

УДК 530.182

## К ТЕОРИИ СТАБИЛИЗАЦИИ ЧАСТОТЫ ЭЛЕКТРОННЫХ СВЧ ГЕНЕРАТОРОВ ПРИ ПОМОЩИ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО РЕЗОНАТОРА

Г. С. Нусинович

Развит метод, позволяющий в достаточно общем виде учитывать влияние электронного смещения частоты на стабильность частоты электронных СВЧ генераторов с дополнительным высокочастотным резонатором. Метод использован для определения оптимальных с точки зрения стабилизации частоты параметров модели гиротрона.

Теория стабилизации частоты автогенераторов при помощи дополнительного резонансного контура активно развивалась сначала применительно к различным схемам ламповых генераторов радиодиапазона (см., например, [1-4]). Позднее она была развита также для таких электронных СВЧ генераторов, как отражательные клистроны и магнетроны [5]. При этом, если аналитическую нелинейную теорию отражательного клистрона удавалось построить достаточно просто, то для магнетронов в силу сложности их аналитического описания построение теории, как правило, сводилось к изучению эквивалентных схем [5].

В настоящее время интерес к проблеме стабилизации частоты электронных СВЧ генераторов диктуется, с одной стороны, перспективами применения гиротронов в экспериментах по активной диагностике плазмы [6, 7]. Кроме того, не менее важной является задача стабилизации выходных параметров релятивистских электронных СВЧ генераторов.

В данной работе развита на основе классических статей [1-4] теория стабилизации частоты резонансных электронных СВЧ генераторов с помощью дополнительного резонатора. В качестве примера аналитически исследованы характеристики гиротрона в зоне мягкого самовозбуждения.

**Общие уравнения.** Поведение электронного СВЧ генератора, в котором имеет место индуктивная связь основного резонатора с дополнительным, можно описывать системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dF_1}{dt} &= F_1 \left( I_1 \Phi' - \frac{1}{2Q_1} \right) + kF_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1), \\ \frac{d\varphi_1}{dt} &= \omega - \nu_1 + I_1 \Phi'' - k \frac{F_2}{F_1} \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \\ \frac{dF_2}{dt} &= -\frac{1}{2Q_2} F_2 - kF_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1), \\ \frac{d\varphi_2}{dt} &= \omega - \nu_2 - k \frac{F_1}{F_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \end{aligned} \tag{1}$$

в которой  $F_{1,2}$  — приведенные амплитуды и  $\varphi_{1,2}$  — фазы колебаний соответственно в первом (основном) и втором (дополнительном) резонаторах,  $\omega$  — частота автоколебаний,  $\nu_{1,2}$  — собственные частоты резо-

наторов,  $Q_{1,2}$  — их добротности (время  $t$  и частоты  $\omega$ ,  $\nu_{1,2}$  нормированы на несущую частоту  $\omega_0 \approx \omega$ ),  $I_1$  — параметр тока пучка, величина  $\Phi = \Phi' + i\Phi''$  описывает комплексную мощность взаимодействия электронов с полем основного резонатора и является функцией  $F_1$ ,  $k$  — коэффициент связи между резонаторами. Вид уравнений (1) отличается от приведенного в [4] учетом электронного смещения частоты (слагаемое  $I_1\Phi''$  в уравнении для  $\varphi_1$ ); при  $k=0$  два первых уравнения совпадают с известными нестационарными уравнениями возбуждения электронного пучком колебаний в одном основном резонаторе (см., например, [8]).

Число параметров в системе (1) можно уменьшить на один, вводя

$$t' = \frac{t}{2Q_2} = \frac{\omega_0 t_p}{2Q_2}, \quad k' = 2Q_2 k, \quad q = \frac{Q_2}{Q_1}, \quad I_0' = 2Q_1 I_1,$$

$$\Omega = 2Q_2(\omega - \nu_2) = 2Q_2 \frac{\omega_p - \nu_{2,p}}{\omega_0}, \quad \Delta = 2Q_2 \frac{\nu_{1,p} - \nu_{2,p}}{\omega_0}$$

(индекс  $p$  обозначает размерную величину, штрихи ниже опустим):

$$\frac{dF_1}{dt} = F_1 q (I_0 \Phi' - 1) + kF_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1),$$

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = \Omega - \Delta + qI_0 \Phi'' - k \frac{F_2}{F_1} \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (1')$$

$$\frac{dF_2}{dt} = -F_2 - kF_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1), \quad \frac{d\varphi_2}{dt} = \Omega - k \frac{F_1}{F_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Ввиду того, что фазы  $\varphi_{1,2}$  фигурируют в правых частях уравнений (1') только в виде комбинации  $\psi = \varphi_2 - \varphi_1$ , при исследовании устойчивости определяемых системой (1') состояний равновесия можно исходить из эквивалентной системы уравнений:

$$\frac{dF_1}{dt} = F_1 q (I_0 \Phi' - 1) + kF_2 \sin \psi, \quad \frac{dF_2}{dt} = -F_2 - kF_1 \sin \psi, \quad (2)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \Delta - qI_0 \Phi'' - k \cos \psi \left( \frac{F_1}{F_2} - \frac{F_2}{F_1} \right).$$

Наибольший практический интерес, естественно, представляет случай, когда добротность второго резонатора значительно превосходит добротность первого. В этом случае, рассмотрением которого мы ниже ограничимся, уравнение для  $F_1$  содержит большой параметр  $q = Q_2/Q_1 \gg 1$ . Соответственно величину  $1/q \ll 1$  можно использовать в качестве малого параметра, подобно тому, как это делалось в [1, 2, 4]. В нулевом приближении по  $1/q$  амплитуда стационарных автоколебаний в основном резонаторе  $F_1^0$  определяется обычным уравнением баланса активных мощностей в однорезонаторном автогенераторе

$$I_0 \Phi' (F_1^0) = 1, \quad (3)$$

а частота автоколебаний — уравнением

$$\Omega = \Delta - qI_0 \Phi'' (F_1^0), \quad (4)$$

учитывающим электронное смещение частоты (заметим, что, хотя в (4) параметр  $q$  фигурирует в явном виде только в последнем члене, в действительности расстройки  $\Omega$  и  $\Delta$  также нормированы на  $Q_2$ ).

Учтем, что второй резонатор вносит возмущение в амплитуду колебаний в первом резонаторе, т. е. при  $1/q \neq 0$

$$F_1 = F_1^0 + f$$

и, соответственно,

$$\Phi(F_1) \approx \Phi(F_1^0) + \left. \frac{d\Phi}{dF_1} \right|_{F_1^0} f. \quad (5)$$

Как следует из системы уравнений (1'), в режиме стационарной генерации добавок  $f$  равен

$$f = \frac{k^2}{-qI_0 (d\Phi'/dF_1^0) (1 + \Omega^2)} = \frac{I}{qI_0 (d\Phi'/dF_1^0)}. \quad (6)$$

Здесь через  $I$  обозначено отношение интенсивностей автоколебаний в обоих резонаторах,  $I = F_2^2/F_1^2$ . Вводя параметр  $\xi = (d\Phi''/dF_1^0)/(d\Phi'/dF_1^0)$  и расстройку  $\tilde{\Delta} = \Delta - qI_0\Phi''(F_1^0)$ , частоту автоколебаний в режиме стационарной генерации можно определить следующим из системы (1') уравнением

$$\Omega + k^2 \frac{\xi - \Omega}{1 + \Omega^2} = \tilde{\Delta}, \quad (7)$$

описывающим динамическую характеристику генератора, т.е. зависимость частоты автоколебаний  $\Omega$  от расстройки собственных частот обоих резонаторов. Аналогичным образом нетрудно получить из системы (1') уравнение, определяющее зависимость интенсивности колебаний во втором резонаторе от расстройки  $\tilde{\Delta}$ :

$$(1 - I)^2 (k^2 - I) = I(\tilde{\Delta} - \xi I)^2. \quad (8)$$

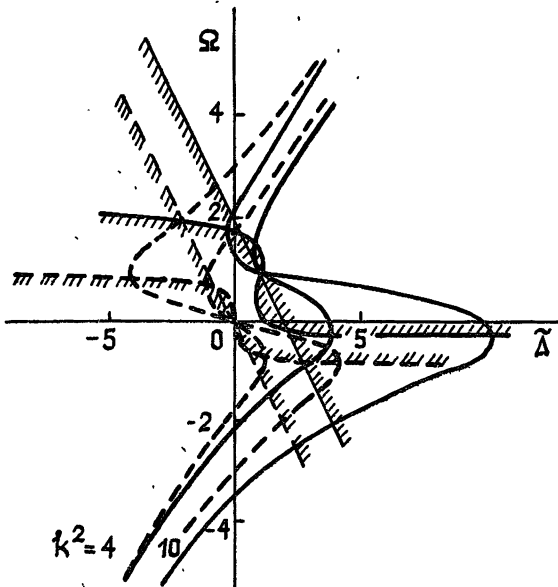


Рис. 1.

Уравнения (7), (8) отличаются от подобных уравнений, исследованных в [3, 4], наличием параметра  $\xi$ , учитывающего зависимость электронного смещения частоты от второго резонатора. Соответствующие (7) динамические характеристики приведены для случая  $\xi=1$  и нескольких значений  $k^2 = \text{const}$  на рис. 1. Там же для сравнения штриховыми линиями показаны динамические характеристики в случае  $\xi=0$ . На рис. 2 изображена зависимость  $I(\tilde{\Delta})$ , соответствующая уравнению (8) (здесь также сплошные кривые даны для случая  $\xi=1$ , штриховые — для  $\xi=0$ ).

Исследование устойчивости состояний равновесия, определяемых системой уравнений (1') (или (2)), существенно упрощается благодаря условию  $q \gg 1$  (см. [4]). Из этого условия следует, что устойчивость амплитуды колебаний в первом резонаторе определяется известным соотношением  $(d\Phi'/dF_1)|_{F_1^0} < 0$ , которое выполняется повсюду в области мягкого самовозбуждения и справедливо для устойчивой ветви зависимости  $\Phi'$  от  $F_1^0$  в режиме жесткого самовозбуждения. За устойчивостью добавка следить не нужно, потому что флуктуации  $f$  при  $d\Phi'/dF_1^0 < 0$  затухают за характерные времена порядка  $[qI_0|d\Phi'/dF_1^0| \times \times F_1^0]^{-1} \ll 1$ , т. е. гораздо быстрее, чем меняются амплитуда  $F_2$  и разностная фаза  $\psi$ , медленные характерные времена изменений которых определяются высокой добротностью дополнительного резонатора.

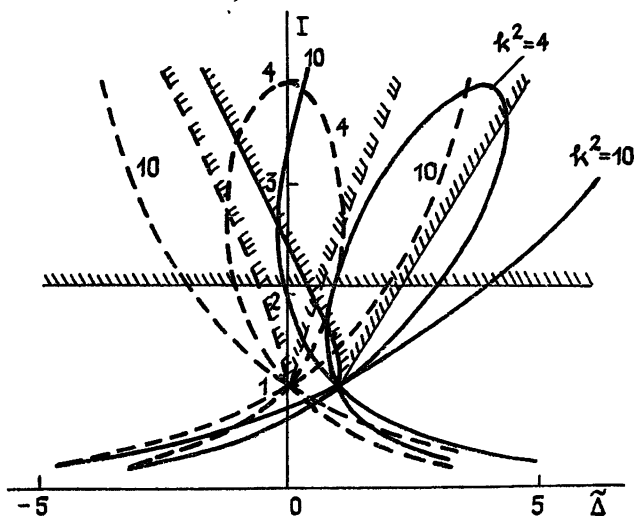


Рис. 2.

Таким образом, условия устойчивости исследуемых состояний равновесия следуют из двух последних уравнений системы (2) и имеют вид

$$I < 2; \quad (9)$$

$$k^2(1 + I) > 2I^2 \left[ 1 + \xi \frac{\tilde{\Delta} - \xi I}{1 - I} \right]. \quad (10)$$

Первое из этих условий совпадает с полученным в [3, 4], второе отличается от аналогичного условия [3, 4] наличием последнего члена в правой части, пропорционального  $\xi$ . Нетрудно видеть, что условие (9) определяет на динамических характеристиках (7) границы зоны устойчивости соотношением

$$\Omega_{гр} = 2\xi - \tilde{\Delta},$$

а условие (10) выполняется на ветвях динамических характеристик, где  $d\Omega/d\tilde{\Delta} > 0$ , и для амплитудно-частотных характеристик дополнительно резонатора (8) справедливо в области  $\Omega > 0$  при  $dI/d\tilde{\Delta} < 0$ , а в области  $\Omega < 0$  — при  $dI/d\tilde{\Delta} > 0$ . Соответствующие границы областей устойчивости показаны на рис. 1, 2 линиями со штриховкой, нанесенной со стороны неустойчивых колебаний. Точки, в которых пересекаются границы, определяемые условиями (9) и (10), находятся из соотношения

$$k_{\text{гp}}^2 = (8/3) [1 + \xi (2\xi - \tilde{\Delta})]: \quad (11)$$

При  $k > k_{\text{гp}}$  граница зоны устойчивости определяется условием (9). Потеря устойчивости, очевидно, означает перескок интенсивных автоколебаний в дополнительном резонаторе на собственную частоту.

Приведенные соотношения позволяют также найти дифференциальный коэффициент стабилизации

$$S_{\text{д}} = \frac{d\tilde{\Delta}}{d\Omega} = 1 + k^2 \frac{\Omega^2 - 2\xi\Omega - 1}{(1 + \Omega^2)^2},$$

который характеризует степень ослабления изменения частоты автоколебаний при расстройке собственных частот резонаторов. Этот коэффициент обращается в нуль на границах области устойчивости, в которой выполняется условие (10). При  $k > k_{\text{гp}}$  максимально достижимый в области устойчивости, а точнее на ее границе,  $I_{\text{гp}}=2$ , дифференциальный коэффициент стабилизации равен

$$S_{\text{д}}^{\text{max}} = 3 + (8/k^2) (|\xi| \sqrt{k^2/2} - 1 - 1). \quad (12)$$

Из полученного выражения следует, что оптимальная для  $S_{\text{д}}^{\text{max}}$  величина коэффициента связи равна

$$k_{\text{опт}}^2 = 4(1 + 1/\xi^2) + (4/\xi^2) \sqrt{\xi^2 + 1}. \quad (13)$$

При  $k = k_{\text{опт}}$  наибольшая величина дифференциального коэффициента связи является следующей функцией параметра  $\xi$ , характеризующего режим работы генератора:

$$S_{\text{д}}^{\text{max max}} = 3 + 2\xi^2 - \frac{2\xi^2(1 + \xi^2)}{1 + \xi^2 + \sqrt{1 + \xi^2}}. \quad (14)$$

Соответствующие (13), (14) зависимости  $k_{\text{опт}}^2$  и  $S_{\text{д}}^{\text{max max}}$  от  $\xi$  изображены на рис. 3. Там же штриховыми линиями показаны зависимости граничных значений  $k_{\text{гp}}^2$  от  $\xi$  (11), где расстройка  $\tilde{\Delta}$  определена при  $I=2$  с помощью уравнения (8). Индекс (—) соответствует левой ветви АЧХ рис. 2, для которой условие устойчивости (9) нарушается раньше, чем (10). Для правой ветви АЧХ проведенная оптимизация (13), (14), как следует из рис. 3, справедлива лишь при  $\xi^2 < 1$ . Как следует из (13) и рис. 3, по мере уменьшения  $\xi$  величина  $k_{\text{опт}}^2$  растет, а максимально достижимый коэффициент стабилизации убывает.

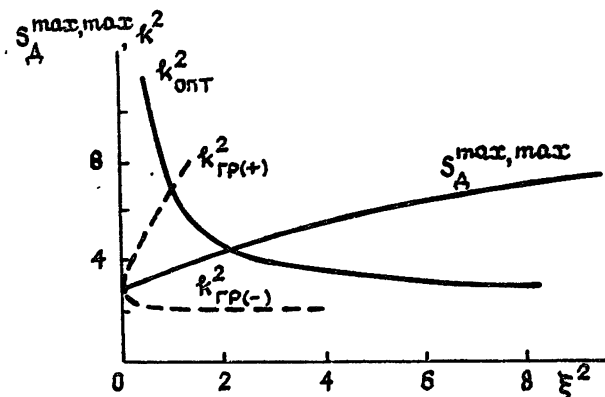


Рис. 3.

В пределе при  $\xi \rightarrow 0$  зависимость  $S_{\text{д}}^{\text{max}}$  от  $k^2$  (12) представляет собой гиперболу, асимптотически стремящуюся к  $S_{\text{д}}^{\text{max max}} = 3$  при  $k^2 \rightarrow \infty$ . Боль-

шие значения  $k_{\text{опт}}^2$ , однако, расходятся с исходным предположением  $k \ll q$  (где  $q = Q_2/Q_1 \gg 1$ ), в пределах которого справедлив предлагаемый метод рассмотрения, и, следовательно, при анализе конкретных систем в зависимости от величины  $q$  проведенное рассмотрение является некорректным в области малых значений  $\xi$ . Эта область, впрочем, представляется мало интересной, поскольку в ней мала величина  $S_{\text{д}}^{\text{max max}}$ . Более существенным представляется тот факт, что в широком интервале значений  $\xi$  ( $\xi^2 \geq 3$ , см. рис. 3) зависимость  $k_{\text{опт}}$  от  $\xi$  очень пологая. Отсюда следует, что в автогенераторе с фиксированным коэффициентом связи между резонаторами  $k = \text{const}$  эта величина  $k$  может быть близка к оптимальной при существенном варьировании режима генерации, чему соответствует изменение параметра  $\xi$ .

**Анализ гиротрона.** Рассмотрим в качестве примера гиротрон с однородной вдоль оси резонатора продольной структурой высокочастотного поля. Ограничимся исследованием режима мягкого самовозбуждения автоколебаний, когда зависимость величины  $\Phi$  от амплитуды автоколебаний может быть представлена в виде

$$\Phi = \alpha - \beta F_1^2. \quad (15)$$

В гиротроне коэффициенты  $\alpha$ ,  $\beta$  зависят от продольной структуры высокочастотного поля и угла пролета  $\theta = (\omega - n\omega_H)(L/v_{\parallel})$ , определяемого расстройкой между частотой автоколебаний  $\omega$  и резонансной гармоникой циклотронной частоты электронов  $n\omega_H$  ( $L$  — длина резонатора,  $v_{\parallel}$  — поступательная скорость электронов) [9]. Для случая однородной структуры поля эти коэффициенты были рассчитаны в [9, 10] — соответствующие графики зависимости действительных и мнимых частей коэффициентов  $\alpha$ ,  $\beta$  от угла пролета приведены на рис. 4, где  $\xi_k = \pi(\beta_{\perp}^2/\beta_{\parallel}) (L/\lambda)$  — приведенная длина резонатора. Пользуясь этими графиками, нетрудно определить зависимость коэффициента  $\xi$ , который при полиномиальной аппроксимации (15) равен  $\xi = \beta''/\beta'$ , от угла пролета  $\theta$ . Эта зависимость изображена на рис. 5 (справа она ограничена значением  $\theta = 3,75$ , при котором обращается в нуль коэффициент  $\beta'$ , что соответствует границе между областями мягкого и жесткого самовозбуждения, в последней области аппроксимация (15) становится некорректной).

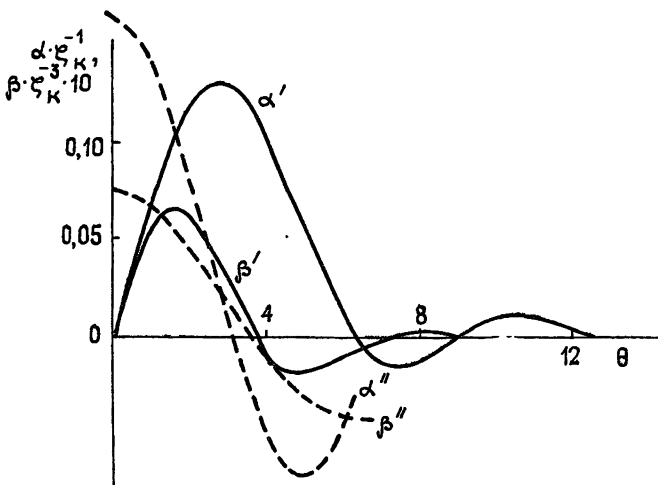


Рис. 4.

Пользуясь данными рис. 3, 5, можно определить при известной величине угла пролета  $\theta$  коэффициент стабилизации и соответствующую оптимальную величину коэффициента связи между резонаторами. Важным обстоятельством является наличие очень пологого участка зависимости  $\xi(\theta)$  в широком интервале углов пролета  $2 \leq \theta \leq 3$ , кото-

рый свидетельствует о возможности поддержания заданного уровня стабилизации при перестройке внешнего магнитного поля гиротрона. Разумеется, полученные результаты носят иллюстративный характер, однако, пользуясь предложенной методикой и известными численными данными расчетов  $\Phi(\theta)$  в различных моделях гиротронов, представляется несложным определить и более точные численные характеристики. Разработанный аппарат может быть применен и для анализа влияния дополнительного резонатора на стабилизацию флуктуаций колебаний в гиротроне, низкочастотные флуктуации в однорезонаторном гиротроне были исследованы в [11, 12].

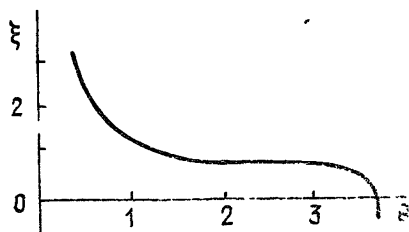


Рис. 5.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Рытов С. М., Прохоров А. М., Жаботинский М. Е. — ЖЭТФ, 1945, 15, № 10, с. 557; № 11, с. 613.
2. Жаботинский М. Е. — Радиотехника, 1946, 1, № 3—4, с. 19.
3. Кобзарев Ю. В. — Радиотехника, 1950, 5, № 2, с. 41.
4. Ирисов Е. А., Хохлов Р. В. — Вестник МГУ, 1958, 13, № 2, с. 137.
5. Половков И. П. Стабилизация частоты генераторов СВЧ внешним объемным резонатором. — М.: Сов. радио, 1967.
6. Voskoboynikov P., Sohn D. R., Temkin R. J. — Int. J. Infrared and Millimeter Waves, 1983, 4, № 2, p. 205.
7. Лучинин А. Г., Малыгин О. В., Нусинович Г. С., Фикс А. Ш., Флягин В. А. — Письма в ЖТФ, 1982, 8, № 18, с. 1147.
8. Вайнштейн Л. А. — В сб.: Электроника больших мощностей, 1964, вып. 3, с. 36.
9. Зарницына И. Г., Нусинович Г. С. — Изв. вузов — Радиофизика, 1975, 18, № 2, с. 303.
10. Нусинович Г. С. — Изв. вузов — Радиофизика, 1985, 28, № 10, с. 1323.
11. Ергаков В. С., Шапошников А. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1977, 20, № 8, с. 1209.
12. Ергаков В. С., Моисеев М. А., Шапошников А. А. — Радиотехника и электроника, 1977, 22, № 10, с. 2154.

Институт прикладной физики  
АН СССР

Поступила в редакцию  
21 июня 1985 г.

#### ON THE THEORY OF STABILIZATION OF MICROWAVE OSCILLATOR FREQUENCY USING AN ADDITIONAL RESONATOR

G. S. Nusinovich

A method for electron microwave oscillators with an additional high-Q resonator is developed, which permits one to take into account, in a general form, the influence of electron frequency detuning on stability of oscillation frequency. This method is applied to a gyrotron model for analytical estimation of its optimal parameters.