

УДК 621.385.6 621.373

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В РЕЗОНАНСНЫХ ГЕНЕРАТОРАХ *O*-ТИПА С ВНЕШНИМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ

A. A. Шматько

Рассмотрена динамика процессов установления вынужденных колебаний в оротронном генераторе, находящемся под действием внешнего монохроматического сигнала. Проведен анализ синхронных (одночастотных) и квазипериодических (многочастотных) колебаний в двух характеристиках для резонансных генераторов режимах возбуждения: мягким и жестким. Установлены основные закономерности перехода от квазипериодических к синхронным колебаниям. Обнаружен режим импульсной генерации, которая может переходить в интенсивные стохастические колебания за счет случайного изменения фазы в момент возникновения импульса.

В нелинейных динамических системах, находящихся под действием внешних сигналов, могут наблюдаться такие явления, как регенеративное усиление, принудительная синхронизация, преобразование частоты колебаний и др. В подавляющем большинстве работ, относящихся к изучению указанных явлений, рассматриваются, в основном, режимы установившихся колебаний или исследованы отдельные фрагменты нестационарных процессов.

В данной работе проведено теоретическое исследование эволюции колебаний в неавтономной системе на основе резонансного генератора с распределенным электронно-волновым механизмом взаимодействия (оротрон, ГДИ, ладдерtron, резонансная ЛОВ) при вводе внешнего сигнала непосредственно в электродинамическую систему прибора. Предметом изучения являются амплитуда и частота вынужденных колебаний, их форма и характер установления, возможные пути перехода от одночастотных к бигармоническим и многочастотным режимам в широком интервале изменения амплитуды внешнего сигнала и расстройки частот воздействующего колебания ω и собственного колебания резонатора ω' .

Исходные уравнения. В качестве физической модели резонансного генератора *O*-типа с длительным взаимодействием выберем оротронный генератор. Внешнее колебание вводится через развязывающий узел непосредственно в резонансную систему прибора. Частота сигнала ω близка к частоте автоколебаний.

Анализ вынужденных нестационарных колебаний будем проводить на основе укороченных дифференциальных уравнений относительно безразмерной амплитуды F и фазы ψ колебаний, которые для данного класса приборов имеют вид

$$dF/d\tau = F[GS_1(F) - 1] - a_c \cos \psi; \quad (1)$$

$$d\psi/d\tau = [GS_2(F) - \Delta\omega] + (a_c/F) \sin \psi. \quad (2)$$

Здесь a_c — безразмерная амплитуда внешнего сигнала; $\Delta\omega = 2Q(\omega - \omega')/\omega'$, — относительная величина расстройки частот; $\omega' = \omega' + i\omega_r$; Q — нагруженная добротность системы; G — параметр, характеризующий положительной обратной связи в генера-

торе (параметр эффективности взаимодействия [1, 2]); $\tau = \omega' t / 2Q$ — безразмерное время; $S(F) = S_1(F) + iS_2(F)$ — средняя крутизна колебательной характеристики.

Заметим, что обширные классы механических, физических, биологических и других динамических систем могут быть сведены к выписанной системе уравнений (1), (2). Различие состоит в виде нелинейности $S(F)$, которая является интегральной характеристикой динамической системы, отражающей содержание происходящих в ней явлений [2-4].

Временная эволюция амплитуды и частоты вынужденных колебаний в значительной мере зависит от первопричины их возникновения, т. е. от выбора начальных условий для F и ψ , вида нелинейности $S(F)$, исходных параметров системы. В генераторе с периодическим внешним воздействием фаза вынужденных колебаний в устаночившемся режиме однозначно связана с фазой внешнего сигнала. Однако начальное ее значение является случайной величиной, для определения которой необходимо использовать статистические методы. Такое исследование представляет самостоятельный интерес и выходит за рамки настоящей статьи. В данной работе начальное значение фазы ψ выбиралось равным $\psi = -\pi$, что соответствует, как следует из (1), (2), следующим двум начальным значениям амплитуды при разном способе включения генератора: $F = a_0|_{\tau=0}$ или $F = F_a|_{\tau=0}$ (F_a — амплитуда колебаний автономного генератора).

Для определения нестационарных решений уравнений (1), (2) необходимо знать явную зависимость $S(F)$ от амплитуды колебаний F . В данном случае вид нелинейности находится путем решения нелинейных уравнений движения электронов в высокочастотном поле системы [2, 5]. Заметим, что аналитическое выражение для $S(F)$ удается получить лишь в наиболее простом случае (слабосигнальном приближении) при линейной зависимости фазового смещения электронов от амплитуды поля F [2, 6]. В этом случае система уравнений аналогична уравнениям лампового генератора с кубической нелинейностью, анализ нестационарных процессов в которых для изохронного режима проведен Рязиным [8, 9]. В существенно нелинейных режимах необходимо численное исследование (1), (2).

Из анализа вида нелинейности $S(F)$ на основе нелинейных уравнений движения электронов [2, 5] следует, что в генераторах орбитального типа с гауссовой структурой поля в области движения электронов $f(\xi) = A \exp[-(\xi - 0,5)^2/w^2]$ (w — полуширина пятна поля в резонаторе, $A = [\int f^2(\xi) d\xi]^{-1/2}$) могут реализовываться два качественно различных режима возбуждения автоколебаний: мягкий и жесткий. Область мягкого режима возбуждения по ускоряющему напряжению U для заданной величины рабочего тока пучка J ($G \sim J$) определяется условием самовозбуждения автоколебаний

$$1 - GS_1(F)|_{F=0} \leq 0,$$

которое в данном случае преобразуется к виду

$$(G\Phi)_{\text{пуск}} \geq (32q/w\sqrt{2\pi}) \exp[(q^2 + \Phi^2 b^2) w^2/2] \operatorname{sh}(q\Phi b w).$$

Здесь q — параметр пространственного заряда, Φb — относительный рассинхронизм между скоростью волн и скоростью электронов [2]. Как показывает дальнейший анализ, характер нестационарных процессов при мягком и жестком режиме возбуждения может существенным образом отличаться, что связано с разным видом нелинейности системы в указанных режимах.

Перейдем к анализу нестационарных решений уравнений (1), (2).

Установление амплитуды и частоты колебаний. Система уравнений (1), (2) решалась численно для двух режимов возбуждения: мягкого

й жесткого в случае малых и больших значений амплитуды внешнего сигнала a_c . Вид функций $S_1(F)$ и $S_2(F)$ изображен на рис. 1, где $S_1(F)$ (сплошные линии) для мягкого (кривые 1), а $S_2(F)$ (штриховые линии) для жесткого (кривые 2) режимов. Основные параметры [2] при расчетах выбирались следующими: $\Phi=100$, $G=8,4$, $\omega=0,25$, $\omega_p/\omega=0,01$, $\Gamma_0=0,38$, $\Phi b=-2\pi$ (кривые 1), $\Phi b=-3\pi$ (кривые 2).

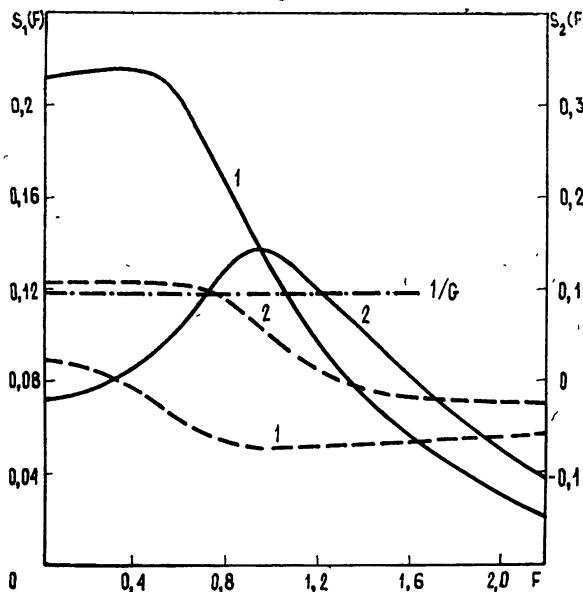


Рис. 1.

Прямая обратной связи $1/G$ определяет амплитуду автоколебания. Из представленных зависимостей можно определить максимальное значение амплитуды вынужденных колебаний F и соответствующее ей значение частоты колебаний. Это значение по F для заданной амплитуды a_c определяется графически как точка пересечения функции $S_1(F)$ с гиперболой $(1-a_c/F)/G$. Значение $a_c = a_{c,p}$, при котором гипербола $(1 \pm a_{c,p}/F)/G$ касается функции $S_1(F)$, является тем пороговым значением амплитуды внешнего сигнала a_c , при котором резонансная кривая распадается на две. При $a_c < a_{c,p}$ существует две резонансных кривых, а при $a_c > a_{c,p}$ они сливаются в одну. В жестком режиме имеется два таких значения $a_{c,p}$. Закон установления синхронных колебаний и переход от квазипериодических к синхронным зависит от того, выполнены или нет фазовые или амплитудные условия устойчивости согласно критерию Рауса—Гурвица. При переходе от квазипериодических к синхронным колебаниям на краях полосы синхронизации могут реализовываться различные комбинации между четырьмя условиями ($p \geq 0, g \geq 0$) (p — характеризует амплитудную, а g — фазовую устойчивость колебаний [2]).

Мягкий режим возбуждения. На рис. 2 представлена временная эволюция амплитуды F и частоты $d\phi/dt$ вынужденных колебаний для $a_c=0,61$ и пяти значений расстройки частот $\Delta\omega$. Кривые 1 соответствуют $\Delta\omega = -1,2$; 2 — $\Delta\omega = -1,3$; 3 — $\Delta\omega = 1,4$; 4 — $\Delta\omega = -1,5$; 5 — $\Delta\omega = -1,6$. Для этого случая переход к синхронным колебаниям сопровождается изменением фазового условия от $g < 0$ до $g \geq 0$ при $p > 0$. Как следует из анализа амплитудных и частотных зависимостей, период квазипериодических колебаний увеличивается по мере приближения к полосе синхронизма. Такая ситуация наблюдается и при вводе малых внешних сигналов по электронному потоку путем предварительной модуляции его скорости и плотности тока [10]. Заметим, что такая аналогия справедлива лишь для весьма

Малых амплитуд a_c . В синхронном режиме амплитуда и частота устанавливаются апериодически, причем амплитуда апериодического выброса больше для расстроек $\Delta\omega$, близких к краям полосы синхронизации. Ее значение равно максимальной величине амплитуды F на резонансной кривой [2]. Вне области синхронизации вид амплитудных и частотных колебаний меняется от синусоидальных (двуухчастотных) при значительном удалении от полосы синхронизации к релаксационным (многочастотным) в непосредственной близости от нее с крутым фронтом и плавным спадом. Такое изменение процесса установления колебаний при подходе к полосе синхронизации указывает на существенно нелинейный его характер и присутствие в спектре колебаний высших гармонических составляющих частоты биений. Отметим также отличие закона установления амплитуды и частоты синхронных и квазипериодических колебаний на начальном этапе от аналогичных законов установления автоколебаний [5, 11]. В данном случае скорость нарастания амплитуды вынужденных колебаний существенно больше, чем у автоколебаний.

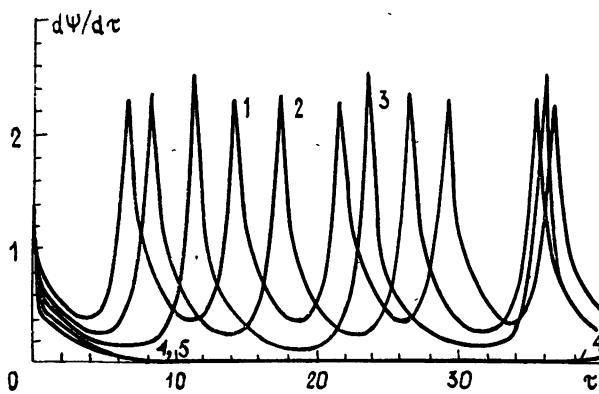
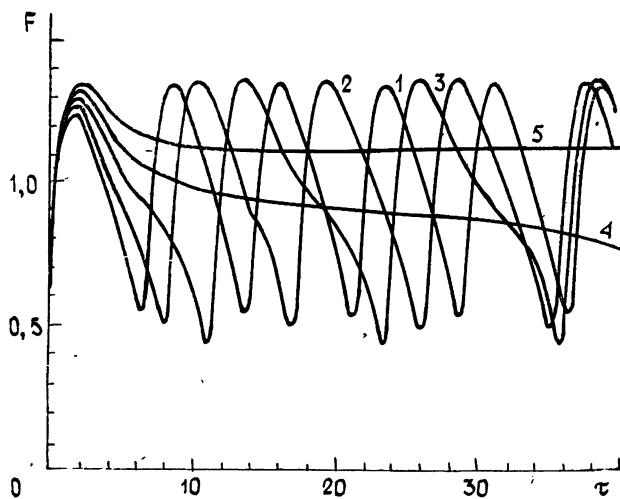


Рис. 2.

Анализ временных зависимостей частоты $d\phi/dt$ показывает, что по мере приближения $\Delta\omega$ к полосе синхронизации минимальное значение мгновенной частоты подтягивается к частоте синхронизации с одновременным увеличением периода биений. Принудительная синхронизация наступает в тот момент времени, когда мгновенное значение частоты $d\phi/dt + \omega$ равно частоте синхронизации. Переход в режим синхронизации сопровождается подтягиванием всех спектральных со-

ставляющих к частоте синхронизации [7–9, 12]. Заметим, что при малых a_c биения амплитуды и частоты сдвинуты по фазе на $\pi/2$.

Другая ситуация наблюдается для случая, когда область устойчивых (неустойчивых) состояний равновесия F и ψ определена в основном амплитудной устойчивостью $p > 0$ (неустойчивостью $p < 0$). На рис. 3 изображены F и $d\psi/d\tau$ для значения $a_c = 0,61$. Здесь кривые 1 соответствуют расстройке $\Delta\omega = 0$; 2— $\Delta\omega = 0,1$; 3— $\Delta\omega = 0,2$; 4— $\Delta\omega = 0,3$; 5— $\Delta\omega = 0,4$. Переход в синхронный режим сопровождается затуханием амплитуды квазипериодических колебаний. Тип особой точки при этом—устойчивый фокус, для которого характерно осцилляторное движение динамической системы к устойчивому состоянию равновесия. Имеет место «тушение» амплитуд спектра вынужденных колебаний до нуля [7–9, 12, 13].

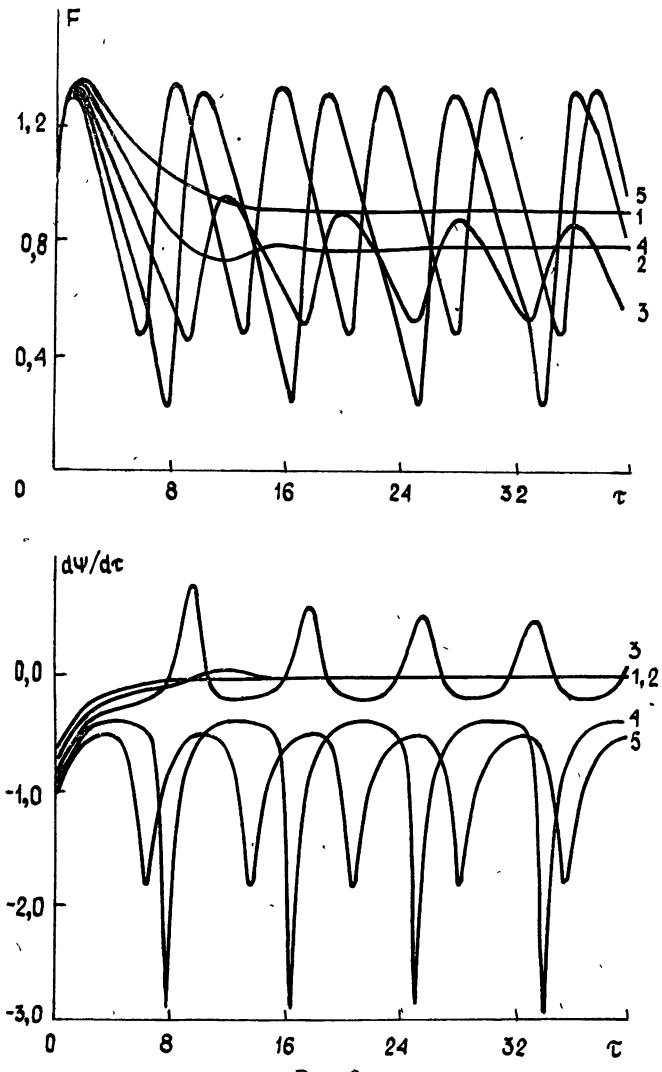


Рис. 3.

Отметим еще одну особенность установления колебаний при больших a_c в случае, когда в области существования квазипериодических колебаний выполнено фазовое условие устойчивости $g > 0$ и нарушено амплитудное $p < 0$. Для каждой величины a_c существует такое значение расстройки $\Delta\omega$, близко расположенное к полосе синхронизации, при которой амплитуда колебаний F может быть равной нулю. Колебания срываются. Наблюдается прерывистая (импульсная) генерация вынужденных колебаний. Форма огибающей колебаний указывает на

Многочастотный их характер. Закон изменения частоты от времени подтверждает это. Существует узкая область на временном интервале τ , в которой мгновенная частота имеет резкий всплеск. Кроме этого наблюдается неустойчивое поведение частоты. Действительно, при изменении величины расстройки $\Delta\omega$ в окрестности значения $\Delta\omega$, при котором $F=0$, закон установления частоты диаметрально противоположный. Резкий максимум сменяется на глубокий минимум. Такое неустойчивое поведение частотной зависимости при незначительном изменении $\Delta\omega$ может приводить на практике к интенсивным стохастическим колебаниям, поскольку начальное значение фазы ψ в момент срыва колебаний $F=0$ — случайная величина. При изменении начального значения для $F=F_a$ закономерности установления колебаний сохраняются. Изменяется лишь время переходного процесса. С увеличением F_a его величина уменьшается.

Жесткий режим возбуждения. Из анализа амплитудных резонансных кривых для этого режима обнаруживаются две области существования синхронных колебаний. Меньшим из двух значений F соответствует случай регенеративного усиления, а большим — принудительная синхронизация [14]. Заметим, что по виду крутизна амплитудной колебательной характеристики $S_1(F)$ (рис. 1) близка к закону, описываемому полиномом четвертой степени по F [15–17]. В отличие от мягкого режима существует еще одно неустойчивое значение амплитуды F , определяемое точкой пересечения прямой $1/G$ и функцией $S_1(F)$, которое играет важную роль в процессе установления колебания и перехода динамической системы из одного устойчивого состояния в другое. Действительно, как показывает анализ нестационарных решений системы уравнений (1), (2), установление синхронных колебаний не всегда наблюдается в пространстве параметров F , $\Delta\omega$, соответствующих устойчивым состояниям равновесия. Происходит асинхронное возбуждение автоколебаний [7]. В системе возбуждаются интенсивные колебания на частоте автономного генератора и слабые вынужденные колебания на частоте внешнего сигнала. Такая особенность жесткого режима проявлялась и в ламповом генераторе [17]. Один из таких случаев иллюстрируется на рис. 4, на котором представлены законы изменения амплитуды F и частоты $d\psi/d\tau$ от времени для $a_c=0,21$ и различных расстроек $\Delta\omega$. Отмеченный выше характер установления колебаний соответствует $\Delta\omega=1,38$ — кривые 1. Для других зависимостей F и $d\psi/d\tau$ значения расстройки частот выбирались следующими: кривые 2 — $\Delta\omega=0,25$; 3 — $\Delta\omega=0,42$; 4 — $\Delta\omega=1,40$; 5 — $\Delta\omega=0,53$. При детальном анализе численных результатов обнаружено, что асинхронное возбуждение колебаний (кривые 1) связано с максимальной величиной амплитуды в переходном режиме. Если это значение превосходит неустойчивые значения F (точки пересечения $1/F$ и $(1 \pm a_c/F)/G$ с крутизной амплитудной колебательной характеристикой $S_1(F)$), то в генераторе устанавливаются квазипериодические колебания. С увеличением a_c область асинхронного возбуждения колебаний по $\Delta\omega$ расширяется. При обратной ситуации устанавливаются синхронные колебания (кривые 4). Закон установления колебания может быть как апериодическим (кривые 2), так и осцилляторным (кривые 4). Заметим, что эти закономерности соблюдаются в одной и другой полосе устойчивых положений равновесия $p>0$, $g>0$ системы уравнений (1), (2). Апериодическому характеру установления соответствуют особые точки типа устойчивых узлов, а осцилляторному — устойчивых фокусов. Длительность переходного процесса при установлении синхронных колебаний существенно возрастает при подходе к краям полосы синхронизаций. На рис. 4 также показаны зависимости F и $d\psi/d\tau$ для случая, когда наблюдается прерывистая генерация (кривые 5), — явление, имевшее место и при мягком режиме возбуждения. Амплитуда колебаний в этом случае изменяется до нуля. Как видно из рис. 4, такое явление может происходить как при квазипериодических (кривые 5), так и синхронных колебаниях (кривые 4). Срыв амплитуды

колебаний до нуля сопровождается характерным всплеском или провалом на частотной зависимости (кривые 3, 4, 5 для $d\psi/d\tau$). Характерный резкий всплеск или провал на частотной зависимости $d\psi/d\tau$ при близких, но разных значениях $\Delta\omega$ указывает на неустойчивость колебаний в окрестности выбранных значений $\Delta\omega$ для соответствующих a_c .

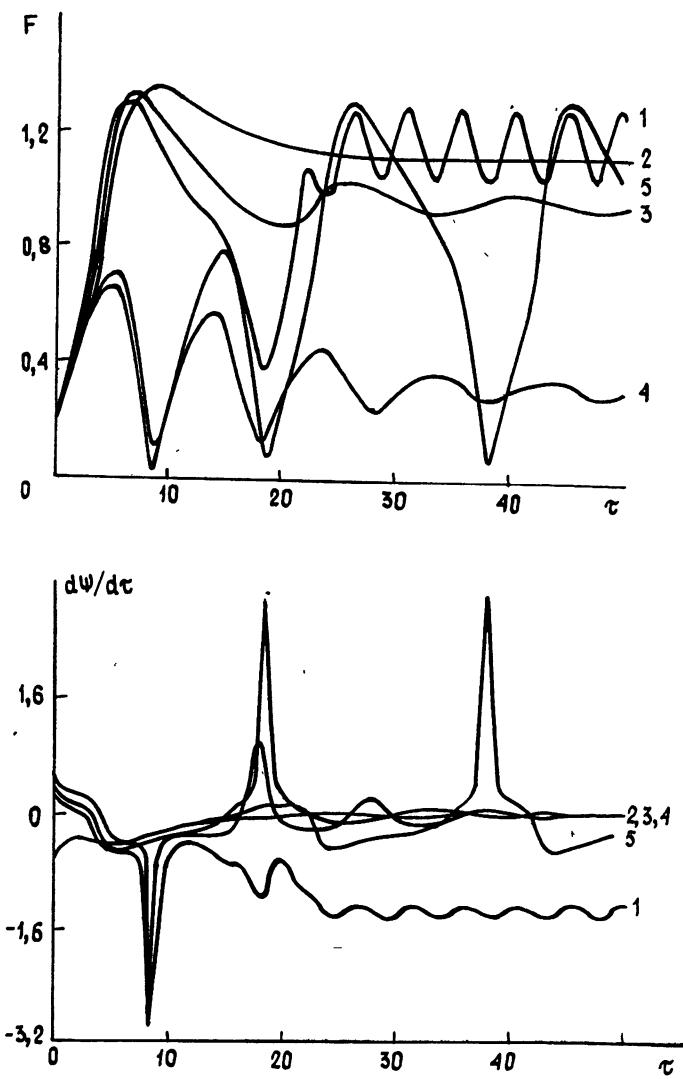


Рис. 4.

Аналогичные зависимости наблюдаются и при другом начальном значении $F=F_a$. Отличие в поведении динамической системы от рассмотренного выше случая (рис. 4) состоит в том, что состояния равновесия, соответствующие нижним устойчивым ветвям резонансных кривых ($p>0$), не реализуются. При этом устанавливаются квазипериодические колебания. Это и понятно, так как начальное значение $F=F_a$ превосходит все возможные неустойчивые F . В результате в системе для этих значений $\Delta\omega$ происходит асинхронное возбуждение колебаний. Другие закономерности сохраняются. Заметим, что в этом случае законы установления синхронных колебаний имеют такую же природу, как и в случае мягкого режима возбуждения. Здесь также возможны два механизма перехода от квазигармонических к синхронным колебаниям: увеличение периода биений до бесконечности и тушение амплитуд спектра колебаний до нуля.

Наличие импульсной прерывистой генерации в рассмотренных системах — явление новое и, очевидно, характерное для большинства резонансных генераторов с внешним возбуждением. Более того, как показывает численный анализ, это явление наблюдается в системе с мягким и жестким возбуждением при различных значениях амплитуды внешнего возмущения a_c . На рис. 5 представлены зависимости амплитуды и частоты таких колебаний от времени для жесткого режима возбуждения и разных значений амплитуды внешнего сигнала a_c . Здесь

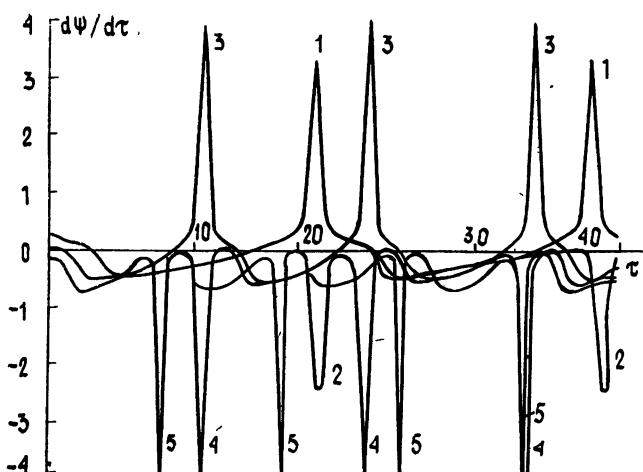
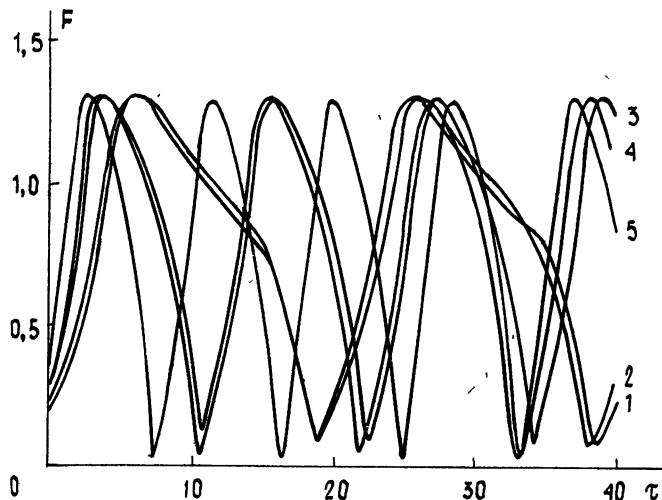


Рис. 5.

кривые 1—5 рассчитаны соответственно при следующих значениях $\Delta\omega$ и a_c : 1— $\Delta\omega=0,53$; 2— $\Delta\omega=0,55$; 1—2— $a_c=0,21$; 3— $\Delta\omega=0,73$; 4— $\Delta\omega=0,77$; 3—4— $a_c=0,31$; 5— $\Delta\omega=0,94$; $a_c=0,41$. Из рис. 5 следует, что частота следования (частота биений) импульсных колебаний увеличивается с ростом амплитуды a_c . Форма импульса при этом сохраняется. При сравнении формы импульса в мягком и жестком режимах возбуждения обнаруживается следующее. В жестком режиме фронт импульса имеет вогнутую форму, а в мягком — выпуклую, что связано с природой их возникновения. Так, при жестком режиме возбуждения появление прерывистой генерации связано с асинхронным возбуждением, отсюда и такая форма фронта колебаний [7]. Отметим также тот

факт, что в жестком режиме амплитуда колебаний больше, чем в мягком режиме. Ситуация характерна и для автоколебаний [5]. Явление прерывистой генерации, очевидно, может сопровождаться стохастическими колебаниями. Действительно, в момент возникновения нового импульса амплитуда колебаний равна нулю, а начальное значение фазы — случайная величина с равномерным распределением на интервале $\psi \in [0, 2\pi]$, что может приводить к одному из двух возможных законов установления частоты на интервале длительности импульса. В результате это может приводить к размытию линий дискретного многочастотного спектра и, как следствие, переходу к сплошному спектру. Изменение расстройки в сторону области синхронизации изменяет эту ситуацию. Колебания снова становятся релаксационными, которые при дальнейшем изменении $\Delta\omega$ переходят к синхронным.

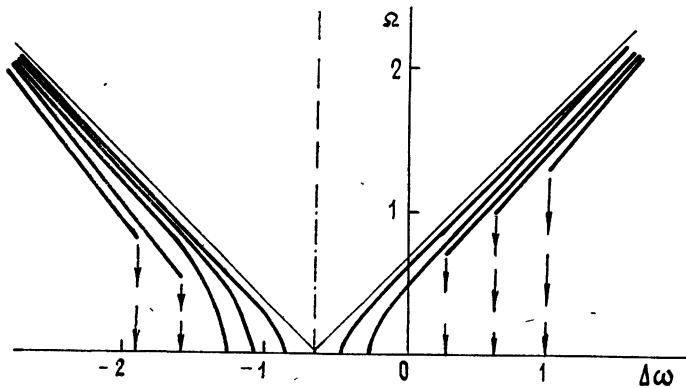


Рис. 6.

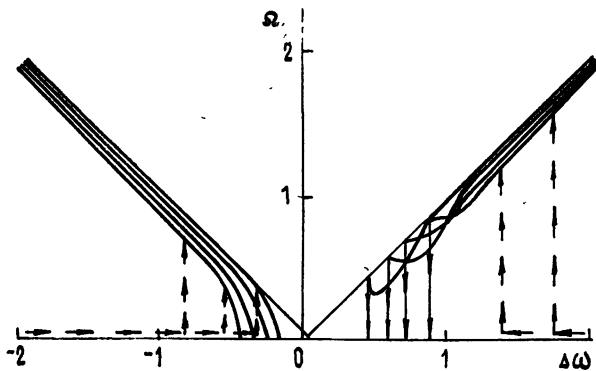


Рис. 7.

При анализе перехода от квазигармонических к синхронным колебаниям обнаружилось два пути изменения частоты биений Ω в зависимости от расстройки частот $\Delta\omega$: плавный и скачкообразный. На рис. 6, 7 изображены эти зависимости для мягкого и жесткого режимов при различных значениях a_c . Амплитуды внешнего сигнала a_c выбирались следующими: 0,21; 0,41; 0,61; 0,81; 1,01 (мягкий режим) и 0,11; 0,21; 0,31; 0,41; 0,51 (жесткий режим). С ростом a_c полоса синхронизации возрастает. Сплошные линии соответствуют начальному значению $F = a_c$, а штриховые — $F = F_a$. Плавное уменьшение частоты биений до нуля соответствует тем участкам резонансных кривых, для которых выполняется амплитудное условие устойчивости $p > 0$, при этом g изменяется от $g < 0$ до $g \geq 0$ на границе области синхронизации. Скачкообразное изменение частоты биений Ω характерно для случая, при котором удовлетворяется фазовое условие устойчивости $g > 0$, а p изменяется от $p < 0$ до $p > 0$ при переходе в синхронный режим.

Проведенные исследования показали многообразие нестационарных колебаний в генераторе O -типа с внешним гармоническим возбужде-

нием, спектр которых в зависимости от параметров динамической системы может быть как одночастотным (синхронные колебания — режим регенеративного усиления и принудительной синхронизации), так и многочастотным (квазигармонические колебания — режим преобразования частоты, прерывистая импульсная генерация).

Доказано, что переход от квазипериодических колебаний к синхронным в приборах орotronного типа при плавном изменении расстройки частот $\Delta\omega$ может происходить двояко: плавно и скачкообразно. При жестком режиме возможен случай срыва синхронизации и переход к квазипериодическим колебаниям, который связан с предельным значением амплитуды переходного процесса.

Отмеченные общие особенности установления колебаний при мягком и жестком режимах возбуждения характерны и для других динамических систем, описываемых исходными нестационарными уравнениями, и могут быть полезны при практическом их использовании.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ваврик Д. М., Третьяков О. А., Шматъко А. А. Препринт ФТИИТ АН УССР.—Харьков, 1978.
2. Шматъко А. А. — Радиотехника и электроника, 1985, 30, № 4, с. 761.
3. Ергаков В. С., Моисеев М. А., Хижняк В. И. — Радиотехника и электроника, 1978, 23, № 12, с. 1591.
4. Хохлов Р. В. — Радиотехника и электроника, 1958, 3, № 4, с. 566.
5. Ваврик Д. М., Третьяков О. А., Шматъко А. А. — Радиотехника и электроника, 1984, 29, № 8, с. 1580.
6. Ефимова А. М., Шматъко А. А. — Сб.: Радиотехника.—Харьков: Гос. ун-т, 1985, вып. 73, с. 58.
7. Мандельштам Л. И. Полное собрание трудов.—М.: АН СССР, 1950, т. 3.
8. Рязин П. А.—ЖТФ, 1935, 5, № 1, с. 38.
9. Рязин П. А.—ЖТФ, 1935, 5, № 10, с. 1810.
10. Ваврик Д. М., Третьяков О. А.—Изв. вузов—Радиофизика, 1984, 27, № 2, с. 238.
11. Ваврик Д. М., Третьяков О. А., Шматъко А. А.—Сб.: Радиотехника.—Харьков: Гос. ун-т, 1983, вып 53, с. 80.
12. Ланда П. С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы.—М: Наука, 1980.
13. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний.—М: Наука, 1981.
14. Шматъко А. А.—ДАН УССР, 1985, сер. А, № 8, с. 51.
15. Королев В. И., Постников Л. В.—Изв. вузов—Радиофизика, 1969, 12, № 3, с. 406.
16. Королев В. И.—Изв. вузов—Радиофизика, 1972, 15, № 10, с. 1527.
17. Секерская Е. Н.—ЖТФ, 1935, 5, № 2, с. 253.

Харьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
28 февраля 1986 г.,
после переработки
3 июля 1986 г.

NONSTATIONARY OSCILLATIONS IN RESONANT O-TYPE GENERATORS WITH OUTSIDE EXCITATION

A. A. Shmat'ko

The nonstationary processes are investigated in O-type resonant generators with monochromatic outside signal. The analysis of synchronous (monochromatic) and quasi-periodic (multi-frequency) oscillations is carried out. Impulse generation is found out which may be transformed into stochastic oscillations due to the occasional phase fluctuations.