В результате метод T-матриц будет сходящимся для произвольных сфероидов, что говорит о принципиальной возможности провести расчеты с любой точностью. В то же время, гипотеза Рэлея не выполняется для сфероида с соотношением осей, большим, чем 1/2, и для него принципиально невозможно получить точный результат любым методом, использующим гипотезу Рэлея, что и говорит о независимости метода T-матриц и гипотезы Рэлея.

В качестве иллюстрации вышеизложенного на рис. 1, 2 приведены характеристики рассеяния, рассчитанные методом T-матриц для вытянутых сфероидов с соотношением осей 1/10, на которых выполняется граничное условие Неймана. Волновой размер $kh_0 = 10$, где k — волновое число, h_0 — половина межфокусного расстояния. На рис. 1 плоская волна падает вдоль оси вращения сфероида, на рис 2 — перпендикулярно к ней. Характеристики рассеяния совпадают с аналогичными, полученными методом разделения переменных [7]. Это говорит о том, что метод T-матриц пригоден для практического расчета рассеяния на телах с большим соотношением максимального и минимального размеров, причем в качестве базисных можно использовать удобные для вычисления сферические функции

ЛИТЕРАТУРА

1. Waterman P. C — J. Acoust. Soc. Amer., 1969, **45**, № 6, p. 1417
2. Acoustic, electromagnetic and elastic wave scattering-focus on the T-matrix approach/ Ed. by V. K Varadan, V. V. Varadan — New-York: Pergamon press, 1980.
3. Kristensson G., Ramm A. G, Strom S. — J. Math. Phys., 1983, **24**, № 11, p. 2619.
4. Апельцин В. А, Кюркчан А. Г. — Радиотехника и электроника, 1985, **30**, № 2, с. 193.
5. Векуа И. Н. — ДАН СССР, 1953, **90**, № 5, с. 715.
6. Канторович Л. В, Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа.— Л.: Физматгиз, 1962.
7. Клещев А. А., Шейба Л. С. — Акуст. журн. 1970, **16**, № 2, с. 264.

Ленинградский кораблестроительный институт

Поступила в редакцию 28 мая 1986 г.

УДК 621.385.633

О РЕЖИМЕ ЗАХВАТА ЭЛЕКТРОННЫХ СГУСТКОВ АЗИМУТАЛЬНО-НЕСИММЕТРИЧНОЙ ВОЛНОЙ В СТАТИЧЕСКОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Е. Д. Белявский

В [1-4] описан режим захвата электронных сгустков электромагнитной волной в статическом электрическом поле, в котором происходит преобразование энергии с высоким кпд. Подобный режим может существовать также и в других распределенных активных системах, например, в системе «электронный поток — азимутально-несимметричная волна в статическом магнитном поле». Данная работа и посвящена исследованию режима захвата в подобной распределенной системе

1. Исходные положения. Рассмотрим периодическую во времени последовательность протяженных сгустков, захваченных продольной составляющей электрического поля (E) бегущей азимутально-несимметричной электромагнитной волны большой амплитуды и распространяющихся вдоль оси z в статическом магнитном поле (B), ориентированном в направлении этой оси.

Рассмотрим случай больших $E = |E|$, таких, что силами объемного заряда в сгустке можно пренебречь Ограничимся рассмотрением нерелятивистского приближения. При принятых предположениях исходная система уравнений движения записывается в виде

$$d^2z/dt^2 = \eta\,\mathrm{Re}\{-jE\exp[j(\omega t - n\Theta - h_0 z)]\},\quad d\Theta/dt = \dot{\Theta}(z) = \eta B(z)/2, \qquad (1)$$

где t — время, Θ — азимутальная координата электрона, n — номер азимутальной волны, $\dot{\Theta}(z)$ — азимутальная скорость вращения потока в магнитном поле (предполагается, что поток на катоде полностью экранирован от магнитного поля), $\eta = e/m_0$, h_0 — постоянная распространения волны ($h_0 = \omega/v_\text{ф}$) Введем новую независимую переменную $X = \omega t - h_0 z - n\Theta$. При этом

$$dX/dt = \omega - h_0(dz/dt) - n\dot{\Theta}(z),$$

т. е.

$$\frac{\partial z}{\partial t}=\frac{1}{h_0}\left(\omega-n\dot{\Theta}(z)-\frac{dX}{dt}\right); \tag{2}$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2}=-\frac{1}{h_0}\left(n\frac{d\dot{\Theta}}{dz}\frac{dz}{dt}+\frac{d^2X}{dt^2}\right)=-\frac{1}{h_0}\left[\frac{d^2X}{dt^2}+\frac{n}{h_0}\left(\omega-n\dot{\Theta}-\frac{dX}{dt}\right)\frac{d\dot{\Theta}}{dz}\right]. \tag{3}$$

С учетом (3) получаем из (1)

$$\frac{d^2X}{dt^2}-\frac{n}{h_0}\frac{d\dot{\Theta}}{dz}\frac{dX}{dt}+\frac{n}{h_0}(\omega-n\dot{\Theta})\frac{d\dot{\Theta}}{dz}+\eta h_0\,\mathrm{Re}\,(-j\dot{E}e^{jX})=0. \tag{4}$$

Уравнение (4) и является исходным для дальнейшего анализа.

2. **Режим захвата.** Пусть фазовая ширина сгустка такая, что можно считать линейным закон изменения напряженности ВЧ поля в движущейся системе координат. При этом уравнение (4) можно записать в виде

$$\frac{d^2X}{dt^2}-\frac{1}{h_0}\frac{dn\dot{\Theta}}{dz}\frac{dX}{dt}+\eta h_0 EX=\eta h_0\frac{d}{dz}\left(\frac{[\omega-n\dot{\Theta}]^2}{2\eta h_0^2}\right). \tag{5}$$

Если $\dot{\Theta}(z)=\mathrm{const}$ (постоянное магнитное поле), то уравнение (5) принимает вид

$$d^2X/dt^2+\Omega^2X=0, \tag{6}$$

где $\Omega^2=\eta h_0 E$. Из (6) видно, что в постоянном магнитном поле уравнение движения захваченного электрона представляет собой уравнение линейного осциллятора с частотой Ω. В силу симметрии колебаний электронов по отношению к узлу поля энергообмен между пучком и ВЧ полем в целом отсутствует. Эта симметрия нарушится, если $d\dot{\Theta}/dz\neq0$ (магнитное поле является неоднородным).

Обозначим $E_э=-\dfrac{d}{dz}\left[\dfrac{(\omega-n\dot{\Theta})^2}{2\eta h_0^2}\right]$. Рассмотрим частный случай, когда $\Psi_0=E_э/E=\mathrm{const}$, а $\left|\dfrac{\Psi_0}{\omega-n\dot{\Theta}}\Omega\right|\ll1$. При этих условиях в (5) можно пренебречь членом, содержащим dX/dt, по сравнению с Ω^2X, и уравнение (5) принимает вид $d^2X_1/dt^2+\Omega^2X_1=0$, $X_1=X+\Psi_0$, т. е. по-прежнему является уравнением линейного осциллятора, но смещенного по отношению к узлу поля на фазу $-\Psi_0$. Если выбрать $E_э<0$, то сгусток попадает в ускоряющую фазу поля и будет в целом осуществляться преобразование энергии ВЧ поля в кинетическую энергию электронов (режим ускорения). Если $E_э>0$, то будет осуществляться преобразование энергии сгустка в энергию бегущей волны (усиление ВЧ поля).

Из сопоставления с уравнениями работы [4] следует, что (при принятых допущениях*) задача о движении и взаимодействии электронных сгустков с полем азимутально-несимметричной волны в неоднородном магнитном поле формально эквивалентна соответствующей задаче для электронных сгустков, захваченных полем азимутально-симметричной волны в эквивалентном электростатическом поле $E_{ст}=E_э$. Такое формальное совпадение, в частности, позволяет записать уравнение баланса мощностей

$$E^2-E_0+2\alpha\int_0^z E^2dz=2RI_0\int_0^z E_э dz, \tag{7}$$

где E_0 — начальное (при $z=0$) значение E, $R=E^2/2P$ — параметр связи, I_0 — полный ток невозмущенного потока, α — параметр распределенных потерь.

При $\alpha=0$ из (7) можно получить электронный кпд взаимодействия

$$\eta_e=\frac{1}{U_0}\left\{\frac{[\omega-n\dot{\Theta}(0)]^2}{2\eta h_0^2}-\frac{[\omega-n\dot{\Theta}(L)]^2}{2\eta h_0^2}\right\}, \tag{8}$$

---

* В общем случае, когда в уравнении (5) нельзя пренебречь членом, содержащим dX/dt, более близким аналогом рассматриваемой системы является система «электронный поток — азимутально-симметричная электромагнитная волна с переменной фазовой скоростью» [5–7]

где $\dot{U}_0 = v_ф^2/2\eta$, L — длина участка взаимодействия (т. е. $\eta_e = |\Delta(1 - n\dot{\Theta}/\omega)^2|$, где Δ — изменение соответствующей величины). Если $n\dot{\Theta} = \omega$, то $\eta_e = (1 - n\dot{\Theta}(0)/\omega)^2 = [1 - n\eta B_0/2\omega]^2$, где $B_0 = B(0)$ — начальное значение индукции магнитного поля. Это значение кпд является предельным для данного механизма взаимодействия (при $n\dot{\Theta}(0)/\omega \ll 1$ $\eta_e \to 1$ ($\eta_e\,\%$ — 100%)).

Описанный режим имеет место как для прямой, так и для обратной волн; его целесообразно использовать в мощных генераторах, усилителях и преобразователях энергии с распределенным взаимодействием.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белявский Е Д. — Радиотехника и электроника, 1971, **16**, № 1, с. 208.
2. Белявский Е. Д. — Изв. вузов — Радиофизика, 1983, **26**, № 10 ,с. 1312.
3. Белявский Е. Д. — Изв. вузов — Радиофизика, 1984, **27**, № 1, с. 123.
4. Белявский Е. Д. — Изв. вузов — Радиофизика, 1985, **28**, № 3, с. 384.
5. Kroll N. M. et al. — IEEE J Quant. Electr., 1981, **QE-17**, № 8, p. 1436
6. Гинзбург Н. С., Крупин С. Ю. — ЖТФ, 1986, **56**, № 7, с. 1269.
7. Sprangle P. et al. — Phys. Rev., 1986, **21**, № 1, p. 293.

Поступила в редакцию
16 мая 1986 г.

ВНИМАНИЮ АВТОРОВ!

Всесоюзное агентство по авторским правам (ВААП) сообщает, что в 1987 г. агентство производит выплату авторского гонорара за перепечатку за рубежом статей, опубликованных в журнале «Радиофизика» в 1983 и 1984 гг. Гонорар, поступивший за право перепечатки, выплачивается по желанию авторов в рублях или чеках Внешпосылторга.

Для получения гонорара автору необходимо оформить справку-заявление и направить ее на расчет по адресу:

103670 г. Москва, ул. Б. Бронная, 6-а, Валютное управление ВААП.

Справки-заявления на выплату гонорара по журналу 1983 г. издания принимаются до 1 декабря 1987 г., а по журналу 1984 г. — до 1 июля 1988 г. Выплата гонорара по журналу 1984 г. издания будет производиться начиная с июля 1987 г.

По истечении установленных сроков выплаты гонорара невостребованные суммы списываются в доход госбюджета и автор теряет право на получение гонорара.