

УДК 621.378.325

## ОБ УСТОЙЧИВОСТИ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ СВЕТОВЫМ ПУЧКОМ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ТЕПЛОВОМ САМОВОЗДЕЙСТВИИ В ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЕ

*К. Д. Егоров*

Исследуется механизм потери устойчивости при адаптивной фокусировке светового пучка в случае ветровой рефракции. В рамках безаберрационного приближения рассмотрена динамика параметров пучка при управлении с помощью адаптивных систем, обладающих различным быстродействием.

Задача адаптивного управления при нелинейном распространении светового пучка в движущейся атмосфере предполагает непрерывную оптимизацию его параметров в условиях изменения характеристик среды. Если временные масштабы таких изменений сравнимы с характерным временем установления тепловой линзы на трассе, управление совершается в существенно нестационарных условиях распространения. Аналогичная ситуация имеет место и в регулярной среде в том случае, когда управление пучком осуществляется непосредственно с начала импульса. При этом возникают естественные вопросы об устойчивости процесса управления и о требуемом быстродействии адаптивной системы. Работы [1, 2], где затрагиваются эти проблемы, дают основания предполагать возможность возникновения осцилляций оптимизируемого в плоскости наблюдения критерия. Осцилляции, возникающие при адаптивном управлении световым пучком, условно можно разделить на два типа. 1) Скачки критерия при переходе от одной итерации к другой в процессе поиска оптимума [1]. Такие скачки могут быть обусловлены несовершенством алгоритма оптимизации, наличием у критерия нескольких экстремумов и т. п. Они возникают при управлении как в нестационарных, так и в стационарных условиях. 2) Наряду с этим причиной осцилляций являются физические особенности объекта управления, в частности, динамические характеристики процесса установления температурного и светового полей. Существование обратной связи в замкнутой системе с инерционной нелинейностью может быть неустранимым фактором, ограничивающим устойчивость. Исследованию механизма возникновения такой неустойчивости посвящена настоящая работа.

1. При тепловом самовоздействии наибольший вклад в ухудшение энергетических характеристик пучка вносят низшие aberrации — его дефокусировка и смещение от начальной оси. Поэтому управление только с помощью изменения радиусов кривизны и наклона волнового фронта пучка на излучающей апертуре уже позволяет значительно улучшить его характеристики в плоскости наблюдения [3, 4]. С другой стороны, эти же параметры используются при исследовании нелинейного распространения пучка в безаберрационном приближении. Ранее такое приближение применялось для анализа стационарного теплового самовоздействия в движущейся среде [5], а также исследования возможностей управления [4] в таких условиях. При всей ограниченности своего применения оно достаточно хорошо отражает качественную кар-

тию наблюдаемых эффектов, значительно упрощая численный анализ задачи.

Применим безаберрационное приосевое приближение для исследования проблемы устойчивости адаптивного управления в условиях нестационарного теплового самовоздействия. В безразмерных переменных, нормированных стандартным образом,

$$x = a_0 x', \quad y = a_0 y', \quad z = k a_0^2 z', \quad t = \tau_V t',$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}' \sqrt{\frac{8\pi}{cn_0} I_0}, \quad T = \left( \frac{2k^2 a_0^2}{n_0} \frac{\partial n}{\partial T} \right)^{-1} T',$$

где  $I_0$ ,  $a_0$  — интенсивность и радиус пучка,  $\tau_V = a_0/V$  — конвективное время, поток  $V$  направлен вдоль оси  $0X$ , уравнения, описывающие нестационарное самовоздействие [6], имеют вид (штрихи опущены)

$$2i(\partial \mathcal{E}/\partial z) = \Delta_{\perp} \mathcal{E} + T \mathcal{E}; \quad (1)$$

$$\partial T/\partial t + \partial T/\partial x = R \mathcal{E} \mathcal{E}^*, \quad (2)$$

где

$$R = \frac{2k^2 a_0^2 \alpha I_0 \tau_V}{n_0 c_p \rho} \frac{\partial n}{\partial T} \leq 0,$$

$n_0$ ,  $\alpha$ ,  $\partial n/\partial T$ ,  $c_p$ ,  $\rho$  — оптические и теплофизические характеристики среды.

Будем искать решение в виде пучка гауссова профиля с переменными ширинами  $a(z, t)$ ,  $b(z, t)$ , смещением центра  $x_c(z, t)$ , кривизнами  $S_x(z, t)$ ,  $S_y(z, t)$  и наклоном  $\Psi(z, t)$  волнового фронта:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(x, y, z, t) = \frac{1}{Vab} \exp \left[ -\frac{(x - x_c)^2}{2a^2} - \frac{y^2}{2b^2} - \frac{i}{2} (S_x(x - x_c)^2 + \right. \\ \left. + S_y y^2 + \Psi(x - x_c) + \Psi) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

На излучающей апертуре

$$a(0, t) = 1, \quad b(0, t) = 1, \quad x_c(0, t) = 0,$$

а фазовый фронт, определяемый  $S_x(0, t)$ ,  $S_y(0, t)$ ,  $\Psi(0, t)$ , может изменяться во времени согласно выбранному алгоритму управления. Решение (3) удовлетворяет системе (1), (2) при  $R=0$ . В случае теплового источника  $R \mathcal{E} \mathcal{E}^*$  гауссова профиля аналитическое решение уравнения (2) может быть записано как

$$T(x, y, z, t) = R \int_0^t \frac{d\varepsilon}{a(z, \varepsilon) b(z, \varepsilon)} \exp \left[ -\frac{(x - t + \varepsilon - x_c(z, \varepsilon))^2}{a^2(z, \varepsilon)} - \frac{y^2}{b^2(z, \varepsilon)} \right]. \quad (4)$$

Подставив (3), (4) в (1) и раскладывая (4) в ряд до квадратичных членов, т. е. ограничиваясь приосевой областью, получим систему из семи уравнений, среди которых для последующего анализа необходимы следующие три:

$$\frac{\partial^2 a(z, t)}{\partial z^2} = \frac{1}{a^3(z, t)} + F_a(z, t), \quad \frac{da(0, t)}{dz} = -S_x(0, t); \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 b(z, t)}{\partial z^2} = \frac{1}{b^3(z, t)} + F_b(z, t), \quad \frac{db(0, t)}{dz} = -S_y(0, t); \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 x_c(z, t)}{\partial z^2} = F_x(z, t), \quad \frac{dx_c(0, t)}{dz} = -\frac{\Psi}{2}(0, t). \quad (7)$$

Здесь  $F$  — дефокусирующие и отклоняющие «силы», описывающие влияние нелинейных эффектов:

$$F_a(z, t) = -Ra(z, t) \int_0^t \frac{1 - 2(x_c(z, t) - x_c(z, \varepsilon) - t + \varepsilon)/a^2(z, \varepsilon)}{a^3(z, \varepsilon) b(z, \varepsilon)} \times \\ \times D(z, \varepsilon, t) d\varepsilon; \quad (8)$$

$$F_b(z, t) = -Rb(z, t) \int_0^t \frac{D(z, \varepsilon, t) d\varepsilon}{a(z, \varepsilon) b^3(z, \varepsilon)}; \quad (9)$$

$$F_x(z, t) = R \int_0^t \frac{x_c(z, t) - x_c(z, \varepsilon) - t + \varepsilon}{a^3(z, \varepsilon) b(z, \varepsilon)} D(z, \varepsilon, t) d\varepsilon, \quad (10)$$

$$D(z, \varepsilon, t) = \exp \left( -\frac{(x_c(z, t) - x_c(z, \varepsilon) - t + \varepsilon)^2}{a^2(z, \varepsilon)} \right).$$

Уравнения (5) — (7) решались численно при заданных начальных условиях. В случае отсутствия управления  $S_x(0, t) = 1/R_f$ ,  $S_y(0, t) = (1/R_f)$ ,  $\Psi(0, t) = 0$  типичная зависимость пиковой интенсивности  $I_m = a^{-1}b^{-1}$  от времени в плоскости наблюдения  $z_0 = R_f = 0,5$  приведена на рис. 1. Качественно изменение пиковой интенсивности близко к полученному в [6] с помощью более точных сеточных методов, что дает основание сделать положительное заключение о применимости приосевого приближения.

2. Рассмотрим подробнее причины немонотонного изменения пиковой интенсивности во времени. На рис. 2а приведена зависимость «сил»  $F_a(t)$ ,  $F_b(t)$  при заданном законе изменения во времени размеров пучка  $b(t) = 1$ ,  $a(t) = 1 + \beta t$ , вычисленная согласно (8), (9). Для неизменных размеров пучка ( $\beta = 0$ )  $F_a \rightarrow 0$ ,  $F_b \rightarrow \text{const}$ , и при  $t \geq 2$  дефокусирующие силы достигают стационарных значений. Если  $\beta < 0$ , т. е. пучок сжимается во времени, то нелинейные эффекты возрастают и дефокусировка увеличивается с ростом  $t$ . Противоположный случай имеет место при  $\beta > 0$ . Дефокусировка в направлении  $OY$ , поперечном потоку при  $t \geq 1/2$ , начинает убывать, а в направлении  $OX$  вдоль потока сменяется фокусировкой. Это явление обусловлено тем, что температурное поле, создаваемое пучком, смещается вдоль потока и в случае уменьшения интенсивности с ростом  $t$  в области оси пучка приобретает кривизну, вызывающую фокусировку.

Следует отметить, что в силу (5), (6) эти особенности скажутся на характеристиках пучка в точке  $z$ , удаленной на некоторое расстояние от плоскости, где имеет место рассмотренное изменение во времени. Расширяющийся вдоль оси  $OX$  с ростом  $t$  пучок на некотором расстоянии  $z$  с запаздыванием  $\Delta t \sim 1/2$  будет вести себя противополож-

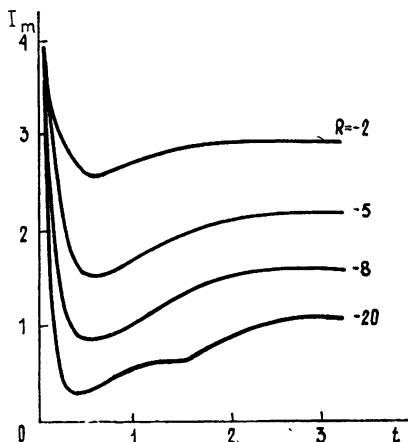


Рис. 1.

ным образом, и вдоль трассы будет наблюдаться сложная, осциллирующая в пространстве и времени картина.

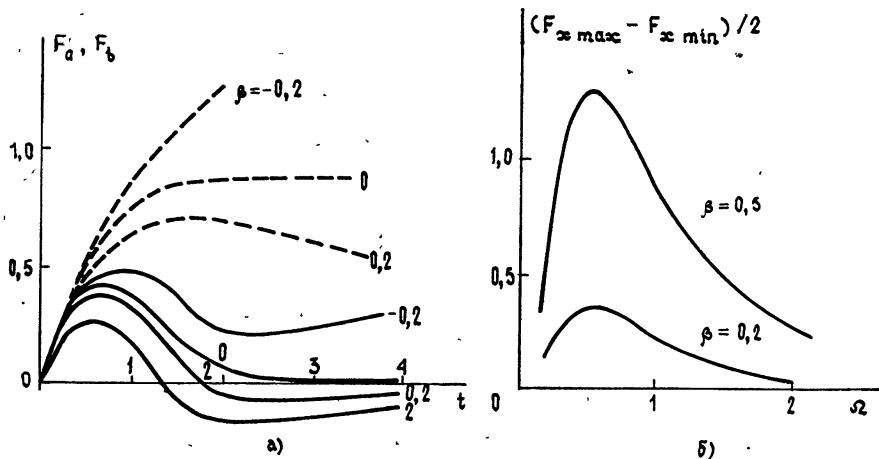


Рис. 2.

Гармоническое изменение ширины  $a(t) = 1 + \beta \sin \Omega t$  вызывает изменение  $F_a$  периодического характера. На рис. 2б приведена зависимость амплитуды осцилляций от частоты  $\Omega$ . Видно, что она носит резонансный характер, достигая экстремума вблизи  $\Omega_p = 0,5$ . Отсюда можно сделать вывод, что при замыкании обратной связи, которая возникает при включении управления, созданная система будет иметь тенденции к самовозбуждению с периодом  $T_p$ , близким к удвоенному конвективному времени  $\tau_V$ .

3. Рассмотрим распространение пучка в условиях нестационарного теплового самовоздействия при адаптивном управлении методом апертурного зондирования. Пусть цикл управления осуществляется за достаточно малое время  $t_i \ll 1$ , т. е. система обладает практически бесконечным быстродействием. В этом случае оптимум избранного критерия достигается в каждый момент времени, его величина определяется предысторией процесса, но не зависит от избранного алгоритма поиска. При конкретном численном анализе поиск осуществляется методом «восхождения на холм» [3, 7] на каждом шаге вычислительной процедуры. В качестве критерия выбиралась пиковая интенсивность пучка  $I_m = a^{-1}b^{-1}$ , умноженная на функцию «штрафа», связанную с отклонением пучка от начальной оси,  $J_1(t) = ((0,05 - x_c^2)ab)^{-1}$ . Зависимость пиковой интенсивности от времени в точке наблюдения  $z_0 = 0,5$  приведена на рис. 3, а критерия  $J_1$  — на рис. 4 при различных значениях параметра нелинейности  $R$ . Видно, что начиная с  $R \leq -8$  возникают незатухающие осцилляции интенсивности и критерия. Подтверждением их возникновения за счет фокусировки пучка в направлении потока служит то, что их частота близка к  $\Omega_p = 0,5$ . Отключение управления по каналу  $S_x$  приводит к устранению неустойчивости с одновременным проигрышем в достигаемом значении критерия  $J_1$  (кривая 2, рис. 4). При фиксации  $S_y = 2$  и управлении только по  $|S_x|$  и  $\Psi$  осциллирующий характер изменения критерия сохраняется (кривая 3), но порог самовозбуждения возрастает и система теряет устойчивость при больших значениях  $|R|$ . Исследование устойчивости, проведенное для других расстояний  $z_0$  до плоскости наблюдения, показало, что с уменьшением  $z_0$  порог самовозбуждения также увеличивается и неустойчивость возникает при большем значении входной мощности (параметра  $R$ ). Физически это обусловлено тем, что для развития нелинейной самофокусировки в направлении потока требуется некоторое расстояние, уменьшающееся с увеличением  $|R|$ .

Использование в качестве критерия другой величины,  $J_2$ , равной энергии пучка, попадающей в гауссову апертуру [3], приводит к аналогичным результатам. Имеет место также положение теории автоколебательных систем с сосредоточенными параметрами: повышение чувствительности разомкнутой системы приводит к снижению порога генерации. В данном случае оно проявляется в том, что увеличение точности достижения оптимума критерия (уровня  $\Delta J/J$ , на котором прекращается поиск в каждый момент времени) уменьшает устойчивость управления.

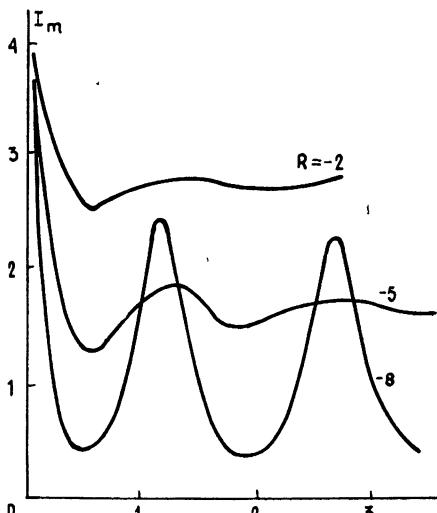


Рис. 3.

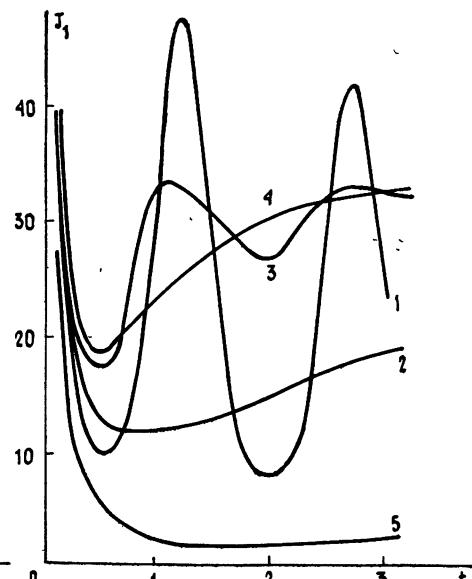


Рис. 4.

Рис. 4. Изменение во времени критерия оптимизации при различных координатах управления в системе с высоким быстродействием.

Кривая 1 — управление координатами  $S_x(0, t)$ ,  $S_y(0, t)$ ,  $\Psi(0, t)$ ; 2 — координатами  $S_y(0, t)$ ,  $\Psi(0, t)$  при  $S_x(0, t)=2$ ; 3 —  $S_x(0, t)$ ,  $\Psi(0, t)$  при  $S_y(0, t)=2$ ; 4 —  $\Psi(0, t)$  при  $S_x(0, t)=S_y(0, t)=2$ ; 5 — в отсутствие управления  $S_x(0, t)=S_y(0, t)=2$ ,  $\Psi(0, t)=0$ .

4. В качестве другого примера адаптивной системы рассмотрим следующую модель управления. Предположим, что адаптивное устройство требует конечного времени на отработку управляющего воздействия. Пусть в замороженном тепловом поле, существующем в данный момент времени, бесконечно быстро измеряется направление  $e=\{\partial J/\partial S_x, \partial J/\partial S_y, \partial J/\partial \Psi\} / |\nabla I|$  градиента критерия по управляемым компонентам. Это можно осуществить, например, с помощью пьезокерамического привода зеркала, который обладает высоким быстродействием, но малым динамическим диапазоном. Затем в условиях нестационарного теплового самовоздействия в направлении градиента совершается шаг в пространстве управляемых переменных  $S_x, S_y, \Psi$  длиной  $h=(h_x^2+h_y^2+h_\Psi^2)^{1/2}$  с конечной скоростью  $v=\{v_x, v_y, v_\Psi\}$ . При достижении соответствующего значения  $h_i$   $i$ -й привод фиксируется, остальные продолжают движение. После остановки последнего исполнительного элемента градиент определяется вновь и процедура повторяется. Такой процесс может быть реализован на зеркалах, управляемых шаговыми двигателями [8].

Проблема управления с помощью такой системы может быть исследована в различных аспектах. Например, можно искать оптимальное значение  $h$ , обеспечивающее надежное увеличение критерия  $J$  в сравнении с отсутствием управления (отметим, что при неизменном шаге  $h$  могут возникнуть скачки типа 1), слаженные переход-процессом). Можно искать также разумное соотношение между  $h$  и скоростью отработки  $v$ , при которой система сохраняет устойчивость. По-

скольку задача в общей постановке является существенно многопараметрической, ее полный анализ представляется целесообразным лишь в приложении к конкретному устройству.

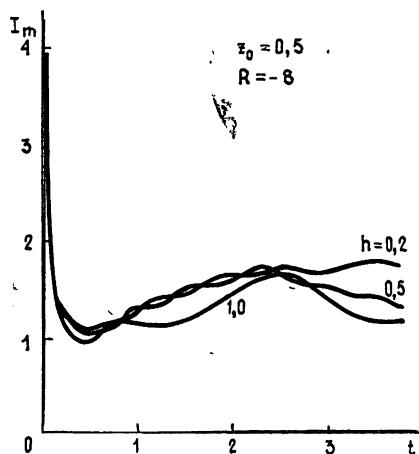


Рис. 5.

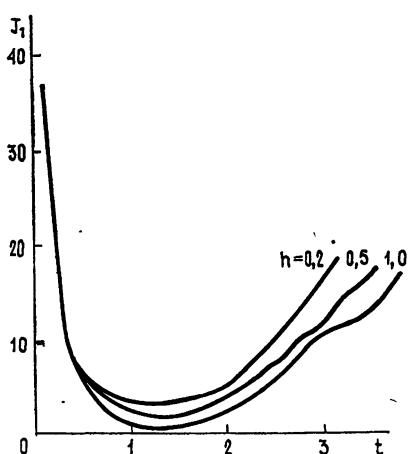


Рис. 6.

На рис. 5, 6 представлены результаты управления с помощью такой системы при  $v_{x,y,\Psi} = 1$ ,  $h = 0,2; 0,5; 1,0$ . В качестве критерия использовались пиковая интенсивность пучка (управление по  $S_x, S_y$ ), а также критерий  $J_1$ . Видно, что при конечном быстродействии системы ее самовозбуждения не происходит, однако выигрыш по пиковой интенсивности также практически отсутствует. Кроме того, вследствие деформации под действием управления и нестационарных процессов «холма», на который совершается «восхождение», процесс установления стационарного оптимального значения критерия становится более затянутым. При использовании  $J_1$  наблюдается значительное увеличение критерия, связанное, в первую очередь, с управлением пучком по наклону, что аналогично результатам, полученным в [3] для стационарного самовоздействия.

Проведенный анализ дает основания утверждать, что применение трехкомпонентной системы адаптивного управления с высоким быстродействием целесообразно лишь до некоторых пороговых мощностей. При дальнейшем увеличении мощности, а также в случае применения системы с конечным быстродействием достаточно ограничиться управлением по наклону  $\Psi$ , зафиксировав кривизны  $S_x, S_y$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

- Ахманов С. А., Воронцов М. А. и др. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 1, с. 1.
- Егоров К. Д., Воронцов М. А. — Сб. VI Всесоюзный симпозиум по распространению лазерного излучения в атмосфере. — Томск, 1981, ч. 3, с. 220.
- Чесноков С. С. — Квантовая электроника, 1983, 10, с. 1160.
- Кандидов В. П., Шмелева Г. А. — Квантовая электроника, 1984, 11, с. 1653.
- Воробьев В. В., Шеметов В. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 4, с. 441.
- Егоров К. Д., Кандидов В. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 7, с. 801.
- Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ. — М.: Мир, 1982.
- Henderson W. D., Gunn S. U. — Proc. Soc. Photo-optical instr. engin., 1979, 179, p. 47.

# ON THE STABILITY OF THE LIGHT BEAM ADAPTIVE CONTROL AT THE TIME-DEPENDENT THERMAL BLOOMING IN A MOVING MEDIUM

K. D. Egorov

The problem of the low-aberrations adaptive control at the time-dependent thermal blooming is considered at Gaussian approach. Physical mechanism of the instability appearance is discussed. In the limits of nonaberrational approach the beam parameters dynamics is considered under the control of adaptive systems with different time response.

## Аннотации депонированных статей

УДК 621.396.677.494

## ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД ФАЗОВОГО СИНТЕЗА АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

A. C. Кондратьев

Рассматривается задача фазового синтеза антенных решеток (АР) по заданной комплексной диаграмме направленности (ДН) без учета и с учетом взаимного влияния элементов АР. В первом случае фиксируется форма амплитудного распределения токов на элементах АР, а во втором — форма амплитудного распределения возбуждающих их напряжений (в случае вибраторных АР) или падающих волн (в волноводных АР). Показано, что в обоих случаях для АР, содержащих идентичные элементы, задача фазового синтеза в среднеквадратичном приближении сводится к минимизации положительно определенной квадратичной формы специального вида одной и той же структуры при квадратичных ограничениях типа равенств. При решении задачи фиксируется лишь форма амплитудного распределения на элементах АР, которое задается с точностью до неизвестного амплитудного множителя. Величина амплитудного множителя выбирается из условия минимума среднеквадратичной погрешности синтеза, под которой понимается норма разности заданной и полученной ДН. С помощью метода множителей Лангранжа строится итерационный метод фазового синтеза АР в среднеквадратичном приближении, сходящийся к одному из локальных условных минимумов функционала, представляющего собой среднеквадратичную погрешность синтеза. Аналитически показано, что в общем случае величина амплитудного множителя, с точностью до которого задается амплитудное распределение возбуждений на элементах АР, влияет на решение задачи синтеза. Численно показано, что решение задачи с помощью метода штрафных функций не всегда позволяет найти локальный минимум функционала. Указывается на многоэкстремальность описанной задачи синтеза и приводятся примеры нахождения различных локальных минимумов функционала. Представлены результаты синтеза линейных АР изотропных излучателей и симметричных вибраторов по заданной столообразной ДН методом штрафных функций и с помощью предложенного итерационного метода. Приводятся зависимости минимальной среднеквадратичной погрешности синтеза, величины амплитудного множителя и входного сопротивления центрального и крайнего элементов вибраторной АР от коэффициента расширения ДН. Представлены синтезированные ДН при задании ДН, ширина которой в 2,5 раза превышает ширину по нулям ДН синфазной равномерно возбужденной АР. Указывается, что предложенный итерационный метод фазового синтеза АР позволяет существенно снизить среднеквадратичную погрешность синтеза по сравнению с известными методами фазового синтеза. Описанный метод может использоваться для синтеза комплексной ДН произвольного вида, в частности для оптимизации параметров сканирующих АР.

Статья депонирована в ВИНИТИ,  
регистр. № 6811-В 87. Деп. от 28 сентября 1987 г.