

УДК 535.31

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕПОЛЯРИЗАЦИИ КВ РАДИОВОЛН В ИОНОСФЕРЕ В КВАЗИИЗОТРОПНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

*В. Г. Токарь, Л. И. Рубинштейн, М. А. Никитин*

Построен алгоритм решения уравнения Кравцова для поляризационных параметров луча (т.е. уравнения квазиизотропного приближения) совместно с характеристической системой, определяющей траекторию луча. Для конкретных моделей ионосферы представлены результаты расчетов поляризационной структуры квазимонохроматических пакетов.

**Введение.** В обзоре [1] подробно рассмотрена проблема линейного взаимодействия волн в неоднородных анизотропных средах и подчеркнута ее важность в линейной теории колебаний и волн. При падении квазимонохроматического КВ пакета (КВ радиоволны) на слой магнитоактивной плазмы в области поляризационного вырождения происходит перераспределение энергии пакета между обыкновенной и необыкновенной волнами. По этой причине представление поля методом геометрической оптики (ГО) в виде суммы независимых обыкновенной и необыкновенной волн в указанной области несправедливо из-за их взаимодействия, обусловленного близостью волновых векторов этих волн. Для описания поля в области поляризационного вырождения предложена модификация метода ГО — квазиизотропное приближение [2]. В квазиизотропном приближении среда фактически изотропна, а анизотропия учитывается как малое возмущение, входящее в уравнения первого приближения метода ГО, т.е. справедливо представление

$$\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon \delta_{\alpha\beta} + \chi_{\alpha\beta}, \quad \epsilon \gg |\chi_{\alpha\beta}|, \quad (1)$$

где  $\epsilon$  — изотропная часть тензора электрической проницаемости,  $\chi_{\alpha\beta}$  — малая анизотропная часть. Квазиизотропное приближение справедливо как в области взаимодействия, определяемой условием  $k_0 L \Delta n \ll 1$  ( $k_0$  — волновой вектор в свободном пространстве,  $L$  — характерный масштаб изменения параметров волны и среды,  $\Delta n \sim |\chi_{\alpha\beta}|$  — разность показателей преломления волн), так и вне ее, если мала анизотропная часть тензора (1). Этот критерий используется ниже.

В данной работе реализован численный алгоритм решения уравнения квазиизотропного приближения и на его основе исследована поляризационная структура КВ пакетов для различных радиофизических условий. Одна из причин разработки алгоритма — отсутствие реализации в вычислительных программах расчета векторных параметров КВ пакетов в приложении к ионосферному распространению при использовании метода характеристик [3].

**1. Алгоритм решения уравнения поляризационных параметров в квазиизотропном приближении.** В квазиизотропном приближении анизотропную часть  $\chi_{\alpha\beta}$  находим согласно [2], полагая  $\epsilon = 1 - v$  и считая, что  $\chi_{\alpha\beta}$  имеет первый порядок малости относительно  $v$ . На высоких частотах параметры плазмы

$$v = \frac{4\pi e^2 N}{m\omega^2} \ll 1 \quad \text{и} \quad \sqrt{v} = \frac{|e| H}{m c_0 \omega} \ll 1, \quad (2)$$

где  $e, m$  — заряд и масса электрона,  $\omega$  — угловая частота пакета,  $c_0$  — скорость света в вакууме,  $N$  — концентрация электронов ионосферной плазмы,  $H$  — магнитное поле Земли.  $\hat{\chi}$  — выражается через параметры  $v$  и  $\sqrt{u}$ , тогда из условия (2) следует условие (1).

В указанном приближении поле волны в нулевом приближении поперечно и его можно представить в виде  $E = \Phi_v \mathbf{v} + \Phi_b \mathbf{b}$ , где  $\Phi_v, \Phi_b$  — комплексные амплитуды, а  $\mathbf{v}, \mathbf{b}, \mathbf{l}$  — орты естественного трехгранника ( $\mathbf{v}$  — главная нормаль,  $\mathbf{b}$  — бинормаль,  $\mathbf{l}$  — касательный), образующие правую тройку. Вводя комплексный угол  $\theta = \text{arctg}(\Phi_b/\Phi_v)$ , из системы уравнений квазиизотропного приближения Кравцова, можно получить уравнение поляризационных параметров луча для КВ пакета

$$\frac{d\theta}{dt} = g\kappa + \frac{\omega}{\eta} \left[ v \sqrt{u} \cos \alpha - \frac{i}{2} v u \sin^2 \alpha \sin 2(\theta - \psi) \right], \quad (3)$$

где  $t$  — групповое время,  $g$  — групповая скорость,  $\eta = (\partial \omega^2 e) / \omega \partial \omega$ ,  $\kappa$  — кручение луча,  $i$  — мнимая единица,  $\alpha$  — угол между  $\mathbf{l}$  и  $\mathbf{H}$ ,  $0 \leq \alpha \leq \pi$ , а  $\psi$  — угол между  $\mathbf{v}$  и плоскостью  $(\mathbf{l}, \mathbf{H})$ ,  $-\pi/2 \leq \psi \leq \pi/2$ . Уравнение (3) может быть решено независимо от амплитуд. Вещественная часть  $\theta' = \text{Re} \theta$  описывает угол между большой осью эллипса поляризации и  $\mathbf{v}$ , а мнимая  $\theta'' = \text{Im} \theta$  определяет отношение малой полуоси к большой  $d = |\text{th} \theta''|$ , т. е. деполяризацию. Член уравнения (3), пропорциональный  $\sqrt{u}$ , отвечает эффекту Фарадея, а  $u$  описывает эффект Коттона — Мутона.

Отметим, что уравнение (3) получено из системы уравнений квазиизотропного приближения Кравцова, учитывающей, в отличие от системы Баддена [4], трехмерную неоднородность среды, которая существенна в задачах ионосферного распространения. Кроме того, она допускает равномерную аппроксимацию вдоль лучей переменной кратности [5] и обобщается на случай квазимонохроматического КВ пакета для анизотропной неоднородной и нестационарной среды с пространственной и временной дисперсией [6].

Траекторные и поляризационные характеристики КВ пакета определяются решением системы уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{r}}{d(c_0 t)} &= (c_0/\omega) \mathbf{k}, & \frac{d\mathbf{k}}{d(c_0 t)} &= -\frac{1}{2} (\omega/c_0) \nabla v, \\ \frac{d\theta}{d(c_0 t)} &= \sqrt{1-v} \left\{ \kappa + \frac{1}{2} \left( \frac{\omega}{c_0} \right) \frac{v \sqrt{u}}{\sqrt{1-v}} \times \right. \\ &\times \left[ \cos \alpha - \frac{i}{2} \sqrt{u} (1 - \cos^2 \alpha) \sin 2(\theta - \psi) \right] \left. \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где первые два уравнения есть характеристическая система ГО, последнее — раскрытое уравнение (3). В системе (4)  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор точки траектории,  $\mathbf{k}$  — волновой вектор, а величина  $c_0 t$ , имеющая размерность длины, выбрана в качестве переменной интегрирования. В общем случае система (4) может быть решена численно. Опишем алгоритм численного решения.

Расчет правой части последнего уравнения (4) требует расчета естественного трехгранника, относительно которого определены углы  $\alpha, \psi, \theta$  и строится поляризационный эллипс. Орт  $\mathbf{l}$  трехгранника определяется вектором  $\mathbf{k}$ :

$$\mathbf{l} = \mathbf{k}/k, \quad (5)$$

а угол  $\alpha$  равен

$$\alpha = \text{arccos}(\mathbf{h}\mathbf{l}), \quad (6)$$

где  $\mathbf{h}$  — единичный вектор магнитного поля Земли. Из дифференциальной геометрии [7] известно, что  $\mathbf{v} = (1/K_p) (d\mathbf{l}/d\sigma)$ , где  $K_p$  — криви-

зна луча, а  $d\sigma$  — элемент длины дуги луча. Используя первые два уравнения системы (4), найдем

$$\mathbf{v} = \frac{l(l\nabla N) - \nabla N}{\sqrt{(\nabla N \nabla N) - (l\nabla N)^2}}, \quad \mathbf{b} = l \times \mathbf{v} = \frac{\nabla N \times l}{\sqrt{(\nabla N \nabla N) - (l\nabla N)^2}}. \quad (7)$$

Зная орты (5), (7), найдем угол  $\psi$ :

$$\psi = \pm \arcsin(|(\mathbf{b}\mathbf{h})|/\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}), \quad (8)$$

где знак определяется знаком произведения  $(\mathbf{b}\mathbf{h})$  ( $\mathbf{v}\mathbf{h}$ ). Если это произведение больше нуля, берется знак плюс, иначе — минус. Согласно [7] кручение определяется формулой

$$\kappa = - \frac{[\dot{\mathbf{r}} \ddot{\mathbf{r}} \ddot{\mathbf{r}}]}{|\dot{\mathbf{r}} \times \dot{\mathbf{r}}|^2} = \frac{(\nabla N \times l)(l\nabla) \nabla N}{(\nabla N \nabla N) - (l\nabla N)^2}. \quad (9)$$

Отметим, что кручение в (9) берется со знаком, как и в [2], противоположным общепринятому в дифференциальной геометрии [7]. Формулы (5) — (9) полностью определяют правую часть последнего уравнения в (4) и естественный трехгранник. До входа в ионосферу и после выхода из нее траектория представляет собой прямую линию, для которой трехгранник однозначно не определен. Для задания начального угла  $\theta_n$  и определения конечного  $\theta_k$  относительно трехгранников необходимо последний определить при входе и выходе из ионосферы. За них принимаем трехгранники, получающиеся предельным переходом из трехгранников в ионосфере. Относительно первого трехгранника задается угол  $\theta_n$ . Без потери общности, по условию, всегда задавался линейно поляризованный пакет, т. е.  $\theta_n = \theta'_n$  — вещественно.

Задав пространственное распределение электронной концентрации и выбрав магнитное поле Земли в дипольном приближении, систему (4) интегрировали методом Рунге — Кутта в декартовой системе координат с началом в центре Земли, ось  $z$  при этом проходит через Северный полюс, ось  $x$  — через нулевой меридиан. Поскольку в правой части уравнения для  $\theta$  стоит периодическая функция, то шаг интегрирования  $S = c_0 \Delta t$  должен быть в несколько раз меньше периода. Малые шаги интегрирования при методе Рунге — Кутта приводят к накоплению погрешностей округления, которые могут загрузить результат. Поэтому расчеты проводились с двойной точностью.

**2. Результаты расчетов.** Ионосфера представлялась двумя аналитическими моделями: квазипараболической [8] и многослойной [9]. Квазипараболическая модель одномерна, т. е.  $N = N(r)$ . Многослойная модель учитывает крупномасштабные ионосферные неоднородности — многослойную структуру ионосферы по высоте, переход от ночной области к дневной. Только в переходной области она двумерна, т. е.  $N = N(r, \varphi)$  зависит еще от долготы  $\varphi$ . На границах переходной области происходит «сшивание» вплоть до первых производных с ночной и дневной одномерными областями ионосферы. Вторые производные концентрации на долготных границах терпят разрыв. В переходной области кручение не равно нулю и можно оценить его вклад в поворот эллипса поляризации.

Расчеты по квазипараболической модели ионосферы проводились для вертикально поляризованного пакета ( $\theta_n = 0^\circ$ ) с частотой  $f = 20$  МГц. Были выбраны две трассы — долготная и широтная с координатами передатчика и приемника на Земле соответственно: для долготной —  $120,55^\circ \text{ E}$ ,  $54,69^\circ \text{ N}$  и  $8,97^\circ \text{ E}$ ,  $54,69^\circ \text{ N}$ , для широтной —  $0^\circ \text{ E}$ ,  $54,69^\circ \text{ N}$  и  $0^\circ \text{ E}$ ,  $20,55^\circ \text{ N}$ . Координаты приемника здесь задают азимут выхода лучей в направлении на него. Угол места лучей в обоих случаях  $\beta = 4^\circ$ . Магнитный полюс выбирался совпадающим с географическим. Величина магнитного поля на экваторе задавалась равной  $0,5 \text{ Э}$ , после чего

определялась величина магнитного момента Земли. Шаг интегрирования полагался  $S=2$  км. Поскольку квазипараболическая модель одномерна, то геометрия долготной и широтной трасс одинакова и траектории плоские, т.е.  $\kappa=0$ . В обоих случаях величина параметров  $v$  и  $\sqrt{u}$  в области распространения порядка 0,1, так что квазиизотропное приближение справедливо по условиям (1), (2). На рис. 1 показана рассчитанная зависимость деполаризации  $d$  от времени для долготной трассы. Так как переменная интегрирования  $c_0 t$ , то время выражено в километрах. Отсчет времени начинался с момента входа луча в ионосферу и продолжался до выхода из нее. Для широтной трассы картина качественно такая же, но величина деполаризации на порядок меньше. Разница объясняется тем, что в первом случае реализуется распространение, близкое к поперечному, во втором — к продольному. Действительно, мнимый член в (3), определяющий деполаризацию, содержит  $\sin \alpha$ , где  $\alpha$  — угол между  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{h}$  (6). Для долготной трассы  $\alpha \sim 90^\circ$ , широтной —  $\alpha \sim 0^\circ$ . Поскольку  $\kappa=0$ , то вращение эллипса поляризации обусловлено эффектами Фарадея и Коттона — Мутона. С учетом обоих эффектов на долготной трассе эллипс поляризации совершает порядка 9 оборотов, на широтной — порядка 23. Представляет интерес оценить вклад эффекта Коттона — Мутона в поворот эллипса, т.е. решить уравнение (3) без учета квадратичного члена по полю  $H$ , пропорционального  $u$ . В этом случае пакет остается линейно поляризованным. На рис. 2 представлен результат такого просчета на долготной трассе, сплошная кривая с учетом эффекта Коттона — Мутона, пунктирная — без учета. Большая ось эллипса совершает колебания в начале траектории, что характерно для поперечного распространения [6], а потом монотонно вращается в отрицательном направлении. Вклад эффекта Коттона — Мутона в конце траектории достигает  $\sim 170^\circ$ . Для широтной трассы ось эллипса монотонно вращается в положительном направлении, а вклад эффекта Коттона — Мутона составляет лишь  $\sim 30^\circ$ .

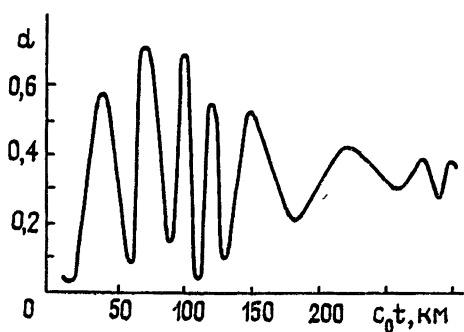


Рис. 1.

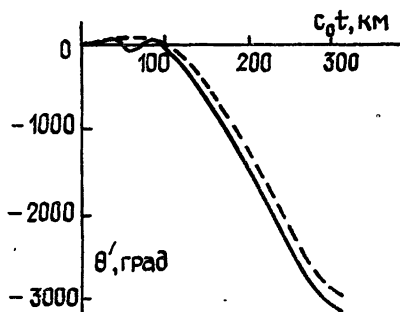


Рис. 2.

Для оценки влияния кручения  $\kappa$  на поворот эллипса поляризации, а также разрывов вторых производных электронной концентрации на схему Рунге — Кутта проводились расчеты по многослойной модели ионосферы. На рис. 3 показано качественное поведение траекторий для многослойной модели. Случаи а), б), в), г) получаем изменением частоты пакета и углов выхода луча. Нижняя горизонтальная линия соответствует границе ионосферы на высоте  $h_0=100$  км, верхняя пунктирная соответствует высоте  $h=300$  км, если луч достигает ее, считаем, что он просачивается и счет прекращается. Вертикальная линия с долготой  $\varphi_0$  указывает границу переходной области. Влево от нее — одномерная ночная ионосфера, вправо — двумерная переходная область. На границе вторые производные от  $N$  терпят разрыв. В случаях а) и б) частота пакета  $f=20$  МГц и лучи просачиваются, причем в случае а) луч проходит через границу разрыва, как и в случае в). Полу-

ченные численные решения ведут себя достаточно гладко, следовательно, в многослойной модели разрывы вторых производных малы. В случаях в) и г) частота пакета  $f=8$  МГц. Для случая в) луч проходит через границу разрыва, слева от нее  $\kappa=0$ , справа  $\kappa \neq 0$ . Координаты передатчика:  $18,97^\circ$  E,  $25,25^\circ$  N, приемника —  $45,45^\circ$  E,  $60,55^\circ$  N,  $H=0,5$  Э на экваторе,  $\beta=0^\circ$ ,  $S=2$  км. Оценка параметров  $v$  и  $\sqrt{u}$  на трассе распространения указывает на справедливость квазиизотропного приближения. Из расчетов среднее значение кручения  $\kappa \sim 10^{-3}$  1/км, что при расстоянии в 1000 км дает для  $\theta' \sim 60^\circ$ . Эта величина пренебрежимо мала по сравнению с эффектом Фарадея, поскольку эллипс поляризации совершает примерно 36 оборотов. Таким образом, на трассах средней протяженности кручением луча можно пренебречь, если конечное положение осей эллипса не представляет интереса. На рис. 4 показана зависимость деполаризации от времени для случая в). Как уже говорилось выше, деполаризация ведет себя гладко, несмотря на переход через границу разрыва  $\varphi = \varphi_0$ . Слабое влияние разрыва обусловлено и малыми значениями электронной концентрации  $N \sim 1,5 \cdot 10^2$  эл/см<sup>3</sup> на высоте  $h \sim 196$  км в районе пересечения лучом утренней границы перехода.

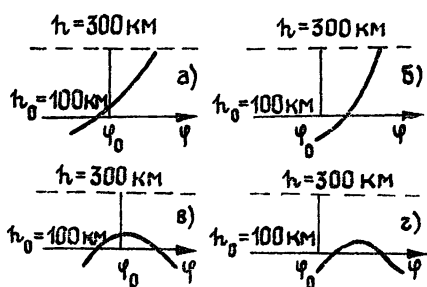


Рис. 3.

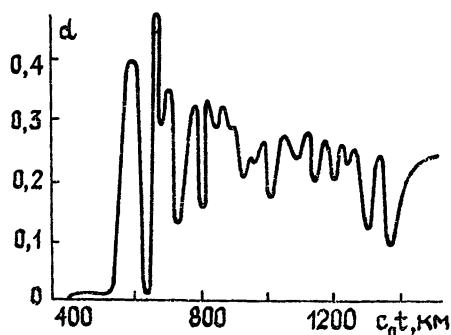


Рис. 4.

Проверка правильности численного интегрирования уравнения (3) проводилась несколькими способами. Во-первых, на высоких частотах  $u \ll \sqrt{u}$  и к уравнению (3) можно применить теорию возмущений [2], а полученные результаты сравнить с полученными прямым способом интегрирования. Во-вторых, уравнение (3) инвариантно относительно преобразования  $\theta^\circ = \theta^\circ + 90^\circ$  [10]. Взяв начальные значения  $\theta_H$  и  $\theta_H + 90^\circ$ , в результате интегрирования должны получить поляризационные эллипсы с взаимно перпендикулярными осями. В третьих, если взять плоскую трассу ( $\kappa=0$ ) в плоскости экватора, то реализуется поперечное распространение, а следовательно, при  $\theta_H=0^\circ$  и  $\theta_H=90^\circ$  результат интегрирования должен быть равен нулю. Кроме того, для плоских траекторий кручение  $\kappa=0$ , а орт  $b = \text{const}$ . Все эти проверки дали положительные результаты. Вышеуказанные проверки в большей степени говорят о правильности работы алгоритмов и программы в целом. Поэтому в [6] были получены аналитические решения уравнения (3) для однородной магнитоактивной плазмы в случае продольного и поперечного распространения. Сравнение с численными расчетами показали, что погрешности не превышают 0,3%.

В заключение отметим, что построенный алгоритм расчета поляризационных характеристик КВ пакета не зависит от моделей среды и аналитичности ее представления. Так, при численном задании модели ионосферы интерполяцию электронной концентрации можно производить сплайнами, которые сохраняют непрерывность вплоть до вторых производных.

Авторы выражают глубокую признательность Ю. А. Кравцову за обсуждение и ценные советы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Железняков В. В., Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В. — УФН, 1983, 141, вып. 2, с. 257.
2. Кравцов Ю. А. — ДАН СССР, 1968, 183, № 1, с. 74.
3. Қияновский М. П. В кн.: Ионосферные исследования. — М.: Сов. радио, 1979, № 28, с. 11.
4. Budden K. G. Radio Waves in the Ionosphere. — Cambridge: Univ. Press, 1961.
5. Найда О. Н. — Изв. вузов — Радиофизика, 1977, 20, № 3, с. 383.
6. Токаръ В. Г. Диссертация, Калининград, Гос. ун-т, 1985.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. — М.: Наука, 1977, с. 521.
8. Крофт Т. А., Хугасьян Г. — В сб.: Лучевое приближение и вопросы распространения радиоволн. — М.: Наука, 1971, с. 74.
9. Токаръ В. Г., Надежников Ю. Н., Никитин М. А. — Геоматематизм и аэрономия, 1980, 20, № 4, с. 753.
10. Найда О. Н. — Изв. вузов — Радиофизика, 1971, 14, № 12, с. 1843.

Калининградский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
20 апреля 1984 г.,  
после доработки  
30 мая 1986 г.

### THE RESEARCH OF SHORT RADIO WAVE DEPOLARIZATION IN THE IONOSPHERE IN QUASI-ISOTROPIC APPROXIMATION

*V. G. Tokar', L. I. Rubinshtein, M. A. Nikitin*

The algorithm is built for solving Kravtsov equation for polarized ray parameters (the equation of the quasi-isotropic approximation) together with the peculiar system, defining the path of the ray. The computing results of the polarization structure of the quasi-monochromatic packets are presented for actual models of the ionosphere.

---