАХ, связи взаимодействующих мод и декремента. Следует отметить тот факт, что в рассмотренной модели с уменьшением модуля коэффициента нелинейности  $\gamma_1$  увеличивается амплитуда стохастической автогенерации вместе с вероятностью одновременного возникновения условий для нескольких бифуркаций, что также хорошо согласуется с экспериментально подмеченными закономерностями. Таким образом, при слабых нелинейностях ВАХ диодов Ганна на падающих участках характеристик наиболее вероятен резкий

переход к развитой стохастичности ввиду того, что в области изменения управляющего параметра (напряжения питания диода), начиная с некоторого его значения, происходит своеобразное сгущение различных бифуркаций. Кроме того, можно показать, что на более пологих падающих участках ВАХ должна быть более широкая область стохастических режимов, которая не всегда может быть непрерывной, что достаточно хорошо согласуется с экспериментальными данными. Однако кроме установленного факта существования нескольких бифуркаций в некоторой области изменения параметра нелинейности в рассмотренной модели представляло интерес проанализировать степень сложности получаемых реализаций после каждой бифуркации отдельно. С этой целью на рис. 2—4 приведены временные реализации амплитуды огибающей для основной моды, соответствующие изменению двух параметров  $\gamma_1$  и  $G_2$  при условии сохранения неизменными всех остальных параметров в системе уравнений (4) — (6). Реализация, представленная на рис. 2, получена при значениях  $\gamma_1 = -0,0011$ ,  $G_1 = -2,5$  и соответствует одиночной бифуркации Л—Х, которая является весьма характерной в достаточно широкой области изменения как параметра  $\gamma_1$ , так и параметров  $G_1$  и  $G_2$ . Реализации, представленные на рис. 3 и 4, получены при значениях  $\gamma_1 = -0,0011$ ,  $G_1 = -2,5$  и разных значениях параметра  $G_2$  (на рис. 3 —  $G_2 = 0,5$ , а на рис. 4 —  $G_2 = 1,5$ ), при которых имеют место бифуркации Л—Х и бифуркации в особых точках. Следует отметить, что реализация, приведенная на рис. 4, — наиболее сложная из рассмотренных, это можно заключить по оценке коэффициента глубины случайной самомодуляции (который в этом случае наибольший) и по виду автокорреляционной функции, соответствующей рассмотренным случаям и представленной на рис. 5 (кривая 3). Возможности рассмотренной модели в поиске еще более сложных и интересных реализаций не исчерпываются рассмотренными случаями. На рис. 2—4 приведены наиболее простые реализации, связанные с конкретными параметрами модели и достаточно хорошо подтверждаемые экспериментом (рис. 1). К достоинству модели можно отнести такой факт, что она позволяет описать механизм перехода от монохроматической генерации к стохастической и наоборот. Так, например, обращение в нуль коэффициента нелинейности  $\gamma_1$ , соответствующее излому падающего участка ВАХ диода, при прочих равных условиях скачком переводит режим стохастической автогенерации в монохроматический [2]. На рис. 6 приведена временная

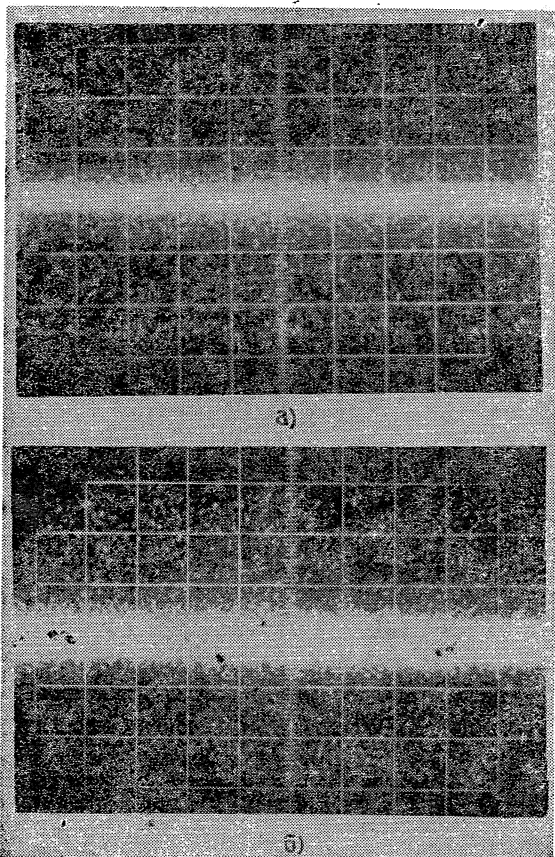


Рис. 1. Стробоскопические осциллограммы временных реализаций стохастического режима в генераторах на диодах Ганна.

на рис. 3 и 4, получены при значениях  $\gamma_1 = -0,0011$ ,  $G_1 = -2,5$  и разных значениях параметра  $G_2$  (на рис. 3 —  $G_2 = 0,5$ , а на рис. 4 —  $G_2 = 1,5$ ), при которых имеют место бифуркации Л—Х и бифуркации в особых точках. Следует отметить, что реализация, приведенная на рис. 4, — наиболее сложная из рассмотренных, это можно заключить по оценке коэффициента глубины случайной самомодуляции (который в этом случае наибольший) и по виду автокорреляционной функции, соответствующей рассмотренным случаям и представленной на рис. 5 (кривая 3). Возможности рассмотренной модели в поиске еще более сложных и интересных реализаций не исчерпываются рассмотренными случаями. На рис. 2—4 приведены наиболее простые реализации, связанные с конкретными параметрами модели и достаточно хорошо подтверждаемые экспериментом (рис. 1). К достоинству модели можно отнести такой факт, что она позволяет описать механизм перехода от монохроматической генерации к стохастической и наоборот. Так, например, обращение в нуль коэффициента нелинейности  $\gamma_1$ , соответствующее излому падающего участка ВАХ диода, при прочих равных условиях скачком переводит режим стохастической автогенерации в монохроматический [2]. На рис. 6 приведена временная

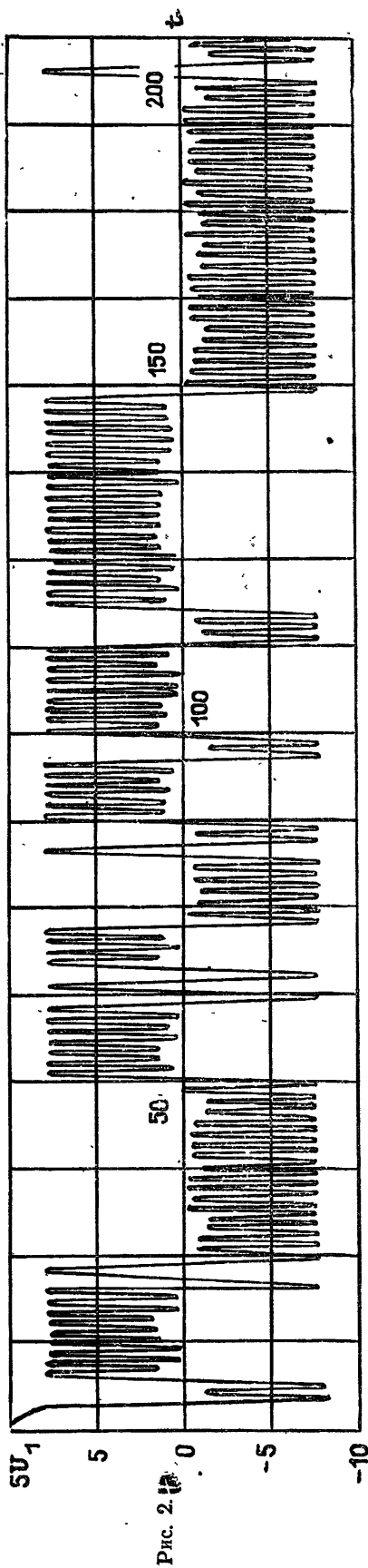


Рис. 2.

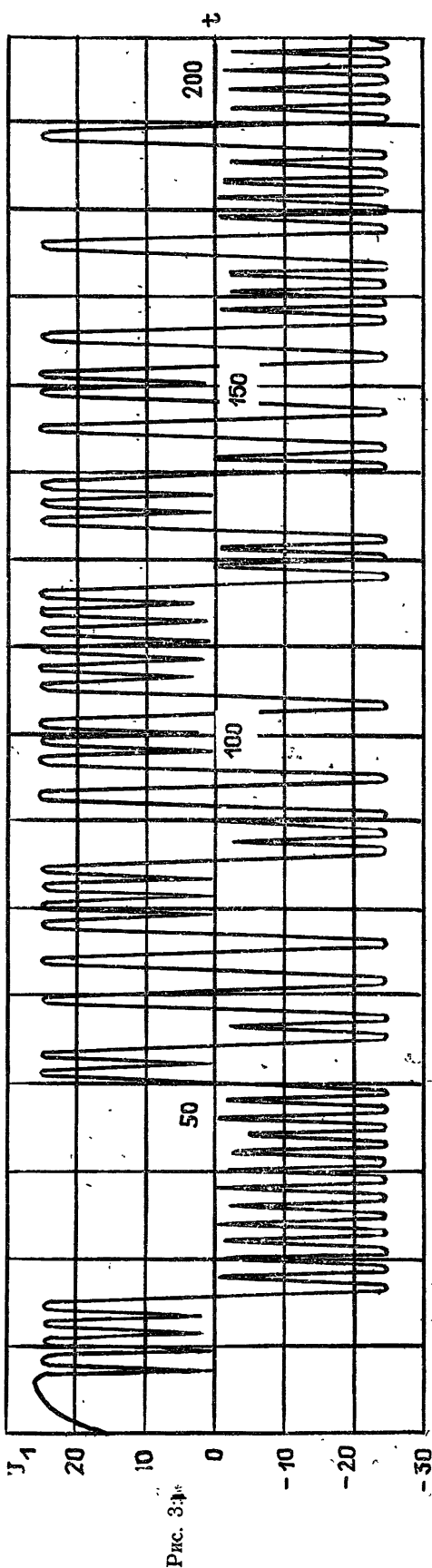


Рис. 3.

Рис. 2. Временная реализация амплитуды основной моды по сле бифуркации Ландау — Хопфа.

Рис. 3. Временная реализация того же процесса после двух бифуркаций I — X и бифуркации, соответствующей особой точке первого порядка).

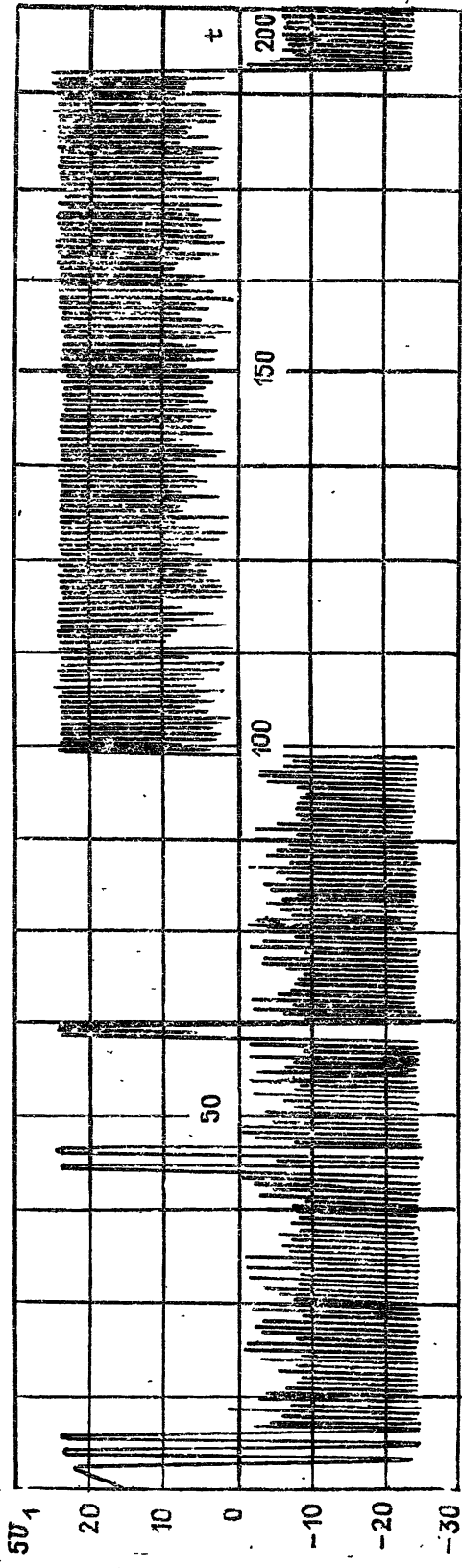


Рис. 4. Временная реализация того же процесса после трех бифуркаций (бифуркации Л—Х и бифуркаций, соответствующих двум особым точкам).

реализация режима монохроматической автогенерации при следующих параметрах:  $\alpha_1=0,3$ ,  $\alpha_2=0,2$ ,  $G_1=G_2=5$  и  $\gamma_1=0$  (остальные параметры совпадают с рассмотренными выше стохастическими режимами).

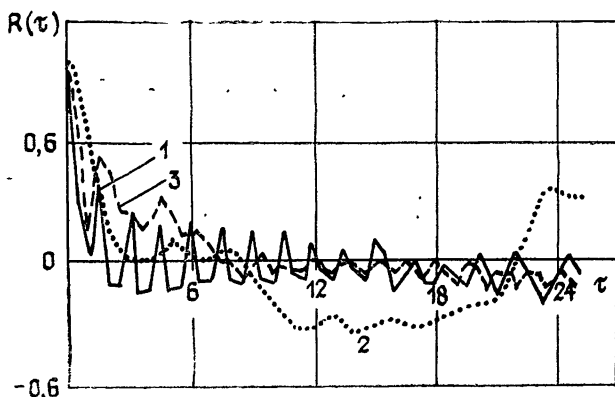


Рис. 5. Зависимость корреляционной функции для различных вариантов стохастических процессов.

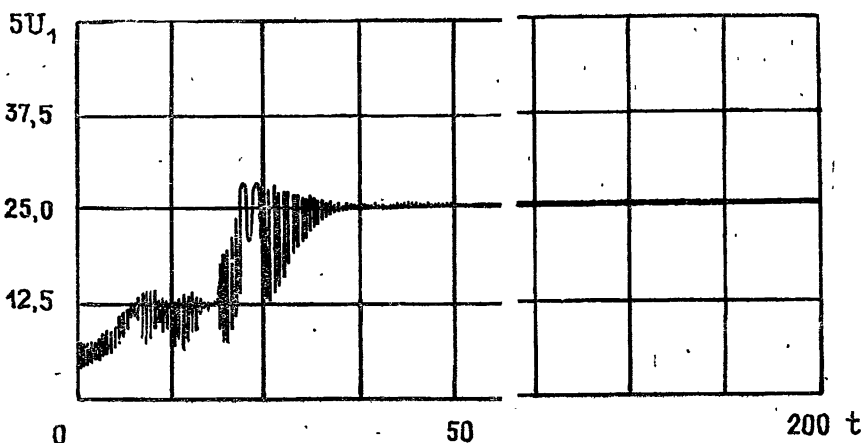


Рис. 6. Временная реализация амплитуды огибающей основной моды в режиме монохроматической генерации.

В заключение следует отметить, что приведенная модель распада стохастичности качественно объясняет основные причины возникновения и исчезновения стохастической автогенерации в ГДГ, раскрывает механизм перехода от режима монохроматической автогенерации к стохастической и наоборот. Модель позволила каждому рассмотренному параметру найти соответствующий аналог в диоде или в резонансной системе. Для определения абсолютных значений параметров и условий возникновения стохастической автогенерации в ГДГ достаточно каждому приведенному параметру рассмотренной системы уравнений поставить в соответствие их значения из расчета резонансной системы, а также ВАХ конкретных диодов.

Авторы выражают благодарность за помощь в проведении вычислений В. И. Лаврушину, за полезные замечания С. П. Кузнецову.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бочаров Е. П., Коростелев Г. Н., Хрипунов М. В. Лекции по электронике СВЧ и радиофизике (6-я школа-семинар инженеров). — Саратов: Гос. ун-т, 1983, кн. 2, с. 32.
2. Коростелев Г. Н., Бочаров Е. П., Бочкарев А. Н. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 6, с. 779.
3. Рабинович М. И. Нелинейные волны (стохастичность и турбулентность). — Горький: ИПФ АН СССР, 1980 с. 15.

4. Новиков А. А., Синицын В. В., Тагер А. С. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 3, с. 380.
5. Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. — М.: Сов. радио, 1973, с. 34.
6. Накатига К. — Progress Theor. Physics., 1977, 57, № 6, p. 1874.
7. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. — М.: Мир, 1984, 2, с. 207.
8. Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. — М.: Наука, 1984, с. 374.
9. Иосс Ж., Джозеф Д. Элементарная теория устойчивости и бифуркаций. — М.: Мир, 1983, с. 48.

Саратовский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
18 февраля 1985 г.

## ON A MODEL OF STOCHASTIC AUTOGENERATION IN GUNN-DIODES

*E. P. Bocharov, G. N. Korostelev, M. V. Khripunov*

In this article a transition from monochromatic autogeneration regime in Gunn-diodes to the developed stochasticity regime is developed for two-mode nonlinear model of decay stochastically. Numerical realizations of main regimes are given corresponding to different cases of weak nonlinearity of falling part of current-voltage characteristic. Results of calculations of temporary realizations are compared with experimental stochastic regimes.

---