

УДК 533.925:537.52:535.36

ОБ АВТОМОДЕЛЬНЫХ РЕШЕНИЯХ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПОПУТНОГО ВЫНУЖДЕННОГО РАССЕЯНИЯ СВЕТА

О. Л. Антипов, И. В. Хазанов

В рамках трехволновой модели исследуются режимы насыщения нестационарного попутного ВР света в средах с различными типами нелинейности (тепловой, ионизационной или стрикционной). Найдены приближенные аналитические решения нелинейных уравнений. Аналогичным образом может быть построено приближенное автомоделное решение уравнения \sin -Гордона.

Распространение в среде мощного светового излучения сопровождается различными видами вынужденного рассеяния (ВР). Наиболее изученными из них являются процессы обратного рассеяния. Однако, как показывают эксперименты (см., например, [1]), при больших длительностях световых импульсов ($\tau_{\text{и}} \geq 10^{-7}$ с) процессы ВР под малым углом к направлению распространения волны накачки доминируют над процессами обратного рассеяния. Это связано с тем, что времена релаксации крупномасштабных решеток (с периодом $\Lambda \approx \lambda/\alpha$, где $\alpha \ll 1$ — угол рассеяния, λ — длина волны света) возмущений показателя преломления среды, которые обеспечивают попутное ВР, значительно превосходят времена релаксации мелкомасштабных решеток (с периодом $\lambda/2$), на которых происходит обратное ВР. Например, для вынужденного температурного рассеяния (ВТР) в ряде жидкостей (ацетоне, четыреххлористом углероде и др.) времена релаксации отражательных (мелкомасштабных) решеток ($\tau_{\text{р.о}}$) составляют $10 \div 50$ нс, а пропускающих (крупномасштабных) ($\tau_{\text{р.п}}$) при рассеянии под углом $\alpha \sim 10^{-2}$ рад — $100 \div 500$ мкс. Большое время релаксации пропускающих решеток определяет характер процессов попутного ВР, которое даже на нелинейной стадии может оказаться существенно нестационарным ($\tau_{\text{н}} \ll \tau_{\text{р.п}}$, где $\tau_{\text{н}}$ — время выхода на нелинейный режим). Нестационарный энергообмен взаимодействующих пучков в средах с локальным инерционным откликом широко обсуждается также в голографии (см., например, [2, 3]).

Линейная стадия этих процессов к настоящему времени хорошо изучена. Из решений, ее описывающих, следует оценка $\tau_{\text{н}} \sim \ln^2 \sqrt{I_{10}/I_{20}} / 2gI_{10}L$, где I_{10} и I_{20} — интенсивности соответственно сильной и слабой световых волн на входе в среду, g — коэффициент нелинейного взаимодействия, L — длина среды. Так, для ВТР при $I_{20}/I_{10} = 10^{-4}$, $I_{10} = 10$ МВт/см², $L = 1$ см получаем $\tau_{\text{н}} \sim 1$ мкс, и для световых импульсов с длительностью $\tau_{\text{и}} \geq \tau_{\text{н}}$ необходимо учитывать эффекты насыщения. Это вызывает заметный интерес к исследованию нелинейной стадии процессов попутного ВР.

Ниже на сравнительно простой трехволновой модели анализируется нестационарная нелинейная стадия попутного температурного и ионизационного рассеяния (разд. 1), а также рассеяния Мандельштама — Бриллюэна (разд. 2) в пренебрежении линейной диссипацией световых волн и затуханием возмущений показателя преломления среды. Рассматриваемая модель представляется полезной для понимания

экспериментов, в которых длительности световых импульсов удовлетворяют соотношениям $\tau_n < \tau_n \ll \tau_p$ и *.

1. Попутное ВТР. Система укороченных уравнений для этого процесса имеет следующий вид (см., например, [2]):

$$\frac{\partial e_1}{\partial x} = ie_2 n, \quad \frac{\partial e_2}{\partial x} = ie_1 n^*, \quad \frac{\partial n}{\partial t} = e_1 e_2^*, \quad (1)$$

где e_1, e_2, n — нормированные величины амплитуд электрических полей световых волн (e_1 — накачка, e_2 — стокс) и низкочастотных возмущений плотности среды.

Уравнения типа (1) изучались численно в [2, 3]. Мы здесь укажем на возможность получения приближенного аналитического решения этой системы при следующих граничных и начальных условиях:

$$e_1(t, x=0) = e_{10}, \quad e_2(t, x=0) = e_{20}, \quad n(t=0, x) = 0, \quad (2)$$

где $e_{10} \gg e_{20}$. Анализ размерностей величин, входящих в (1), (2), показывает, что в задаче существуют параметры подобия $b = n/t$ и $\xi = xt$ (будем предполагать, что $e_{1,2}$ — безразмерны), которые позволяют искать решение в виде $e_{1,2} = e_{1,2}(\xi)$, $n = tb(\xi)$. Подставляя эти выражения в (1), (2), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений с соответствующими начальными условиями:

$$\frac{de_1}{d\xi} = ie_2 b, \quad \frac{de_2}{d\xi} = ie_1 b^*, \quad \xi \frac{db}{d\xi} + b = e_1 e_2^*; \quad (3)$$

$$e_1(\xi=0) = e_{10}, \quad e_2(\xi=0) = e_{20}, \quad b(\xi=0) = e_{10} e_{20}^*. \quad (4)$$

У системы уравнений (3) есть известный интеграл

$$|e_1|^2 + |e_2|^2 = J = \text{const}, \quad (5)$$

которого, однако, недостаточно для нахождения решения. Его удается построить, используя подход, аналогичный [4], где, в частности, рассматривался трехволновый процесс ВТР в безграничной среде.

Сначала рассмотрим линейную стадию неустойчивости. В приближении заданного поля $e_1 = e_{10}$ из (3) получим уравнение

$$\xi b'' + 2b' + i|e_{10}|^2 b = 0. \quad (6)$$

Его решение в согласии с (4) имеет вид [5]

$$b_{\text{лин}}(\xi) = e_{10} e_{20}^* J_1(2|e_{10}| \sqrt{i\xi}) / |e_{10}| \sqrt{i\xi}, \quad (7)$$

где J_1 — функция Бесселя, которая при данном аргументе выражается через функции Кельвина [6]. Отсюда в асимптотике $2|e_{10}| \sqrt{i\xi} \gg 1$ (сильное развитие неустойчивости) находим

$$|b_{\text{лин}}(\xi)| \approx |e_{20}| (\exp \sqrt{2|e_{10}|^2 \xi}) / \sqrt{2\pi |e_{10}|} \xi^{3/4}. \quad (8)$$

С другой стороны, подставляя асимптотическое выражение для (7) в последнее из уравнений (3), определяем связь между амплитудами и фазами растущих волн на линейной стадии ($2|e_{10}| \sqrt{i\xi} \gg 1$)

$$\frac{|b_{\text{лин}}|}{|e_{2 \text{ лин}}|} \approx \frac{1}{\sqrt{\xi}}, \quad \Phi_{\text{лин}} = \varphi_{1 \text{ лин}} - \varphi_{2 \text{ лин}} - \varphi_{b \text{ лин}} = \frac{\pi}{4}, \quad (9)$$

где $\varphi_{1,2,b}$ — фазы комплексных амплитуд $e_{1,2}, b$ соответственно.

* Численные оценки, аналогичные приведенным выше, показывают, что данные неравенства в реальных ситуациях могут выполняться также для процессов ВИР и ВРМБ.

При достижении уровня $|e_2| \sim |e_{10}|$ наступает нелинейная стадия ВР, которую мы сейчас обсудим. На этой стадии у системы уравнений (3), кроме (5), есть еще один интеграл (приближенный)

$$f \equiv 2|e_1 e_2| \cos \Phi \approx \text{const} \quad (10)$$

(в дальнейшем обозначения у всех величин, показывающие их принадлежность к стадии насыщения, опущены). Это можно пояснить следующим образом. Прямой подстановкой в f'_ξ (10) производных от $|e_1|$, $|e_2|$, Φ согласно (3) имеем

$$df/d\xi = (2|e_1 e_2|^2 \sin^2 \Phi)/\xi |b|. \quad (11)$$

Тогда, ориентируясь на стационарное решение (3),

$$b = e_1 e_2^*, \quad |e_1| = |e_2| = \sqrt{J/2}, \quad \Phi = 0, \quad (12)$$

вероятно ожидать, что $f'_\xi \rightarrow 0$ при $\xi \rightarrow \infty$. Будем в первом приближении считать, что, начиная со значения $\xi = \xi_0$, при котором выравниваются интенсивности волн ($|e_1(\xi_0)|^2 = |e_2(\xi_0)|^2 = J/2$), функция f (10) остается неизменной. В результате, ограничиваясь одним уравнением из шести в (3), например для $\partial|e_1|/\partial\xi$, и выражая все величины в нем через $|b|$ и $|e_1|$, пользуясь уже двумя интегралами (5) и (10), находим решение для $|e_{1,2}|^2$

$$|e_{1,2}|^2 = \frac{J}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 - f^2/J^2} \sin \left(2 \int_{\xi_0}^{\xi} |b| d\xi' \right) \right]. \quad (13)$$

Медленные изменения амплитуды и частоты колебаний в (13) определяются уравнениями следующего приближения:

$$d\mu/d\xi = f, \quad df/d\xi = (J^2 - f^2)/2\mu, \quad (14)$$

где $\mu \equiv 2|b(\xi)|\xi$. Первое из этих уравнений следует из последнего уравнения системы (3) для b . Второе нетрудно получить, подставив в (11) выражения (10), (13) и затем с учетом медленности изменения f и μ усредняя (11) по быстрым осцилляциям амплитуд (13). Начальные условия для уравнений (14) находим приближенно из линейной стадии неустойчивости. Тогда согласно (9) имеем

$$\mu(\xi_0) = \sqrt{2J\xi_0}, \quad f(\xi_0) = (\sqrt{2}/2)J. \quad (15)$$

Пользуясь [5], можно получить выражения для $\mu(\xi)$, $f(\xi)$ в неявном виде. Подставляя их в (13) и учитывая (15), находим

$$|e_{1,2}|^2 = \frac{J}{2} \left[1 \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{|b(\xi_0)|\xi_0}{|b(\xi)|\xi}} \sin \left(2 \int_{\xi_0}^{\xi} |b(\xi')| d\xi' \right) \right], \quad (16)$$

где функция $|b(\xi)|$ определяется из соотношения

$$\mu \vartheta + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\xi_0}{2}} \ln \frac{1 + \vartheta}{1 - \vartheta} = \xi - \xi_0 + 1,6 \sqrt{\frac{\xi_0}{J}}, \quad (17)$$

$$\vartheta = \sqrt{1 - \sqrt{\frac{\xi_0}{2}} \frac{1}{\mu}}.$$

Отсюда следует, что при $\xi \gg \xi_0$ зависимости $|b(\xi)|$ и $f(\xi)$ практически выходят на свои стационарные значения: $|b_{\text{ст}}| = J/2$, $f_{\text{ст}} = J$ (см. (10), (12)). Причем для $f(\xi)$ такое приближение справедливо уже через несколько первых цугов переколебаний амплитуд (16). Имея также в виду, что на нелинейной стадии неустойчивости функция $f(\xi)$ изменяется сравнительно слабо (от $f(\xi_0) = J/\sqrt{2}$ до $f_{\text{ст}} = J$), можно полу-

чить более простое по сравнению с (17) выражение для $|b|$. Для этого в первом уравнении (14) будем приближенно считать $d\mu/d\xi \simeq J$ и проинтегрируем это равенство с начальным значением $\mu(\xi_0)$ (15). Тогда легко найдем $|b(\xi)| \simeq J/2 + (\sqrt{J/2\xi_0} - J/2)(\xi_0/\xi)$. Значения $|b(\xi)|$, вычисленные по этой формуле, отличаются от таковых из формулы (17) незначительно. Сравнение полученного по ним периода осцилляций в амплитудах (16) с численным расчетом в широком диапазоне начальных условий ($|e_{20}/e_{10}| \sim 10^{-1} \div 10^{-8}$) и значений ξ ($\xi/\xi_0 \sim 1 \div 10^2$) показывает, что периоды различаются мало (не более чем на 10%), хотя фазовый сдвиг между осцилляциями в аналитическом и численном решениях, разумеется, по мере роста ξ медленно накапливается. Глубина модуляции амплитуд в аналитическом решении превышает такую в численном примерно в 1,5 раза* (см., например, рис. 1**) практически независимо от отношения $|e_{20}/e_{10}|$. Эта разница связана в основном с тем, что значение $f(\xi_0)$ оценено по линейной стадии***. В следующем приближении можно уточнить как само значение $f(\xi_0)$, так и координату точки ξ_0 ($e_1(\xi_0) = e_2(\xi_0)$), которая в первом приближении также оценена по линейной стадии ($|e_{2 \text{ лнн.}}(\xi_0)| \simeq |e_{10}|$)****.

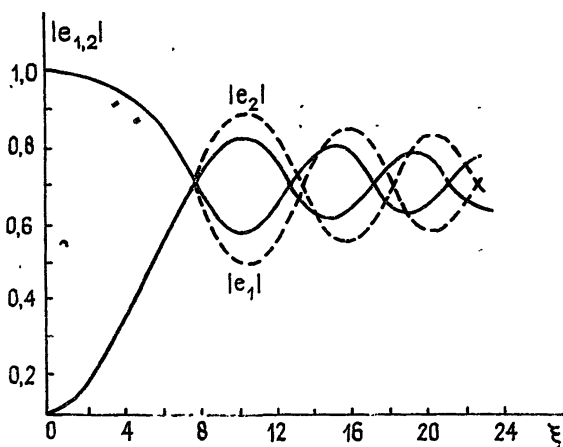


Рис. 1. Автономные решения задачи нестационарного попутного ВТР. Сплошные линии — численный расчет, пунктирные линии — теория.

В заключение этого параграфа обратим внимание на то, что полученными здесь решениями можно пользоваться и для описания режимов насыщения при попутном вынужденном ионизационном рассеянии (ВИР) мощной волны в разряде [7], система уравнений для которого совпадает с (1) (с точностью до обозначений). В этом случае рассеяние накачки идет на решетке электронной концентрации, которую она создает при пробое среды. Как отмечалось в [7], такие процессы могут оказаться важными в разрядах оптического диапазона.

2. Попутное ВРМБ. Процесс попутного ВРМБ в пренебрежении затуханием волн описывается системой укороченных уравнений

* Точнее, это отношение очень медленно меняется от 1,5 при $\xi \sim \xi_0$ до 1,3 в конце указанного интервала ξ .

** При сравнении решений нелинейной стадии, полученных из численного расчета, с соответствующими аналитическими точка ξ_0 в последних берется из результатов численного счета.

*** Отношение его к полученному в численных расчетах очень слабо меняется от 0,8 при $|e_{20}/e_{10}| = 0,1$ до 0,85 при $|e_{20}/e_{10}| = 10^{-8}$.

**** Отношение определенной таким образом величины ξ_0 к таковой в численном расчете также очень слабо меняется от 0,87 при $|e_{20}/e_{10}| = 0,1$ до 0,98 при $|e_{20}/e_{10}| = 10^{-8}$.

$$\frac{de_1}{dx} = -e_2 n, \quad \frac{de_2}{dx} = e_1 n^*, \quad \frac{dn}{dt} = e_1 e_2^*, \quad (18)$$

где обозначения всех величин подобны (1).

Рассмотрим ее решения при тех же граничных и начальных условиях (2)*. Введением автомодельной переменной $\xi = xt$ также приходим от (18) к системе уравнений в обыкновенных производных

$$\frac{de_1}{d\xi} = -e_2 b, \quad \frac{de_2}{d\xi} = e_1 b^*, \quad \xi \frac{db}{d\xi} + b = e_1 e_2^*, \quad (19)$$

где $b = n/t$, с начальными условиями (4). Однако найти решение этой системы способом, описанным в разд. 1, не удастся ввиду отсутствия у нее интеграла вида (10). Тем не менее, приближенное решение (19) можно получить следующим образом.

Как и в разд. 1, рассмотрим сначала линейную стадию этой неустойчивости. Тогда уравнение, аналогичное (6), здесь имеет вид

$$\xi b'' + 2b' - |e_{10}|^2 b = 0. \quad (20)$$

Его решение, отвечающее (4), есть [5]

$$b_{\text{лин}}(\xi) = e_{10} e_{20}^* J_1(i 2 |e_{10}| \xi^{1/2}) / i |e_{10}| \xi^{1/2}. \quad (21)$$

Отсюда нетрудно найти асимптотические выражения для полей ($b_{\text{лин}}(\xi) \sim \xi^{-3/4} \exp(2 |e_{10}| \xi^{1/2})$, ср. с (8)). Между модулями их амплитуд связь оказывается такой же, как в (9).

По достижении $|e_2| \sim |e_{10}|$ можно ожидать, что обратная перекачка энергии из стоксовой волны в накачку $e_2 \rightarrow e_1$ в отличие от подобного процесса, например, в безграничной среде (исходные уравнения для амплитуд волн в обыкновенных производных, а не в частных, как в данном случае) с ростом ξ будет все более затрудняться из-за ослабления нелинейного взаимодействия. Действительно, формальная процедура перехода к автомодельности связана в данном случае с введением в уравнение для амплитуды поля b звуковой волны некоторой «эффективной» диссипации (см. (19)), которая приводит к тому, что уровень b оказывается гораздо меньше, чем соответствующий уровень стоксовой волны $|e_2|$ (это видно уже из решений линейной стадии). Поэтому звуковых квантов «не хватает» для полной конверсии с квантами образовавшейся мощной стоксовой волны и создания первоначального уровня накачки. Имея к тому же в виду, что у системы уравнений (19) есть стационарное состояние $|e_2| = |e_{10}|$, $e_1 = 0$, $b = 0$, разумно исследовать возможность выхода на него. Поэтому рассмотрим теперь решение (19) в заданном поле стоксовой волны с $|e_2| = |e_{10}|$. Тогда получим уравнение

$$\xi b'' + 2b' + |e_{10}|^2 b = 0. \quad (22)$$

Его общее решение выражается линейной комбинацией функций Бесселя и Неймана от действительного аргумента [5] и представляет из себя при $2 |e_{10}| \xi^{1/2} \gg 1$ затухающие колебания с $|b| \rightarrow 0$ (а следовательно, и $|e_1| \rightarrow 0$). Это оправдывает использование приближения $|e_2| = |e_{10}|$ на нелинейной стадии рассеяния и позволяет считать решение уравнения (22) с решением линейной стадии (21). В результате получаем интересующие нас выражения для амплитуд полей

$$b \approx (e_{10} e_{20}^* \xi_0^{1/4} / |e_{20}| \xi^{3/4}) \cos[2 |e_{10}| (\sqrt{\xi} - \sqrt{\xi_0})], \quad (23)$$

$$e_1 \approx -e_{10} (\xi_0 / \xi)^{1/4} \sin[2 |e_{10}| (\sqrt{\xi} - \sqrt{\xi_0})],$$

где точка ξ_0 выбрана из условия, что в ней интенсивность рассеянной волны из-за сильного развития неустойчивости достигает начального

* Заметим, что аналогичная система уравнений для обратного ВРМБ изучалась в [9].

уровня накачки: $|e_2(\xi_0)| = |e_{10}|$. В следующем приближении, зная e_1 (23), находим из (5) амплитуду e_2 :

$$e_2 \approx |e_{10}| (e_{20}/|e_{20}|) \{1 - (\xi_0/\xi)^{1/2} \sin^2 [2|e_{10}| (\sqrt{\xi} - \sqrt{\xi_0})]\}^{1/2}. \quad (24)$$

По аналогии с разд. 1 на рис. 2 проведено сопоставление теоретических и численных результатов. Из оценок в этом случае $\xi_{0 \text{ теор}} \approx 5,5^*$. На нелинейной стадии между решениями (аналитическим и численным) накапливается некоторый фазовый сдвиг, однако амплитуды и периоды (переменные) осцилляций величин в приведенных зависимостях достаточно хорошо согласуются. Точность найденных решений можно повысить в следующем приближении, с одной стороны, более точно определяя связь между величинами e_2 и b при подходе слева к точке ξ_0 (а следовательно, и само значение $b(\xi_0)$), а с другой — учитывая колебания модуля амплитуды волны $|e_2|$ (24). Так, уточняя период осцилляций, вместо величины $|e_{10}|$ в аргумент тригонометрических функций в (23), (24) следует подставить средний модуль амплитуды поля e_2 на данном периоде $|e_2|_{\text{cp}} = (|e_{10}| + |e_2|_{\text{min}})/2$, где $|e_2|_{\text{min}}$ определяется согласно (24). Определенный таким образом период отличается от полученного в численных расчетах, проведенных в тех же интервалах начальных условий и значений ξ/ξ_0 , что и в разд. 1, слабо (не более чем на 10%). И это слабое различие связано с тем, что $|e_2|_{\text{min}}$ несколько отличается от таковой в численных расчетах. Отношение амплитуд осциллирующей величин b и e_1 к соответствующим в численных расчетах с ростом ξ практически не меняется и составляет $b(\xi_0)/b_{\text{ч.р}}(\xi_0) \gtrsim 1$.

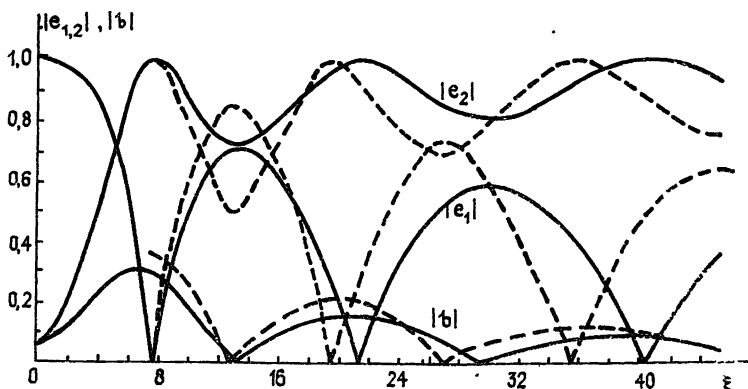


Рис. 2. Автомоделные решения задачи нестационарного попутного ВРМБ. Сплошные линии — численный расчет, пунктирные — теория.

Отношение глубины модуляции поля e_2 ($|e_{10}| - |e_2|_{\text{min}}$) к таковой в численных расчетах с увеличением ξ тоже приблизительно сохраняется**. Отметим, что если для решений нелинейной стадии в качестве начального условия для b взять значение из численного расчета $b_{\text{ч.р}}(\xi_0)$, а не $b(\xi_0) = e_{10} e_{20}^* / |e_{20}| \sqrt{\xi_0}$, как в (23), (24), то их отличие (это, главным образом, касается глубины модуляции поля e_2) от численных решений станет малым. Итак, для этого следует правые части выражений (23) домножить на $b_{\text{ч.р}}(\xi_0) |e_{20}| \sqrt{\xi_0} / e_{10} e_{20}^*$ и соответственно в (24) модуль этого множителя в квадрате поставить перед знаком \sin . Непосредственным сравнением с численными счетами мож-

* Отношение величины $\xi_{0 \text{ теор}}$ к таковой в численном расчете слабо меняется от 0,7 при $|e_{20}/e_{10}| = 0,1$ до 0,95 при $|e_{20}/e_{10}| = 10^{-8}$. При необходимости ξ_0 можно определить достаточно точно, считая (в первом приближении) связь между амплитудами e_2, b вплоть до этой точки такой же, как на линейной стадии ($|b| \approx |e_2|/\sqrt{\xi}$), и интегрируя, таким образом, лишь одно уравнение для $de_2/d\xi$ в (19) ($|e_1|^2 = J - |e_2|^2$) до значения $|e_2| = \sqrt{J}$. Аналогично можно найти ξ_0 и в задаче о ВТР (разд. 1). В результате такой аппроксимации определяются также и сами зависимости амплитуд волн в указанном интервале ξ .

** Оно составляет, в частности, 2 при $|e_{20}/e_{10}| = 0,1$; 1,54 при $|e_{20}/e_{10}| = 10^{-2}$; 1,27 при $|e_{20}/e_{10}| = 10^{-4}$; 1,15 при $|e_{20}/e_{10}| = 10^{-8}$.

но увидеть, что указанный множитель весьма близок к значению $(1+1/2|e_{10}|/\sqrt{\xi_0})^{-1} (2|e_{10}|/\sqrt{\xi_0} \gg 1)$.

В заключение отметим следующее. Если в системе (18) рассматривать действительные решения, то заменой $\eta(t, x) = \int_0^x n(t, x') dx'$ первые

два уравнения в ней сводятся к уравнениям линейного осциллятора. Подставляя их решения в уравнение для $\partial n/\partial t$ в (18), приходим к нелинейному уравнению \sin -Гордона для функции u

$$\partial^2 u/\partial t \partial x = J \sin u, \quad (25)$$

причем u при $e_{20}/e_{10} \ll 1$ связана с η простым соотношением $u = 2\eta + 2e_{20}/e_{10}$. Таким образом, мы одновременно указали на другую, по-видимому, более простую возможность построения приближенного автомодельного решения уравнения (25) [9-11]. Исползованному выше приближенному интегралу $|e_2| \approx |e_{10}|$ отвечает для уравнения \sin -Гордона условие $u \approx \pi$ (формируется так называемый π -импульс), вблизи которого уравнение (25) линеаризуется (на рис. 2 зависимости для b непосредственно дают автомодельное решение уравнения \sin -Гордона).

Итак, приведенные выше решения задачи нестационарного попутного ВР* показывают, что при сравнительно небольших значениях ξ амплитуда стоксовой волны достигает своей максимальной величины, а затем процесс насыщения нелинейности носит осцилляторный характер. Такой характер энергообмена волн должен накладывать отпечаток на конкурирующий с попутным процесс обратного рассеяния, а также на процессы самовоздействия световых пучков.

Авторы выражают благодарность Г. А. Пасманику и К. А. Горшкову за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев М. В., Венедиктов В. Ю., Лещев А. А. и др. — ЖТФ, 1983, 53, с. 1979.
2. Грозный А. В., Духовный А. М., Лещев А. А., Сидорович В. Г., Стаселько Д. И. В кн.: Оптическая голография. — Л.: Наука, 1979, с. 92.
3. Зельдович Б. Я., Лернер П. Б. — Квантовая электроника, 1983, 10, с. 1764.
4. Ким А. В., Лещев А. А., Хазанов И. В. — Изв. вузов — Радиопизика, 1985, 28, № 5, с. 614.
5. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. — М.: Наука, 1976, с. 399; 402; 511.
6. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. Формулы, графики, таблицы. — М.: Наука, 1977, с. 262.
7. Гильденбург В. Б., Ким А. В., Хазанов И. В. — Физика плазмы, 1983, 9, с. 1303.
8. Каган В. Д., Погорельский Ю. В. — ЖЭТФ, 1983, 84, с. 1319.
9. Лэм Дж. Л. Введение в теорию солитонов. — М.: Мир, 1983, с. 162, 218.
10. Манаков С. В. — ЖЭТФ, 1982, 83, с. 68.
11. Габитов И. Р., Захаров В. Е., Михайлов А. В. — ЖЭТФ, 1984, 86, с. 1204.
12. Баренблатт Г. И. Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. — Л.: Гидрометеониздат, 1982, с. 121.

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
29 мая 1985 г.

ON SELF-SIMILAR SOLUTIONS OF THE NONLINEAR PROBLEM OF NONSTATIONARY FOLLOWING STIMULATED SCATTERING OF LIGHT

O. L. Antipov, I. V. Khazanov

Saturation regimes of nonstationary following stimulated scattering of light with different nonlinearities (thermal, ionization or striction types) are investigated in terms of a three-wave model. Approximate analytical solutions of the nonlinear equations are found. An approximate, self-similar solution of the sine-Gordon equation can be constructed in the same way.

* Следует отметить, что в задаче попутного ВР с учетом релаксации n также удается найти автомодельную подстановку вида $n = b(\xi) \exp(-\gamma t)$, $e_{1,2} = e_{1,2}(\xi) \times \exp(-\gamma t/2)$, где $\gamma = 1/\tau_p$, $\xi = \tau_p x \exp(-\gamma t)$. Это так называемое предельное автомодельное решение [12] соответствует затухающим на входе в нелинейную среду световым волнам: $e_{1,2}(t, x=0) \sim \exp(-\gamma t/2)$.